

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD
DEL CUSCO**

**FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,
INFORMÁTICA Y MECÁNICA**

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



“ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LA FAJA TRANSPORTADORA
CV-002B TRAMO 1 – 4 MEDIANTE EL ANÁLISIS MODAL OPERACIONAL EN LA
SOCIEDAD MINERA EL BROCAL”

Tesis para optar el Título Profesional de Ingeniero Mecánico

PRESENTADO POR:

Bach. HUARAYO ORTOGORIN, Juan Carlos

ASESOR:

M.S.c. ING. ARTURO MACEDO SILVA

CUSCO – PERÚ

2022

PRESENTACIÓN

La presente tesis titulada “ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LA FAJA TRANSPORTADORA CV-002B TRAMO 1 – 4 MEDIANTE EL ANÁLISIS MODAL OPERACIONAL EN LA SOCIEDAD MINERA EL BROCAL” busca presentar el comportamiento dinámico mediante el análisis modal operacional con el fin de asegurar la estabilidad estructural de la faja transportadora de mineral tipo overland.

La faja transportadora es un sistema de transporte continuo formado básicamente por una cinta de caucho reforzado, que se mueve entre dos poleas. La correa es arrastrada por fricción por una o más poleas (motrices), que a su vez son accionadas por uno o más motores. Se usan principalmente para transportar mineral.

La faja transporta minerales gruesos de Cobre, Zinc y Plomo, son extraídos de las operaciones del tajo abierto con una capacidad de 900 toneladas/hora (tph) a una velocidad de 4,2m/s.

El estudio del comportamiento dinámico de la faja transportadora se realiza mediante la adquisición de data vibracional en campo con sensores piezoeléctricos (acelerómetros) y un colector de data, determinándose así las frecuencias naturales, frecuencias de excitación, modos de vibración, desplazamiento, velocidad y aceleración de la faja transportadora en cualquier instante de operación.

Se realiza la evaluación de resultados del comportamiento dinámico de la estructura de la faja transportadora, según normas del Instituto Alemán de Normalización DIN 4150-3 (Structural vibration - Effects of Vibration on Structures).

DEDICATORIA

Al Señor de Qoyllority por bendecirme, guiarme y darme fuerza necesaria para seguir adelante.

A mi padre Estanislao Huarayo Huamanttupa por su ejemplo, por sus consejos a cumplir mis objetivos y a mi madre Sinforosa Ortogorin Manuttupa por su amor incondicional, por hacer de mí una mejor persona.

A mis hermanos Yessica, Rossy Luz y Paul, por estar siempre presentes, acompañándome en mi formación sin importar las circunstancias.

AGRADECIMIENTO

A mis docentes de la escuela profesional de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco – UNSAAC, quienes me han enseñado, compartido experiencias y conocimientos para ser mejor en la vida y a realizarme profesionalmente.

Un agradecimiento especial a mi asesor Ing. Arturo Macedo Silva por su constante apoyo académico, por hacer posible esta tesis.

Al personal del Área de Ingeniería y Laboratorio de MAKYL ENGINEERING CONSULTING AND SERVICES por las experiencias compartidas en el desarrollo de este proyecto.

A mis amigos Nicanor, Guillermo, Hairoq, Stefany y Facundo, por las experiencias, aprendizajes y conocimientos compartidos, por el apoyo motivacional quienes me acompañaron en mi trayectoria laboral y profesional.

INTRODUCCIÓN

La Sociedad Minera El brocal está ubicado en la región de Cerro de Pasco en el asiento minero de Colquijirca y la Planta Concentradora de Huaraucaca

La faja transportadora entró en operación en mayo del 2014, el diseño, construcción y puesta en marcha del sistema de transporte de mineral grueso a través de las fajas transportadoras tipo Overland fue realizado por la empresa OHL Industrial Chile considerando cálculos de resistencias de la estructura.

Razón por el cual, la presente tesis, se evaluará el comportamiento dinámico de la faja transportadora del tramo 1 – 4 mediante el monitoreo de condición utilizando una de las técnicas del análisis modal operacional (OMA), para las condiciones de operación, para determinar las frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura.

En el capítulo III se representa el modelo matemático para el cálculo analítico para la obtención de frecuencias naturales seguidamente un modelo 3D calibrado con las condiciones de contorno obtenidos en campo para corroborar mediante la simulación utilizando el software ANSYS donde se obtendrá frecuencias naturales y modos de vibración.

En el capítulo IV se interpretará los resultados obtenidos en campo utilizando el software LabVIEW para la adquisición de data vibracional y Artemis Modal para el post procesamiento de señales de la estructura de la faja transportadora CV002B tramos 1 – 4, en la Unidad Minera El Brocal, con el soporte de equipos de medición de National Instruments.

RESUMEN

La presente tesis realiza el estudio del comportamiento dinámico de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, mediante el monitoreo de condición utilizando una de las técnicas del análisis modal operacional (OMA), para el cual busca aplicar teorías de dinámica estructural y las ecuaciones que se emplearán en los cálculos de frecuencias naturales de la estructura, además de la información de la faja transportadora tipo overland.

Las condiciones de contorno se verifican en la Unidad Minera El Brocal, donde se realiza el reconocimiento en campo, inspección visual, especificaciones técnicas del motor, reductor, diámetro de polea, verificación de planos AS-BUILT.

Los parámetros de vibración estructural encontrados están dentro de los valores permisibles según la norma DIN 4150-3 (Structural vibration - Effects of Vibration on Structures), para este caso de estudio y las frecuencias naturales predominantes encontradas en la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, las cuales son 4 Hz, 4.3 Hz, 5.7 Hz y 8.5 Hz. Estos valores son comparados con el cálculo analítico y la simulación modal realizada en el software ANSYS para tener la certeza que los valores hallados en campo sean razonables.

Por último, comparar las frecuencias de excitación con las frecuencias naturales de la estructura de la faja transportadora CV-002 tramo 1 – 4, teniendo en cuenta que dichas frecuencias no deben coincidir, pues se estaría incurriendo en una falla por resonancia.

ABSTRACT

This thesis carries out the study of the dynamic behavior of the structure of the conveyor belt CV-002B stretch 1 - 4, through condition monitoring using one of the techniques of operational modal analysis (OMA), for which dynamic structure theories are applied and the matrix equations of rigidity and consistent mass to find the matrix of displacement and natural frequencies of the structure, in addition to the information of the conveyor belt type overland.

The boundary conditions are verified at the El Brocal Mining Unit, where are carried out the field reconnaissance, visual inspection, technical specifications of the motor, reducer, pulley diameter, verification of AS-BUILT plans.

The structural vibration parameters found are within the permissible values, according to DIN 4150-3 (Structural vibration - Effects of Vibration on Structures) for this case of study, and the predominant natural frequencies found in field of the structure of the conveyor belt. CV-002B stretch 1 – 4 are: 4 Hz, 4.3 Hz, 5.7 Hz and 8.5 Hz. These values are compared with the analytical calculus and the modal simulation carried out in the ANSYS software to be certain that the values found in field are reasonable.

The natural frequency values of the analytical calculus, FEM and the found in field are compared with the excitation frequencies of the equipment installed in the structure of the conveyor belt CV-002 stretch 1 - 4, considering that said frequencies should not coincide, because it would be incurring in a resonance failure.

Finally, are attached the necessary annexes for the development of this thesis.

ÍNDICE GENERAL

PRESENTACIÓN	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
INTRODUCCIÓN	V
RESUMEN	VI
ABSTRACT	VII
ÍNDICE GENERAL	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS	XVIII
ÍNDICE DE TABLAS	XXV
ÍNDICE DE SIMBOLOS	XXVII
CAPITULO I	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1. ÁREA PROBLEMÁTICA	1
1.1.1. Descripción del problema	1
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	4
1.2.1. Problema general	4
1.3. PLANTEAMIENTO DE OBJETIVOS	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
1.4. JUSTIFICACIÓN	4
1.5. VARIABLES	5
1.5.1. Variables independientes	5

1.5.2.	Variable dependiente.....	5
1.6.	HIPÓTESIS.....	5
1.7.	ALCANCES Y LIMITACIONES	5
1.7.1.	Alcances.....	5
1.7.2.	Limitaciones.....	6
1.8.	METODOLOGÍA	6
CAPITULO II.....		7
MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.....		7
2.1	ESTADO DEL ARTE.....	7
2.1.1.	Antecedentes	7
2.2.	MARCO TEÓRICO.....	8
2.2.1.	Cinta o faja transportadora.....	8
2.2.2.	Cálculo de capacidad de transporte.....	9
2.2.3.	Problemas típicos en una faja transportadora	10
2.2.3.1.	Desalineamiento de la faja transportadora.....	10
2.2.3.2.	Desperfectos en la estructura de la faja transportadora.	10
2.2.3.3.	Inconvenientes en la carga del material.....	10
2.3.	VIBRACIONES BÁSICAS.....	11
2.3.1.	Vibración libre	11
2.3.2.	Vibración forzada.....	11
2.3.2.1.	Resonancia.....	11
2.3.3.	Vibración determinística y aleatoria	12
2.3.3.1.	Vibración determinística (periódica).....	12
2.3.3.2.	Vibración aleatoria.	12

2.3.4.	Amortiguamiento	12
2.3.5.	Transformada de Fourier.....	13
2.3.6.	Dominio espectral	14
2.3.6.1.	Dominio de la frecuencia.....	14
2.3.6.2.	Dominio del tiempo.....	14
2.4.	DINÁMICA ESTRUCTURAL.....	15
2.4.1.	Sistema de un grado de libertad	15
2.4.1.1.	Estructura simple.....	15
2.4.1.2.	Relación de fuerza – desplazamiento.....	16
2.4.1.3.	Fuerza de amortiguamiento.....	18
2.4.1.4.	Ecuación de movimiento de 1 G.L.....	19
2.4.2.	Sistema de varios grados de libertad.....	21
2.4.2.1.	Discretización.....	21
2.4.2.2.	Fuerzas elásticas.....	23
2.4.2.3.	Fuerzas de amortiguamiento.....	24
2.4.2.4.	Fuerzas de inercia.....	25
2.4.2.5.	Ecuación de movimiento de V.G.D.L.....	26
2.4.3.	Vibración libre sin amortiguamiento	27
2.4.4.	Frecuencias naturales	27
2.4.5.	Frecuencias resonantes.....	29
2.4.6.	Discretización de la matriz de rigidez.....	30
2.4.6.1.	Matriz de rigidez de la viga.....	31
2.4.6.2.	Matriz de rigidez de la columna.....	35
2.4.7.	Discretización de la matriz de masa.....	36

2.4.7.1.	Matriz de masas bajo cargas axiales.....	37
2.4.7.2.	Matriz de masas sometido a momentos flectores.	38
2.4.8.	Método de sarrus.....	39
2.5.	MECANICA DE MATERIALES.....	40
2.5.1.	Teorema de Steiner	41
2.5.2.	Propiedad aditiva de los momentos de segundo orden o de inercia.....	43
2.5.3.	Diagrama de fuerzas normales, cortantes y de momentos flexionantes	44
2.6.	ANALISIS MODAL OPERACIONAL (OMA).....	46
2.6.1.	Técnica de medición	48
2.6.1.1.	Análisis modal clásico	48
2.6.1.2.	Análisis modal operacional (OMA)	49
2.6.1.3.	Forma de deflexión operacional (ODS).....	50
2.6.2.	Instrumentos de medición	51
2.6.2.1.	Entrada analógica - slot	51
2.6.2.2.	Chasis.....	52
2.6.3.	Tipos de acelerómetros	53
2.6.3.1.	Acelerómetro Capacitivos	53
2.6.3.2.	Acelerómetro piezoresistivos.	53
2.6.3.3.	Acelerómetro Piezoeléctricos.....	54
2.6.3.4.	Acelerómetro de fuerza balanceada.....	55
2.6.3.5.	Comparativo de sensores.....	55
2.6.3.5.1.	Acelerómetro monoaxial.....	56
2.6.3.5.2.	Acelerómetro triaxial.....	57
2.6.3.5.3.	Cable conector de sensor	58

2.6.3.5.4. Base de montaje magnéticas.....	59
CAPITULO III	60
PARÁMETROS Y CÁLCULO.....	60
3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ANALIZADO	60
3.1.1. Propiedades de la cinta transportadora.....	60
3.1.2. Propiedades del sistema motriz.....	61
3.1.3. Propiedades del perfil estructural.....	62
3.1.4. Filosofía del análisis.....	63
3.1.4.1. Modelo conceptual	63
3.1.4.2. Modelo computacional	63
3.1.4.3. Mediciones en campo	63
3.2 CÁLCULO ANALÍTICO	64
3.2.1. Cálculos de la carga distribuida del tramo 1 – 4.....	64
3.2.1.1. Cálculo de masa efectiva de cama de polines de carga en el tramo 1 – 4.	64
3.2.1.2. Cálculo de masa efectiva de cama de polines de retorno en el tramo 1 – 4. ...	65
3.2.1.3. Cálculo de masa efectiva de barandas en el tramo 1 – 4.	65
3.2.1.4. Cálculo de masa efectiva de la estructura de polines.	68
3.2.1.5. Cálculo de masa efectiva de la banda o faja transportadora.	70
3.2.1.6. Cálculo de masa efectiva del mineral transportado.	71
3.2.1.7. Cálculo de masa efectiva del soporte de la pasarela – (GRATING).	72
3.2.1.8. Cálculo de masa efectiva de los pernos y placas metálicas.	73
3.2.1.9. Cálculo de masa efectiva total de la estructura de la faja del tramo 1 – 4.	73
3.2.1.10. Cálculo de carga distribuida de la estructura de la faja del tramo 1 – 4.	73
3.2.2. Cálculo de momentos de inercia	73

3.2.2.1.	Cálculo de Momento de Inercia de la columna (A – a).....	74
3.2.2.2.	Cálculo de Momento de Inercia de la viga a – b.	77
3.2.2.3.	Cálculo de momento de inercia de la columna B – b.	80
3.2.2.4.	Cálculo de momento de inercia de la viga b – c.....	83
3.2.2.5.	Cálculo de momento de inercia de la columna C – c.	86
3.2.2.6.	Cálculo de momento de inercia de la viga c – d.....	89
3.2.2.7.	Cálculo de momento de inercia de la columna D – d.....	92
3.2.3.	Cálculo de la matriz de masa	95
3.2.3.1.	Cálculo de la matriz de masa de la columna A – a.....	99
3.2.3.2.	Cálculo de la matriz de masa de la viga a – b.....	100
3.2.3.3.	Cálculo de la matriz de masa de la columna B – b.....	101
3.2.3.4.	Cálculo de la matriz de masa de la viga b – c.....	102
3.2.3.5.	Cálculo de la matriz de masa de la columna C – c.....	103
3.2.3.6.	Cálculo de la matriz de masa de la viga c – d.....	104
3.2.3.7.	Cálculo de la matriz de masa de la columna D – d.....	105
3.2.3.8.	Matriz de masa equivalente.....	106
3.2.3.9.	Resumen de los momentos de inercia y áreas calculados.	107
3.2.4.	Diagramas analíticos	107
3.2.4.1.	Diagrama de cuerpo libre.	108
3.2.4.2.	Diagrama de grados de libertad.....	108
3.2.5.	Cálculo de la matriz de rigidez	109
3.2.5.1.	Cálculo de la matriz de rigidez de la columna A – a.....	110
3.2.5.2.	Cálculo de la matriz de rigidez de la viga a – b.....	110
3.2.5.3.	Cálculo de la matriz de rigidez de la columna B – b.....	110

3.2.5.4.	Cálculo de la matriz de rigidez de la viga b – c.....	110
3.2.5.5.	Cálculo de la matriz de rigidez de la columna C – c.....	111
3.2.5.6.	Cálculo de la matriz de rigidez de la viga c – d.....	111
3.2.5.7.	Cálculo de la matriz de rigidez de la columna D – d.....	111
3.2.5.8.	Matriz de rigidez equivalente.	111
3.2.6.	Cálculo de la matriz de desplazamientos	112
3.2.6.1.	Matriz de fuerza en los nodos.....	112
3.2.6.2.	Matriz de fuerza de empotramiento.....	112
3.2.6.2.1.	Matriz de fuerza de empotramiento en la columna A – a.....	112
3.2.6.2.2.	Matriz de fuerza de empotramiento en la viga a – b.	113
3.2.6.2.3.	Matriz de fuerza de empotramiento en la columna B – b.....	113
3.2.6.2.4.	Matriz de fuerza de empotramiento en la viga b – c.	113
3.2.6.2.5.	Matriz de fuerza de empotramiento en la columna C – c.....	114
3.2.6.2.6.	Matriz de fuerza de empotramiento en la viga c – d.	114
3.2.6.2.7.	Matriz de fuerza de empotramiento en la columna D – d.	115
3.2.6.2.8.	Ensamble de la matriz de empotramiento.	115
3.2.6.3.	Matriz de fuerzas internas.....	116
3.2.6.4.	Matriz de desplazamientos y rotaciones.	116
3.2.7.	Cálculo de la matriz de reacciones.....	117
3.2.7.1.	Matriz de reacción en la columna A – a.	117
3.2.7.2.	Matriz de reacción en la columna B – b.	119
3.2.7.3.	Matriz de reacción en la columna C – c.	120
3.2.7.4.	Matriz de reacción en la columna D – d.....	121
3.2.8.	Diagramas de fuerzas y momentos	122

3.2.8.1.	Diagrama de reacciones.....	122
3.2.8.2.	Diagrama de fuerzas normales	122
3.2.8.3.	Diagrama de fuerzas cortantes.....	123
3.2.8.4.	Diagrama de momentos flectores.	123
3.2.9.	Cálculo de frecuencias naturales.....	124
3.3	COMPROBACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN FEM	126
3.3.1.	Modelo geométrico	127
3.3.2.	Distribución de masas	128
3.3.3.	Mallado de la estructura.....	129
3.3.4.	Restricciones de la estructura.....	130
3.3.5.	Participación de masas.....	132
3.3.6.	Modos vibracionales mediante el FEM	133
3.4	ANÁLISIS EXPERIMENTAL EN CAMPO	144
3.4.1.	Adquisición de data vibracional.....	144
3.4.1.1.	LabVIEW.....	144
3.4.1.2.	Programación LabVIEW	144
3.4.2.	Procesamiento de data vibracional.....	145
3.4.2.1.	Artemis modal	145
3.4.3.	Identificación de la faja transportadora en campo	146
3.4.3.1.	Inspección visual	146
3.4.4.	Plan de trabajo en campo	148
3.4.4.1.	Hoja de ruta	148
3.4.4.1.1.	Diagrama de conexiones para toma de data vibracional	148
3.4.4.1.2.	Definición de puntos de medición.....	149

3.4.5.	Instalación de equipos de medición	152
3.4.5.1.	Instalación de sensores.	152
3.4.5.2.	Instalación de la tarjeta de adquisición de data.	153
3.4.6.	Resultados en campo.....	153
3.4.6.1.	Geometría de la faja transportadora.....	153
3.4.6.2.	Técnicas o estimaciones del análisis modal operacional.....	154
3.4.6.2.1.	Descomposición en el dominio de la frecuencia – FDD.....	154
3.4.6.2.2.	Descomposición de dominio de la frecuencia mejorada – EFDD...155	
3.4.6.2.3.	Descomposición del dominio de frecuencia de ajuste de curva – CFDD. 155	
3.4.6.3.	Diagrama de descomposición de espectros.	156
3.4.6.4.	Modos de vibración y frecuencias naturales.....	157
CAPITULO IV	169
INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	169
4.1	AMPLITUD DE VELOCIDAD	169
4.2	MODOS DE VIBRACIÓN Y FRECUENCIAS NATURALES.....	170
4.2.1.	Primer modo a 4 Hz	170
4.2.2.	Segundo modo a 4.3 Hz	171
4.2.3.	Tercer modo a 5.7 Hz.....	171
4.2.4.	Cuarto modo a 8.5 Hz	172
4.3	Comparación de resultados	173
4.3.1.	Comparación de resultados de frecuencias halladas.	173
4.3.2.	Comparación de resultados de frecuencias con los excitadores.	174
CONCLUSIONES.....	176

RECOMENDACIONES	178
BIBLIOGRAFIA	179
ANEXOS	182
A. ACELERÓMETRO UNIAXIAL – 602D01	182
B. CHASIS NI cDAQ – 9178	183
C. TARJETA DE DATOS – NI9234	184
D. FICHA TECNICA DE LA CINTA TRANSPORTADORA – EL BROCAL	186
E. CATALOGO MP-CONVEYOR – MANUFACTURA DE POLINES	187
F. ACERO ESTRUCTURAL - ASTM A36	189
G. PROPIEDADES TIPICAS DEL MATERIAL ASTM A36 – PERFIL IPE	190
H. PROPIEDADES TIPICAS DEL MATERIAL ASTM A36 – PERFIL ANGULAR	191
I. NORMA DIN 4150 – 3 STRUCTURAL VIBRATION	192
J. CALCULO DE LAS MATRICES DE MASAS	194
K. CALCULO DE LA MATRIZ DE DESPLAZAMIENTOS	200
L. CALCULO DE LAS MATRICES DE REACCIONES	202
M. ESPECTROS DE EXCITACIÓN EN OPERACIÓN - LABVIEW	210
N. PLANO AS BUILT	219

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Unidad Minera El Brocal	1
Figura 2 Faja transportadora tipo overland tramo 1 – 4.....	2
Figura 3 Estructura de la faja transportadora, tramo 1 – 4.....	3
Figura 4 Esquema de cinta transportadora.	8
Figura 5. Esquema de sección transversal de carga de transporte.....	9
Figura 6 Desalineamiento de faja transportadora.....	10
Figura 7 Esquema de carga descentrada.....	11
Figura 8. Fuerza externa vs tiempo.	12
Figura 9. Aceleración vs tiempo en un sistema amortiguado.....	13
Figura 10. Representación gráfica del dominio del tiempo al de la frecuencia.	14
Figura 11. Representación de estructura simple.....	15
Figura 12. Gráfica idealizada en una vibración libre.	16
Figura 13. Sistema de un grado de Libertad.....	16
Figura 14. Modelo de estructura con rigidez.....	17
Figura 15. Fuerza restauradora vs desplazamiento.	17
Figura 16. Modelo de estructura con amortiguamiento viscoso.	18
Figura 17. Fuerza de amortiguamiento vs velocidad.	18
Figura 18. Modelo de estructura con rigidez y amortiguamiento.	19
Figura 19. DCL de la masa de la estructura.	19
Figura 20. Grados de Libertad en una estructura de dos dimensiones.....	21
Figura 21. Grados de Libertad simplificado en una estructura bidimensional.....	22
Figura 22. Fuerzas dinámicas externas en una estructura bidimensional.....	22
Figura 23. Desplazamientos por fuerzas elásticas en una estructura bidimensional.....	23

Figura 24. Velocidades por fuerzas de amortiguamiento en una estructura bidimensional.....	24
Figura 25. Aceleraciones por fuerzas de amortiguamiento en una estructura bidimensional.	25
Figura 26. Ancho de banda de frecuencias.....	29
Figura 27. Elemento de viga sometido a fuerza axiales, corte y flexión.....	30
Figura 28. Equivalencia de una viga por superposición.....	31
Figura 29. Viga sometida a fuerza axial.....	31
Figura 30. Viga sometida a corte y flexión.	33
Figura 31. Desplazamientos de la viga sometida a corte y flexión.	33
Figura 32 Diagrama a emplear en el teorema de ejes paralelos	41
Figura 33 Expresión simbólica para momentos de inercia.....	43
Figura 34. Diagrama de cuerpo libre de una viga sometida a una carga puntual.....	44
Figura 35. Diagrama de fuerzas cortantes de la viga sometida a una carga puntual.....	45
Figura 36. Diagrama de momentos flexionantes de la viga sometida a una carga puntual.....	46
Figura 37. Partición de modos de vibración.....	47
Figura 38. Conjunto de sensores distribuidos.	48
Figura 39. Esquema de caja negra de un sistema combinado.	49
Figura 40. Respuesta de frecuencia.....	49
Figura 41. Esquema de la técnica ODS.....	50
Figura 42. Canal de entrada analógica.	51
Figura 43. Chasis CompactDAQ.....	52
Figura 44. Acelerómetro Uniaxial.....	56
Figura 45. Acelerómetro Triaxial.....	57
Figura 46. Cable Conector de Sensor.....	58
Figura 47. Base de Montaje Magnéticas.	59

Figura 48. Filosofía de trabajo.	63
Figura 49. Esquema geométrico del polín de carga.	64
Figura 50. Esquema geométrico del polín de retorno.	65
Figura 51. Esquema de barandas en la faja transportadora CV-002B.....	66
Figura 52. Esquema geométrico de la baranda-columna.	67
Figura 53. Vista de perfil de la estructura polín (canal C).	68
Figura 54. Vista frontal de la estructura polín (canal C).	69
Figura 55 Canal C, separas en 3 áreas.....	69
Figura 56. Esquema geométrico frontal de la faja.....	70
Figura 57. Sección transversal del material transportado.	71
Figura 58. Sección transversal de las pasarelas - Grating.	72
Figura 59. Ensamble de la columna A – a.....	74
Figura 60. Ensamble de la viga a – b.	77
Figura 61. Ensamble de la columna B – b.....	80
Figura 62. Ensamble de la viga b – c.	83
Figura 63. Ensamble de la columna C – c.....	86
Figura 64. Ensamble de la viga c – d.	89
Figura 65. Ensamble de la columna D – d.	92
Figura 66 Diagrama por elemento de la estructura tramo 1 – 4.....	99
Figura 67. Diagrama de Cuerpo Libre de la Estructura.	108
Figura 68. Grados de Libertad en la Estructura.....	108
Figura 69. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga a – b.	113
Figura 70. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga b – c.	114
Figura 71. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga c – d.	114

Figura 72. DCL de la columna Aa.	118
Figura 73. DCL de la columna B – b.	119
Figura 74. DCL de la columna C – c.....	120
Figura 75. DCL de la columna D – d.	121
Figura 76. Diagrama de Cuerpo Libre completo.....	122
Figura 77. Diagrama de Fuerzas Normales.	123
Figura 78. Diagrama de Fuerzas Cortantes.	123
Figura 79. Diagrama de Momentos Flectores.	123
Figura 80. Modelo Geométrico en ANSYS.	128
Figura 81 Distribución de masas.....	128
Figura 82 Mallado de la Estructura.	129
Figura 83 Detalle del Mallado de la Estructura.....	130
Figura 84. Restricciones de la Estructura.	131
Figura 85 Participación de masa eje x.....	132
Figura 86 Participación de masa eje y.....	132
Figura 87 Participación de masa eje z.....	133
Figura 88. Primer Modo de vibración a 3.9 Hz (Vista isométrica).	134
Figura 89. Primer Modo de vibración a 3.9 Hz (Vista de perfil).	134
Figura 90. Segundo Modo de vibración a 4.6 Hz (Vista isométrica).	135
Figura 91. Segundo Modo de vibración a 4.6 Hz (Vista de planta).	135
Figura 92. Tercer Modo de vibración a 4.8 Hz (Vista isométrica).	136
Figura 93. Tercer Modo de vibración a 4.8 Hz (Vista de perfil).	136
Figura 94. Cuarto Modo de vibración a 5.4 Hz (Vista isométrica).	137
Figura 95. Cuarto Modo de vibración a 5.4 Hz (Vista de perfil).	137

Figura 96. Quinto Modo de vibración a 6.5 Hz (Vista isométrica).....	138
Figura 97. Quinto Modo de vibración a 6.5 Hz (Vista de planta).....	138
Figura 98. Sexto Modo de vibración a 6.6 Hz (Vista isométrica).....	139
Figura 99. Sexto Modo de vibración a 6.6 Hz (Vista de perfil).....	139
Figura 100. Séptimo Modo de vibración a 8.5 Hz (Vista isométrica).....	140
Figura 101. Séptimo Modo de vibración a 8.5 Hz (Vista de perfil).....	140
Figura 102. Octavo Modo de vibración a 9.8 Hz (Vista isométrica).	141
Figura 103. Octavo Modo de vibración a 9.8 Hz (Vista de perfil).....	141
Figura 104. Noveno Modo de vibración a 10.5 Hz (Vista isométrica).	142
Figura 105. Noveno Modo de vibración a 10.5 Hz (Vista de perfil).	142
Figura 106. Décimo Modo de vibración a 11.5 Hz (Vista isométrica).	143
Figura 107. Décimo Modo de vibración a 11.5 Hz (Vista de planta).	143
Figura 108. Esquema de adquisición de data en LabVIEW.....	144
Figura 109. Interfaz del Artemis Modal.....	145
Figura 110. Recorrido de inspección del tramo 1 al 4.	147
Figura 111. Corrosión en la unión de la brida.....	147
Figura 112. Esquema para reordenamiento eléctrico.....	148
Figura 113. Esquema de perfil del tramo 1 al 4.	149
Figura 114. Puntos de medición en ensamble de SolidWorks del tramo 1 al 4.	150
Figura 115. Direcciones tentativas de medición en el tramo 1 al 4.....	151
Figura 116. Adquisición de data de los 24 canales.	151
Figura 117. Instalación de sensor uniaxial en campo.....	152
Figura 118. Instalación de sensor tniaxial en campo.	152
Figura 119. Instalación de la tarjeta de adquisición de data.....	153

Figura 120. Puntos de toma de medición en Artemis.....	154
Figura 121 Diagrama de descomposición en el dominio de frecuencias – FDD.	155
Figura 122. Diagrama de descomposición de valor singular.	156
Figura 123 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 08 dirección Z.....	157
Figura 124 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 14 dirección Z.....	157
Figura 125. Detección de frecuencias naturales.....	158
Figura 126. Primer Modo de 4 Hz (Vista Isométrica).....	159
Figura 127. Primer Modo de 4 Hz (Vista Perfil).....	159
Figura 128. Segundo Modo de 4.3 Hz (Vista Isométrica).	160
Figura 129. Segundo Modo de 4.3 Hz (Vista Perfil).	160
Figura 130. Tercer Modo de 5.7 Hz (Vista Isométrica).	161
Figura 131. Tercer Modo de 5.7 Hz (Vista Perfil).	161
Figura 132. Cuarto Modo de 5.95 Hz (Vista Isométrica).....	162
Figura 133. Cuarto Modo de 5.95 Hz (Vista Perfil).....	162
Figura 134. Quinto Modo de 6.75 Hz (Vista Isométrica).	163
Figura 135. Quinto Modo de 6.75 Hz (Vista Perfil).	163
Figura 136. Sexto Modo de 8.5 Hz (Vista Isométrica).	164
Figura 137. Sexto Modo de 8.5 Hz (Vista Perfil).	164
Figura 138. Séptimo Modo de 9.15 Hz (Vista Isométrica).	165
Figura 139. Séptimo Modo de 9.15 Hz (Vista Perfil).	165
Figura 140. Octavo Modo de 10.45 Hz (Vista Isométrica).....	166
Figura 141. Octavo Modo de 10.45 Hz (Vista Perfil).....	166
Figura 142. Noveno Modo de 17.20 Hz (Vista Isométrica).....	167
Figura 143. Noveno Modo de 17.20 Hz (Vista Perfil).....	167

Figura 144. Décimo Modo de 18.05 Hz (Vista Isométrica).....	168
Figura. 145. Décimo Modo de 18.05 Hz (Vista Perfil).....	168
Figura 146 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 13 dirección Z.....	170
Figura 147 Primer modo.	170
Figura 148 Segundo modo.	171
Figura 149 Tercer modo.....	172
Figura 150 Cuarto modo.	172

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Descripción de Entrada Analógica.....	52
Tabla 2. Descripción de Chasis.	52
Tabla 3 Cuadro comparativo de sensores.....	55
Tabla 4. Descripción del Acelerómetro Uniaxial.....	56
Tabla 5. Descripción del Acelerómetro Triaxial.....	57
Tabla 6. Descripción de Cable conector.....	58
Tabla 7. Descripción de Base de Montaje Magnéticas.	59
Tabla 8. Descripción de la Faja Transportadora CV-002B.....	60
Tabla 9. Descripción de Operación del Sistema Motriz.....	61
Tabla 10. Descripción de Operación del Reductor.....	61
Tabla 11. Descripción de Operación de la Polea.....	61
Tabla 12. Descripción Geométrica de los Perfiles IPE.	62
Tabla 13 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	75
Tabla 14 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	76
Tabla 15 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	78
Tabla 16 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	79
Tabla 17 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	81
Tabla 18 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	82
Tabla 19 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	84
Tabla 20 Propiedades típicas del material ASTM-36 – Perfil angular.....	85
Tabla 21 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	87
Tabla 22 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	88
Tabla 23 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE.....	90

Tabla 24 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	91
Tabla 25 Propiedades típicas del material ASTM-36 – Perfil IPE.....	93
Tabla 26 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.....	94
Tabla 27. Resumen de Momentos de Inercia, Áreas y Longitudes de Columnas y Vigas.....	107
Tabla 28 Distribución de masas.	129
Tabla 29. Características del Mallado.	130
Tabla 30. Frecuencias naturales del FEM.	133
Tabla 31. Frecuencias naturales en campo.	158
Tabla 32 Amplitudes máximas de velocidad RMS	169
Tabla 33. Comparación de resultados de frecuencias naturales	173
Tabla 34. Comparación de frecuencias naturales analítico vs Excitación.	174
Tabla 35. Comparación de frecuencias naturales con el FEM vs Excitación.	175
Tabla 36. Comparación de frecuencias naturales con lo de Campo vs Excitación.	175

ÍNDICE DE SIMBOLOS

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	SISTEMA INTERNACIONAL
A:	Área de sección transversal del elemento estructural	m^2
B:	Ancho de banda.	m
b:	Ancho de banda del material.	m
c:	Coefficiente de amortiguamiento.	
d_1 :	Distancia entre los ejes xx_c .	m
d_2 :	Distancia entre los ejes yy_c .	m
E:	Módulo de elasticidad o de Young	Pa
F:	Fuerza ficticia.	N
f_D :	Fuerza de amortiguamiento.	N
f_S :	Fuerza elástica.	N
G:	Módulo de elasticidad transversal.	Pa
I_x :	Momento de inercia respecto al eje x.	m^4
I_y :	Momento de inercia respecto al eje y.	m^4
I_z :	Momento polar respecto al eje z.	m^4
K:	Constante de rigidez.	
K_{Aa} :	Constante de rigidez de la columna A – a.	
K_{ab} :	Constante de rigidez de la viga a – b.	
K_{Bb} :	Constante de rigidez de la columna B – b.	
K_{bc} :	Constante de rigidez de la viga b – c.	
K_{Cc} :	Constante de rigidez de la columna C – c.	

K_{cd} :	Constante de rigidez de la viga c – d.	
K_{Dd} :	Constante de rigidez de la columna D – d.	
L:	Longitud.	m
M:	Momento de flexión.	N.m
M_1 :	Masa del perfil IPE-160 de longitud 1,35 m.	kg
M_2 :	Masa del perfil IPE-160 de longitud 3,05 m.	kg
M_3 :	Masa del perfil IPE-160 de longitud 3,9 m.	kg
M_4 :	Masa del perfil angular de longitud 0,95 m.	kg
M_5 :	Masa del perfil IPE-270 de longitud 10 m.	kg
M_6 :	Masa del perfil IPE-300 de longitud 3,9 m.	kg
M_7 :	Masa del perfil IPE-300 de longitud 5,685 m.	kg
M_8 :	Masa del perfil IPE-300 de longitud 9 m.	kg
M_9 :	Masa del perfil IPE-400 de longitud 16 m.	kg
M_{Aa} :	Masa de la columna A – a.	kg
M_{ab} :	Masa de la viga a – b.	kg
M_{Bb} :	Masa de la columna B – b.	kg
M_{bc} :	Masa de la viga b – c.	kg
M_{Cc} :	Masa de la columna C – c.	kg
M_{cd} :	Masa de la viga c – d.	kg
M_{Dd} :	Masa de la columna D – d.	kg
m:	Masa.	kg
$p_{(t)}$:	Fuerza externa.	N
q:	Carga distribuida.	kN/m

R_A :	Reacción en el punto A.	N
R_B :	Reacción en el punto B.	N
R_C :	Reacción en el punto C.	N
R_D :	Reacción en el punto D.	N
t :	Tiempo.	s
u :	Desplazamiento.	m
\dot{u} :	Velocidad.	m/s
\ddot{u} :	Aceleración.	m/s ²
ω :	Frecuencia angular.	rad/s
k_{ij} :	Matriz de rigidez.	
u_i :	Primera coordenada de desplazamiento horizontal.	
v_i :	Primera coordenada de desplazamiento vertical.	
θ_j :	Primera coordenada de rotación.	
u_j :	Segunda coordenada de desplazamiento horizontal.	
v_j :	Segunda coordenada de desplazamiento vertical.	
θ_j :	Segunda coordenada de rotación.	
ρ :	Densidad	kg/m ³

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. ÁREA PROBLEMÁTICA

1.1.1. Descripción del problema

La Sociedad Minera El brocal es un complejo minero polimetálico que produce concentrados de cobre, zinc, plata y plomo. Está ubicada en el Distrito de Tinyahuarco, Provincia y Región de Cerro de Pasco a 10 km de la ciudad de Pasco y a una altitud de 4,250 msnm, en el asiento minero de Colquijirca y la Planta Concentradora de Huaraucaca como se muestra en la Figura 1.



Figura 1 Unidad Minera El Brocal

Fuente: Elaboración propia – (Google Maps – 2021).

Sociedad Minera El Brocal realiza el procesamiento del mineral de cobre (Cu), plomo (Pb) y zinc (Zn), los minerales gruesos son extraídos de las operaciones tajo abierto y son transportados a través de tres fajas transportadoras (CV – Conveyor Belt) tipo overland o sobre terreno de 36 pulgadas a una velocidad de 4.2 m/s, con carga máxima de mineral de 900 toneladas/hora (tph).

Las fajas transportadoras presentan las siguientes características.

- Faja tipo overland (CV-002A), longitud de 986 metros.
- Faja tipo overland (CV-002B), longitud de 2787 metros.
- Faja tipo overland (CV-003), longitud de 1584 metros.

Se han reportado problemas estructurales a causa de un impacto de la tolva de un camión donde se produjo una alteración estructural, siendo el tramo 2 – 3 el más afectado de la estructura de la Faja transportadora CV-002B, por ende, la empresa OHL industrial Chile encargado del diseño y montaje realizó algunas reparaciones con el fin de asegurar la estabilidad estructural.

Razón por el cual, la presente tesis evaluará el comportamiento dinámico de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4 como muestra la Figura 2, mediante el análisis modal en operación (OMA) con sensores piezoeléctricos – acelerómetros, para las condiciones y parámetros de diseño correspondientes a una operación actual de 900 toneladas/hora (tph), para determinar las frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura de dicha faja transportadora.

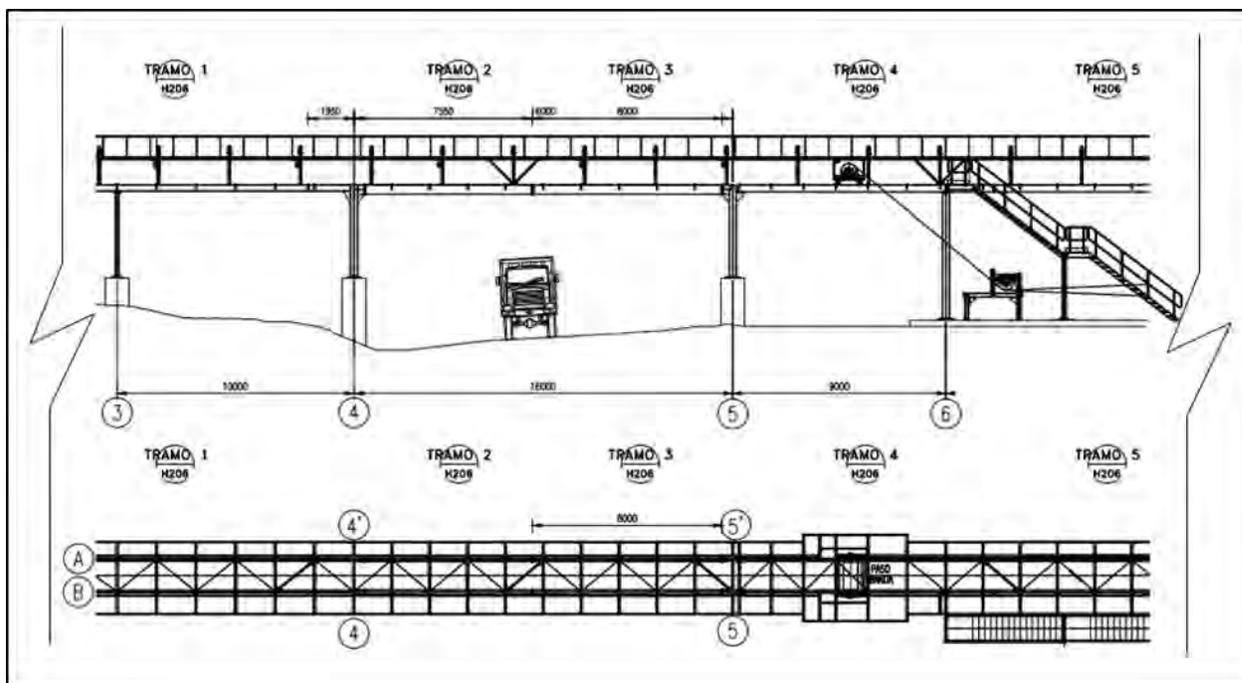


Figura 2 Faja transportadora tipo overland tramo 1 – 4.

Fuente: Elaboración propia – (Minera El Brocal).

Donde el comportamiento dinámico comprende en analizar las frecuencias naturales, poniéndole énfasis a los conceptos básicos de dinámica estructural y la ecuación diferencial de movimiento, según los grados de libertad. Cabe resaltar que el comportamiento dinámico se desarrolla de acuerdo al modelo del sistema y a las condiciones que se establecen en la misma, según sus propiedades dinámicas y condiciones iniciales de movimiento.

Se realiza la interpretación de resultados del comportamiento dinámico de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, según normas del Instituto Alemán de Normalización DIN 4150-3 (Structural Vibration - Effects of Vibration on Structures) y la Organización de Normalización o Estandarización ISO 10816-3 (Evaluación de Vibración en máquinas por mediciones en partes no rotativas).



Figura 3 Estructura de la faja transportadora, tramo 1 – 4.

Fuente: Elaboración propia – Unidad Minera El Brocal.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1. Problema general

¿Cómo garantizar la estabilidad estructural de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, en la Sociedad Minera El Brocal?

1.3. PLANTEAMIENTO DE OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Estudiar el comportamiento dinámico de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, mediante el análisis modal operacional en la Sociedad Minera El Brocal.

1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar el cálculo analítico de frecuencias naturales mediante la dinámica estructural de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4.
- Determinar frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, mediante el método de elementos finitos (FEM) con el software ANSYS.
- Realizar adquisición de data vibracional en la Unidad Minera El Brocal de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, para el post procesamiento del Análisis Modal Operacional (OMA).
- Interpretar resultados del comportamiento dinámico de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4.

1.4. JUSTIFICACIÓN

La presente tesis estará enfocada en encontrar frecuencias naturales y modos de vibración donde se puede detectar problemas estructurales por resonancia o por falta de rigidez mediante una de las técnicas del mantenimiento predictivo muy aplicada en la industria minera, pesquera, agroindustrial como en naves industriales, fajas transportadoras, zarandas, molino de bolas, etc. se

trata del análisis modal operacional (OMA) y a su vez se aplicará conocimientos básicos brindados en la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica.

1.5. VARIABLES

1.5.1. Variables independientes

- Data vibracional en campo.
- Frecuencia de excitación.
- Frecuencia natural.
- Amplitud de Desplazamiento (mm).
- Amplitud de Velocidad (mm/s).
- Amplitud de Aceleración (mm/s^2).

1.5.2. Variable dependiente

- Comportamiento dinámico.

1.6. HIPÓTESIS

Mediante el análisis modal operacional se determinará las frecuencias naturales y modos de vibración para garantizar la estabilidad estructural de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, en la Sociedad Minera El Brocal.

1.7. ALCANCES Y LIMITACIONES

1.7.1. Alcances

- Para el análisis modal operacional se determinará las condiciones del contorno de la faja transportadora.
- Se realizará el cálculo analítico teniendo en cuenta el marco teórico bien detallado.
- Se determinará frecuencias naturales y modos de vibración mediante el método FEM, utilizando el software ANSYS.

- Se realizará adquisición de data vibracional en campo, para el post procesamiento con el software Artemis modal.
- Se realizará la interpretación de resultados encontrados.

1.7.2. Limitaciones

- Para el cálculo analítico de frecuencias naturales se considerará grados de libertad en el plano X-Y.
- Para este análisis se efectuará con la carga máxima de mineral que transporta la faja transportadora CV-002 que es de 900 toneladas/hora (tph).

1.8. METODOLOGÍA

Método de investigación: Método cuantitativo

“Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer pautas de comportamiento y probar teorías.”

(Sampieri, 2014, pág. 7).

Tipo: Aplicada

“Es aquella cuyo propósito es dar solución a problemas prácticos.” (Caballero, 2013, pág. 39).

Nivel: Descriptiva - Analítico:

“Busca especificar propiedades y características importantes de cualquier fenómeno que se analice. Describen tendencias de un grupo o población.” (Sampieri, 2014, pág. 92).

Diseño: No experimental o ex post facto.

“La investigación no experimental son estudios que se realizan sin la manipulación deliberada de variables y en los que solo se observan los fenómenos en su ambiente natural para analizarlos.” (Sampieri, 2014, pág. 4).

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

2.1 ESTADO DEL ARTE

2.1.1. *Antecedentes*

La tesis consiste en el estudio del comportamiento dinámico de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4 mediante el análisis modal operacional, para el desarrollo se tiene los siguientes antecedentes:

Según (GÓMEZ GONZÁLES & HERRERA CASTAÑEDA, 2011), en el desarrollo de su tesis, **“Comparativo entre un análisis modal experimental y un análisis modal en operación realizado sobre un rotorkit”**; determina para realizar un análisis modal en operación se requieren otro tipo de sensores a los que se emplearon en esta tesis sobre el rotorkit, tales como sensores de proximidad, los cuales permiten llegar a conocer las características vibratorias de Rotor.

Según (COTAQUISPE HUAMANI, 2018), en el desarrollo de su tesis, **“Análisis modal operacional de una estructura marítima”**; confirma el buen desempeño de esta técnica EFDD (Descomposición en el Dominio de la Frecuencia), puesto que los resultados obtenidos en los distintos ensayos experimentales presentan una gran correlación con los resultados del análisis numérico.

Según (URRUTICOECHEA OLLOQUIEGUI, 2018), en el desarrollo de su tesis, **“Análisis del comportamiento dinámico de una estructura ligera sometida a la acción de un peatón”**; determina que el método empleado para caracterizar dinámicamente a la losa mediante un ensayo modal ha resultado ser totalmente fiable. Se puede afirmar que el ensayo de impacto con martillo instrumentado es suficientemente valido para provocar una excitación controlada sobre estructuras similares de pequeño tamaño.

2.2. MARCO TEÓRICO

2.2.1. Cinta o faja transportadora

Una cinta transportadora o transportador de banda es un sistema de transporte continuo formado por una banda continua que se mueve entre dos tambores.

Según (Ingemecánica - Ingeniería, 2016) por lo general, la banda es arrastrada por la fricción de sus tambores, que a la vez este es accionado por su motor. Esta fricción es la resultante de la aplicación de una tensión a la banda transportadora, habitualmente mediante un mecanismo tensor por husillo o tornillo tensor. El otro tambor suele girar libre, sin ningún tipo de accionamiento, y su función es servir de retorno a la banda. La banda es soportada por rodillos entre los dos tambores. Denominados rodillos de soporte.

Debido al movimiento de la banda el material depositado sobre la banda es transportado hacia el tambor de accionamiento donde la banda gira y da la vuelta en sentido contrario. En esta zona el material depositado sobre la banda es vertido fuera de la misma debido a la acción de la gravedad y/o de la inercia, en la Figura 4 muestra el esquema de una cinta transportadora.

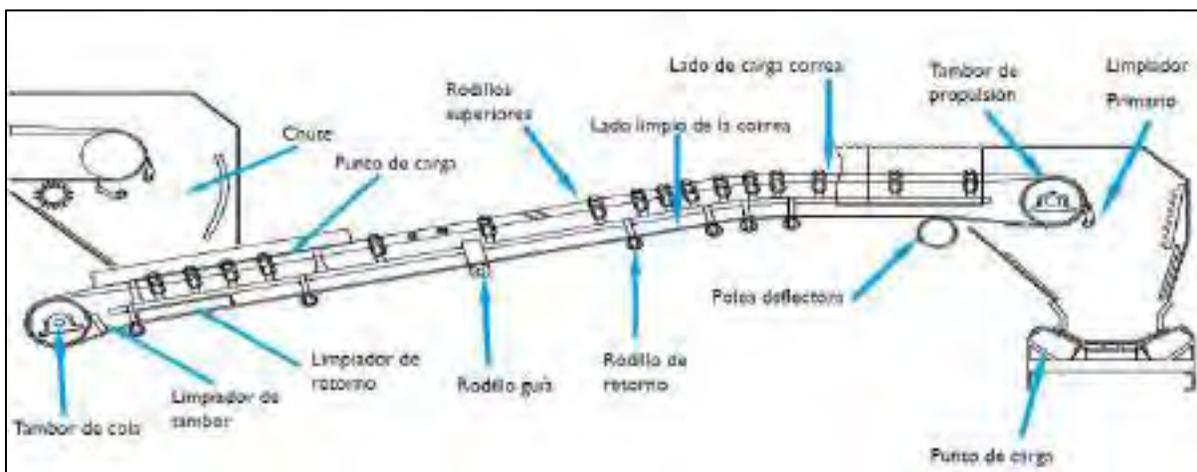


Figura 4 Esquema de cinta transportadora.

Fuente: (Ingemecánica, 2016)

2.2.2. Cálculo de capacidad de transporte

Las cintas transportadoras se usan principalmente para transportar materiales granulados, agrícolas e industriales, tales como cereales, carbón, minerales, etc. Como muestra la Figura 5.

La capacidad de transporte de una cinta es un dato técnico que siempre será preciso conocer. Esta capacidad de transporte se puede calcular haciendo uso de la Ecuación 1.

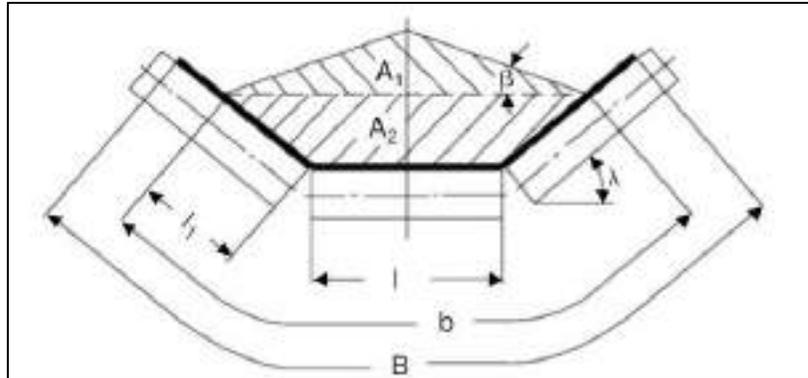


Figura 5. Esquema de sección transversal de carga de transporte.

Fuente: (Ingemecánica, 2016)

$$Q = A * v * k * 3600 \quad (1)$$

Donde:

- A : Área de la sección transversal del material e igual a la suma de A_1 y A_2 (m^2).
- B : Ancho de banda (m).
- Q : Capacidad de transporte (m^3/s).
- b : Ancho de banda del material (m).
- k : Coeficiente ángulo inclinado.
- l, l_1 : Largo rodillo de centro y de lado (m).
- v : Velocidad de la faja (m/s).
- β : Recargo ángulo del material transportado en el movimiento ($^\circ$).
- λ : Ángulo de inclinación de los rodillos ($^\circ$).

2.2.3. Problemas típicos en una faja transportadora

2.2.3.1. Desalineamiento de la faja transportadora.

Según (Ingemecánica - Ingeniería, 2016), en uso normal, la faja permanece centrada debido a los soportes inclinados de los rodillos (Polines). Si existe algún factor que empuja la correa los polines la centrarán, pero si los polines estas instalados de manera defectuosa o tiene un desgaste excesivo, guiarán la faja fuera del centro la cual produce desalineamiento, por lo tanto; generarán vibraciones filtradas como se muestra en la Figura 6.



Figura 6 Desalineamiento de faja transportadora.

Fuente: (Ingemecánica, 2016)

2.2.3.2. Desperfectos en la estructura de la faja transportadora.

Un polín desalineado, algún golpe que haya deformado la estructura, un hundimiento en el suelo o incluso una mala alineación del tensor de gravedad son condiciones suficientes para que la banda se desplace de su centro. (Ingemecánica - Ingeniería, 2016)

2.2.3.3. Inconvenientes en la carga del material.

Este efecto puede ser generado cuando el material específicamente cae fuera del centro de la faja o bien cuando no se produce una carga uniforme y terrones más grandes quedan sólo de un lado de la banda, como muestra la Figura 7. (Ingemecánica - Ingeniería, 2016)

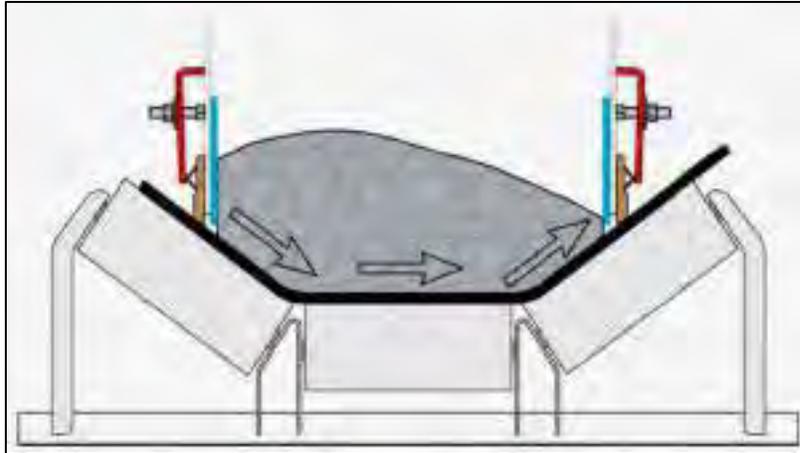


Figura 7 Esquema de carga descentrada.

Fuente: (Ingemecánica, 2016)

2.3. VIBRACIONES BÁSICAS

Según (Rao, 2012), cualquier movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo se llama vibración u oscilación. El vaivén de un péndulo y el movimiento de una cuerda pulsada son ejemplos comunes de vibración. La teoría de la vibración tiene que ver con el estudio de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas asociadas con ellos.

2.3.1. Vibración libre

Si se deja que un sistema vibre por sí mismo después de una perturbación inicial, la vibración resultante se conoce como vibración libre. Ninguna fuerza externa actúa en el sistema, la oscilación de un péndulo simple es un ejemplo de vibración libre, (Rao, 2012).

2.3.2. Vibración forzada

Según (Rao, 2012), si un sistema se somete a una fuerza externa (una fuerza repetitiva), la vibración resultante se conoce como vibración forzada. La oscilación que aparece en máquinas como motores diésel es un ejemplo de vibración forzada.

2.3.2.1. Resonancia

Según (Rao, 2012), si la frecuencia de la fuerza externa coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, ocurre una condición conocida como resonancia, y el sistema sufre

oscilaciones peligrosamente grandes. Las fallas de estructuras como edificios, puentes, turbinas y alas de avión se han asociado a la ocurrencia de resonancia.

2.3.3. *Vibración determinística y aleatoria*

2.3.3.1. **Vibración determinística (periódica).**

Si el valor o magnitud de la excitación que actúa en un sistema vibratorio se conoce en cualquier tiempo dado, la excitación se llama periódica. La vibración resultante se conoce como vibración determinística, (Rao, 2012).

2.3.3.2. **Vibración aleatoria.**

Si el valor de la excitación en un momento dado no se puede pronosticar, la excitación se llama aleatoria como muestra la Figura 8. En estos casos, una recopilación de registros de la excitación puede presentar cierta regularidad estadística. Es posible estimar promedios como los valores medios o medios al cuadrado de la excitación, (Rao, 2012).

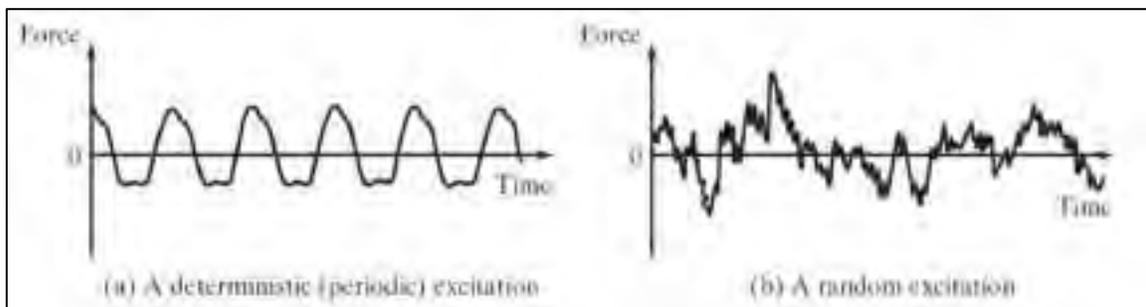


Figura 8. Fuerza externa vs tiempo.

Fuente: (Rao, Singeresu S. p. 17.)

2.3.4. **Amortiguamiento**

El proceso mediante el cual la amplitud de la vibración disminuye de manera constante se denomina amortiguamiento. En la Figura 9 muestra la disipación de la energía cinética y de deformación del sistema vibratorio, mediante diversos mecanismos de amortiguamiento, por lo tanto, es necesario incluir un mecanismo de disipación de energía en la idealización estructural para que cese el movimiento en los ensayos de vibración libre de una estructura, (CHOPRA, 2014).

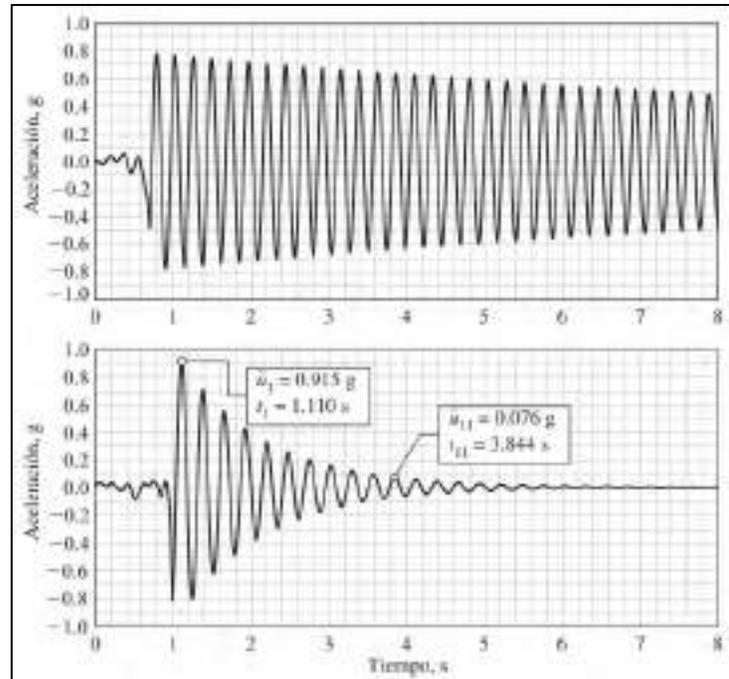


Figura 9. Aceleración vs tiempo en un sistema amortiguado.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 6)

2.3.5. Transformada de Fourier

Las señales directas de la máquina son las vibraciones en el dominio del tiempo. En estas señales se encuentra plasmada toda la información acerca del comportamiento de cada componente de la máquina. Pero hay un problema a la hora de realizar un diagnóstico: estas señales están cargadas de mucha información en forma muy compleja, la cual comprende las señales características de cada componente de la máquina, por lo cual prácticamente queda imposible distinguir a simple vista sus comportamientos característicos, (CHOPRA, 2014).

El Análisis de Fourier, permite descomponer una señal periódica como suma de una cantidad infinita de señales simples senoidales de diversas amplitudes y frecuencias mediante la herramienta matemática denominada Transformada de Fourier en su desarrollo denominado Transformada Rápida de Fourier (FFT), (Rao, 2012).

2.3.6. Dominio espectral

2.3.6.1. Dominio de la frecuencia.

Según (Escudero, 2011), el dominio de la frecuencia es uno de los términos utilizado para describir el análisis de funciones matemáticas, señales o de movimiento periódico respecto a su frecuencia. Estas señales están relacionadas con las series de Fourier, mientras que en las señales no periódicas están relacionadas con la Transformada de Fourier.

2.3.6.2. Dominio del tiempo.

Según (Escudero, 2011), es un término utilizado para describir el análisis de funciones matemáticas o señales con respecto al tiempo. Un gráfico del dominio temporal muestra la evolución de una señal en el tiempo, mientras que un gráfico frecuencial muestra las componentes de la señal según la frecuencia en la que oscilan dentro de un rango determinado.

En la Figura 10 se observa la forma en que pasa del dominio del tiempo al de la frecuencia, donde se representa una señal resultante de la superposición de cuatro ondas senoidales de diferentes frecuencias, las cuales se denominan armónicos.

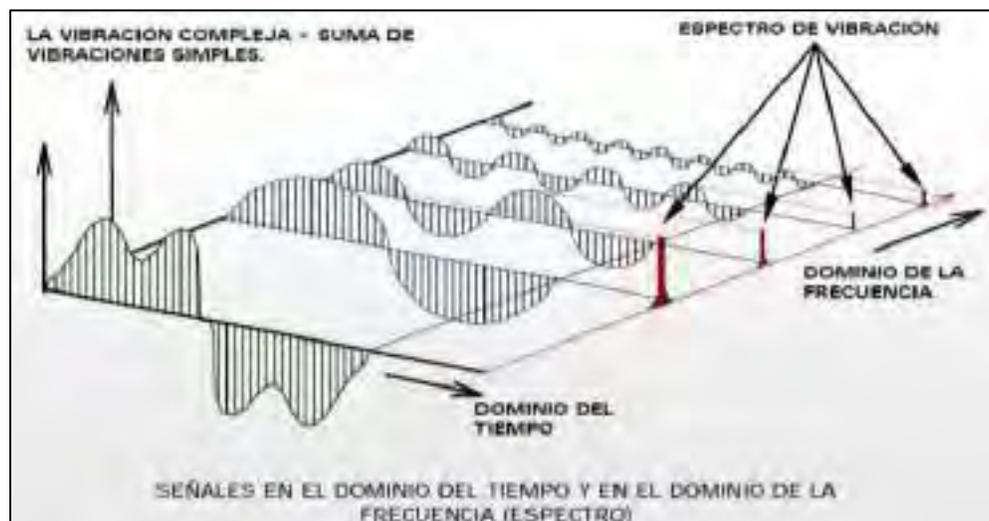


Figura 10. Representación gráfica del dominio del tiempo al de la frecuencia.

Fuente: (Escudero, 2011)

2.4. DINÁMICA ESTRUCTURAL

La dinámica estructural es un área del análisis mecánico que estudia el efecto de las acciones externas que producen vibraciones.

2.4.1. Sistema de un grado de libertad

Según (CHOPRA, 2014), el número de desplazamientos independientes requerido para definir las posiciones desplazadas de todas las masas en relación con su posición original se denomina el número de grados de libertad (GDL).

2.4.1.1. Estructura simple.

Según (CHOPRA, 2014), para poder entender el comportamiento dinámico se empieza a idealizar un modelo de sistema simple como en la Figura 11, del sistema estructural de un grado de libertad con masa concentrada “ m ” y estructura sin masa con rigidez “ k ”.

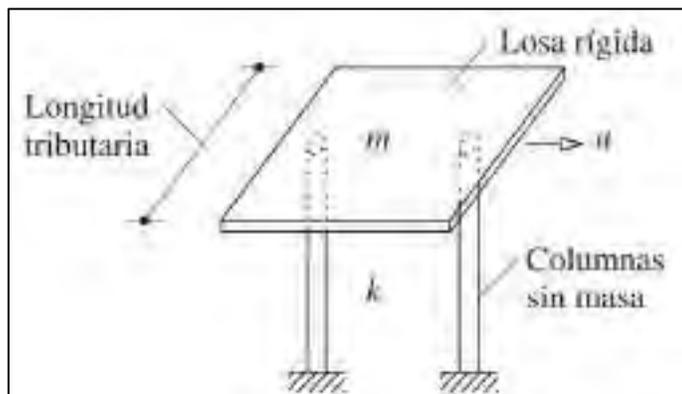


Figura 11. Representación de estructura simple.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 5)

La representación anterior se puede simplificar a un esquema en el plano de un grado de libertad, en el que el cálculo analítico sea más simple como se muestra en la siguiente Figura 12 con su respectiva gráfica de desplazamiento en función del tiempo. Idealmente estas oscilaciones continuarán de manera indefinida, por lo que no llegará al reposo que en la realidad no existe,

entonces se define la propiedad dinámica de amortiguamiento, que es el proceso mediante el cual la amplitud de la vibración disminuye, (CHOPRA, 2014).

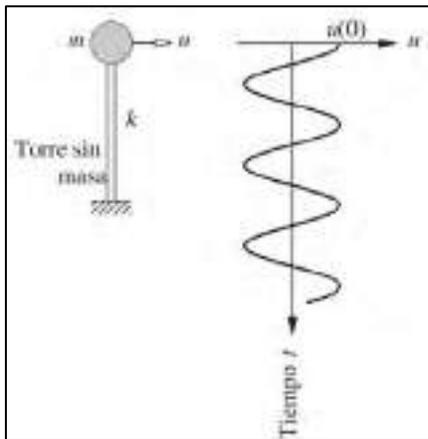


Figura 12. Gráfica idealizada en una vibración libre.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 5)

2.4.1.2. Relación de fuerza – desplazamiento.

Según (CHOPRA, 2014), Se le impone un desplazamiento “ u ” para ser soltado oscilando libremente alrededor de su posición de equilibrio inicial con una idealización más cercana a la realidad para sistemas estructurales de un grado de libertad como la que se muestra en la Figura 13 con una masa “ m ” concentrada en el nivel de losa, un marco sin masa que proporciona rigidez al sistema y un amortiguador viscoso, el cual disipa la energía de vibración.

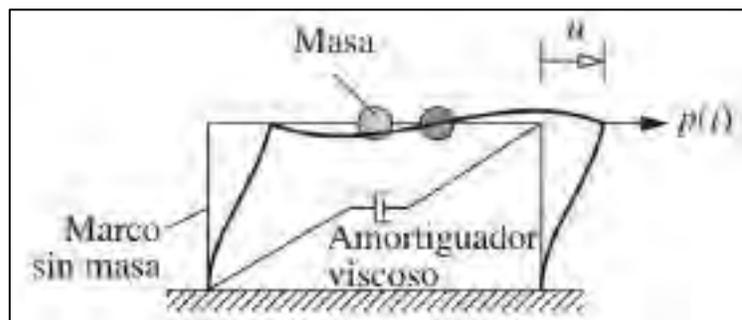


Figura 13. Sistema de un grado de Libertad.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 7)

Se va a analizar por separado la estructura con rigidez y la estructura con amortiguamiento para tener un mejor entendimiento del fenómeno físico, según las ecuaciones matemáticas. En la Figura 14 se muestra el análisis de rigidez del sistema estructural cuando se ejerce una fuerza lateral “ f_s ”, el cual tiene como respuesta una fuerza interna con la misma magnitud y dirección, pero con sentido contrario a la fuerza externa aplicada ($f_s = ku$).

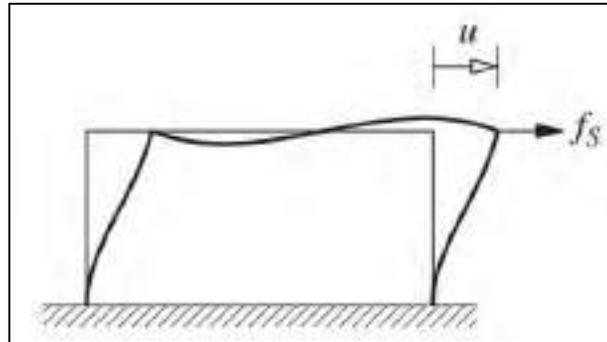


Figura 14. Modelo de estructura con rigidez.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 8)

Cabe resaltar que esta ecuación solo es válida para pequeñas deformaciones que ocurren en el campo elástico como se puede apreciar en la Figura 15, en donde la relación fuerza restaurada y desplazamiento es lineal para un rango de pequeño de desplazamiento, de lo contrario el comportamiento sería no lineal en el campo inelástico.

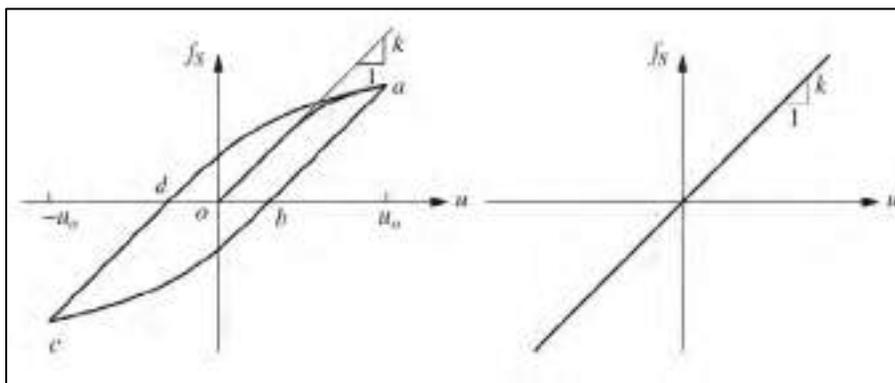


Figura 15. Fuerza restauradora vs desplazamiento.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 8)

2.4.1.3. Fuerza de amortiguamiento.

Según (CHOPRA, 2014), en la Figura 16 se muestra el análisis de amortiguamiento del sistema estructural, en el cual aparece una fuerza de amortiguamiento “ f_D ” debido a una fuerza lateral externa ($f_D = c\dot{u}$), pues en la realidad la energía del sistema en vibración se disipa a través de varios mecanismos, entre los que se incluyen la fricción en las conexiones de elementos de acero, la apertura y cierre de micro fisuras en concreto y la fricción entre la propia estructura y los elementos no estructurales.

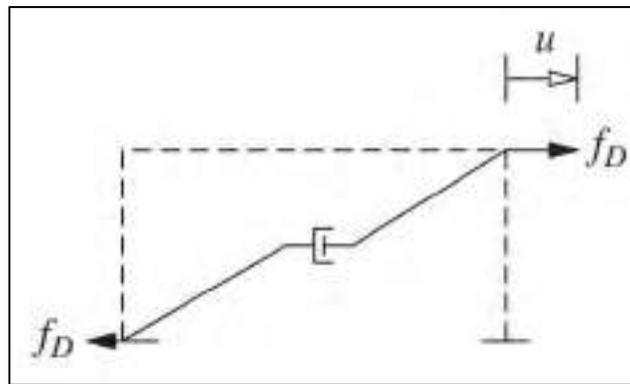


Figura 16. Modelo de estructura con amortiguamiento viscoso.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 13)

En la Figura 17 se observa el comportamiento lineal de la fuerza de amortiguamiento con la velocidad, el cual ocurre en el campo elástico para el amortiguador viscoso, (CHOPRA, 2014).

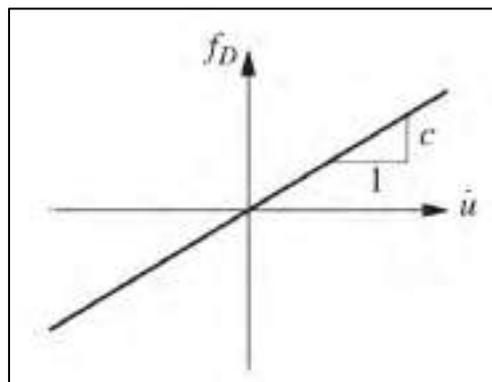


Figura 17. Fuerza de amortiguamiento vs velocidad.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 13)

2.4.1.4. Ecuación de movimiento de 1 G.L.

Con los conceptos anteriormente descritos, podemos realizar la ecuación de movimiento de un sistema estructural simple de un grado de libertad como se muestra en la Figura 18, en el que se aplica una fuerza dinámica " $p(t)$ " de manera externa en la dirección del grado de libertad del desplazamiento " u ", (CHOPRA, 2014).

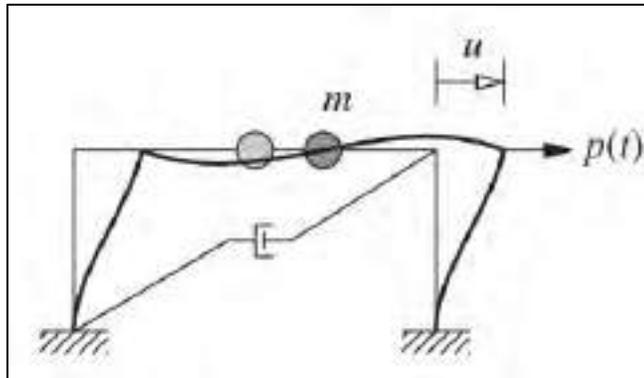


Figura 18. Modelo de estructura con rigidez y amortiguamiento.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 14)

Luego, se realiza el diagrama de cuerpo libre del esquema anterior del sistema de estructura simple para establecer la ecuación de movimiento de dicho sistema como se muestra en la Figura 19, en la que intervienen la fuerza externa " p_t ", restauradora o elástico " f_s " y de amortiguamiento " f_D ".

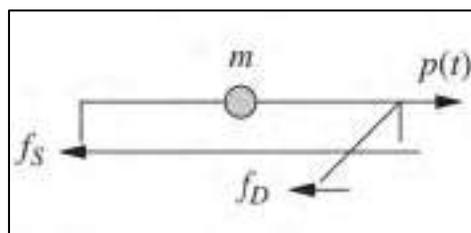


Figura 19. DCL de la masa de la estructura.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 14)

Aplicando la segunda Ley de Newton al DCL de la Figura 19 y teniendo en cuenta que la fuerza externa y el desplazamiento se encuentran en el eje x positivo:

$$\sum F_x = m\ddot{u}$$

$$p_{(t)} - f_S - f_D = m\ddot{u}$$

Reordenando la ecuación anterior:

$$m\ddot{u} + f_D + f_S = p_{(t)}$$

Finalmente, se reemplaza los valores de fuerzas de amortiguamiento y elástica para obtener la ecuación de movimiento de un grado de libertad es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_{(t)} \quad (2)$$

Donde:

- c : Coeficiente de amortiguamiento.
- f_D : Fuerza de amortiguamiento (N).
- f_S : Fuerza elástica (N).
- k : Constante de Rigidez.
- m : Masa concentrada (kg).
- $p_{(t)}$: Fuerza externa (N).
- u : Desplazamiento (m).
- \dot{u} : Velocidad (m/s).
- \ddot{u} : Aceleración (m/s^2).

2.4.2. Sistema de varios grados de libertad

2.4.2.1. Discretización.

Según (CHOPRA, 2014), una estructura reticular puede idealizarse como un conjunto de elementos como: Vigas, columnas y muros interconectados en puntos nodales o nodos como se muestra en la Figura 20.

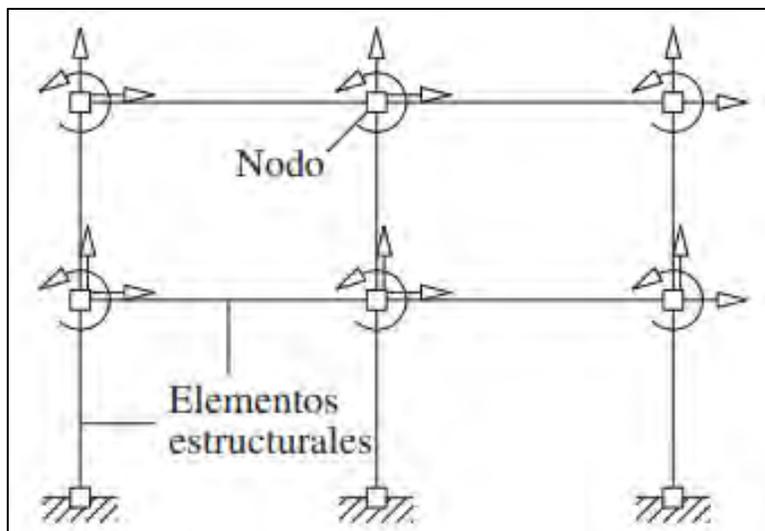


Figura 20. Grados de Libertad en una estructura de dos dimensiones.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 353)

Los desplazamientos de los nodos son los grados de libertad, que por lo general un nodo en el plano bidimensional tiene tres grados de libertad (dos traslaciones y una rotación). En la mayoría de los casos las deformaciones axiales de las vigas y columnas pueden despreciarse, por lo que en este caso se tendría 8 grados de libertad como se muestra en la Figura 21.

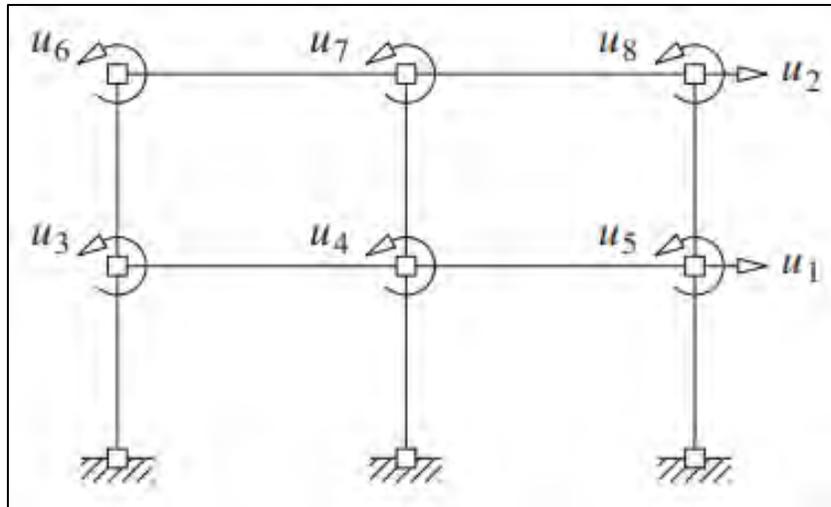


Figura 21. Grados de Libertad simplificado en una estructura bidimensional.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 353)

Para establecer la ecuación de movimiento para varios grados de libertad es necesario describir las fuerzas actuantes en el sistema de forma matricial y aplicar la segunda Ley de Newton, por lo que en la Figura 22 se muestra un marco plano de dos niveles en el que se aplican dos fuerzas externas $p_1(t)$ y $p_2(t)$ en los nodos mostrados, además los momentos externos del $p_3(t)$ al $p_8(t)$ son despreciables en la mayoría de casos prácticos (CHOPRA, 2014).

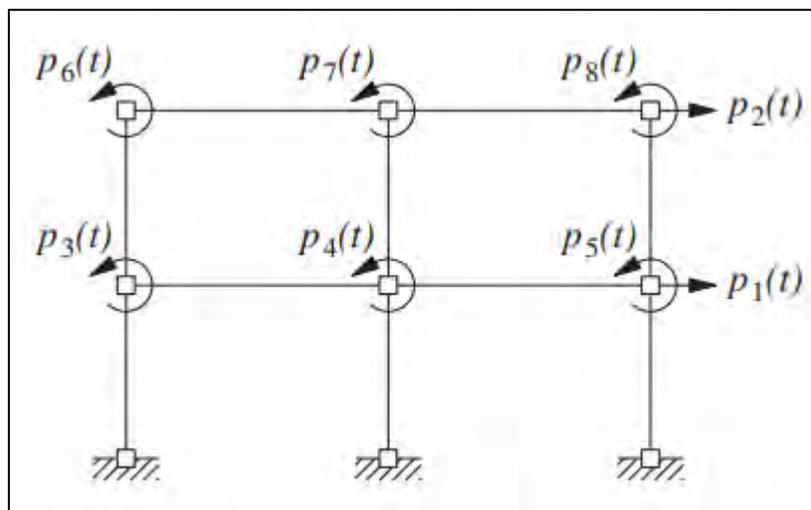


Figura 22. Fuerzas dinámicas externas en una estructura bidimensional.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 353)

2.4.2.2. Fuerzas elásticas.

Según (CHOPRA, 2014), la fuerza f_{si} en el grado de libertad i , asociada con los desplazamientos u_j , desde $j=1$ a N se obtiene por suposición la Ecuación 3, tomando en consideración la Figura 23.

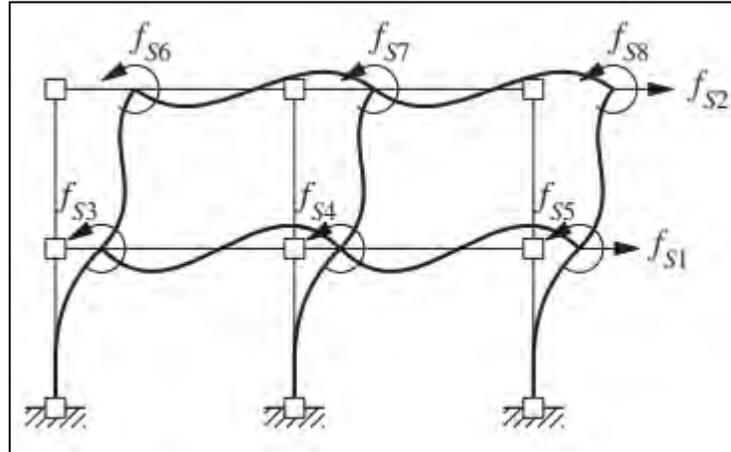


Figura 23. Desplazamientos por fuerzas elásticas en una estructura bidimensional.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 354)

$$f_{si} = k_{i1}u_1 + k_{i2}u_2 + \dots + k_{ij}u_j + \dots + k_{iN}u_N \quad (3)$$

Representando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \\ \vdots \\ f_{sN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1j} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2j} & \dots & k_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{N1} & k_{Nj} & \dots & k_{Nj} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix}$$

Donde:

- f_{si} : Fuerza elástica en i (N).
- k_{ij} : Constante de rigidez del elemento estructural ij .
- u_j : Desplazamiento en j (m).

2.4.2.3. Fuerzas de amortiguamiento.

Según (CHOPRA, 2014), la fuerza f_{Di} en el grado de libertad i , asociada con las velocidades \dot{u}_j , desde $j=1$ a N se obtiene por superposición la Ecuación 4, tomando en consideración la Figura 24.

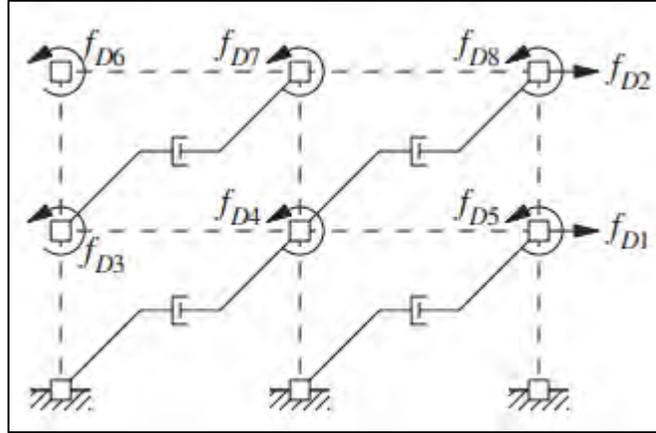


Figura 24. Velocidades por fuerzas de amortiguamiento en una estructura bidimensional.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 355)

$$f_{Di} = c_{i1}\dot{u}_1 + c_{i2}\dot{u}_2 + \dots + c_{ij}\dot{u}_j + \dots + c_{iN}\dot{u}_N \quad (4)$$

Representando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \vdots \\ f_{DN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2j} & \dots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{N1} & c_{Nj} & \dots & c_{Nj} & \dots & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{Bmatrix}$$

Donde:

- f_{Di} : Fuerza de amortiguamiento en i (N).
- c_{ij} : Constante de amortiguamiento del elemento estructural ij .
- \dot{u}_j : Velocidad en j (m/s).

2.4.2.4. Fuerzas de inercia.

Según (CHOPRA, 2014), la fuerza f_{Ii} en el grado de libertad i , asociada con las aceleraciones \ddot{u}_j , desde $j=1$ a N se obtiene por superposición la Ecuación 5, tomando en consideración la Figura 25.

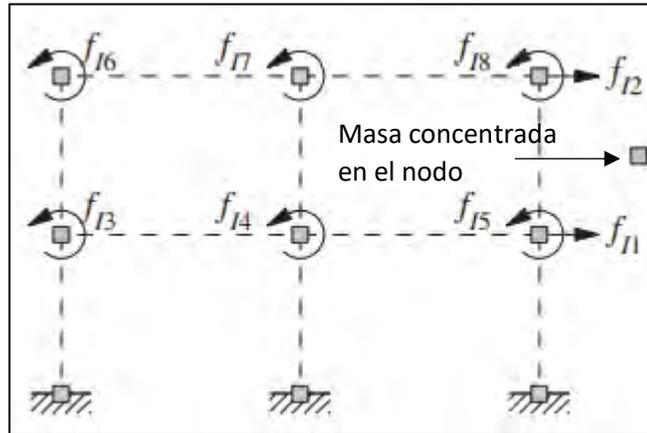


Figura 25. Aceleraciones por fuerzas de amortiguamiento en una estructura bidimensional.

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 356)

$$f_{Ii} = m_{i1}\ddot{u}_1 + m_{i2}\ddot{u}_2 + \dots + m_{ij}\ddot{u}_j + \dots + m_{iN}\ddot{u}_N \quad (5)$$

Representando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ \vdots \\ f_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2j} & \dots & m_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{N1} & m_{Nj} & \dots & m_{Nj} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_N \end{Bmatrix}$$

Donde:

- f_{Ii} : Fuerza de Inercia en i (N).
- m_{ij} : Masa del elemento estructural ij (kg).
- \ddot{u}_j : Aceleración en j (m/s^2).

2.4.2.5. Ecuación de movimiento de V.G.D.L.

Finalmente, se aplica la segunda Ley de Newton a las fuerzas descritas anteriormente para obtener la ecuación de movimiento de varios grados de libertad, teniendo en cuenta que la fuerza externa y el desplazamiento se encuentran en el eje x positivo:

$$\begin{aligned}\sum [F_x] &= [M]\{\ddot{u}_{(t)}\} \\ [f_D] + [f_S] - [p_{(t)}] &= [M]\{\ddot{u}_{(t)}\} \\ [M]\{\ddot{u}_{(t)}\} + [f_D] + [f_S] &= [p_{(t)}]\end{aligned}\quad (6)$$

Según (CHOPRA, 2014), la Ecuación 6 es un sistema de N ecuaciones diferenciales ordinarias que controlan los desplazamientos \mathbf{u}_t debido a las fuerzas \mathbf{p}_t aplicadas y es la ecuación equivalente para varios grados de libertad de la ecuación para un sistema de un grado de libertad, en el que cada término de la ecuación escalar se ha convertido en un vector o una matriz de orden N. A su vez la cantidad “N” es el número de grados de libertad en el sistema de varios grados de libertad.

Reemplazando valores para las fuerzas descritas anteriormente:

$$[M]\{\ddot{u}_{(t)}\} + [C]\{\dot{u}_{(t)}\} + [K]\{u_{(t)}\} = \{p_{(t)}\} \quad (7)$$

Donde:

- [C]: Matriz de Amortiguamiento de dimensión NxN.
- [K]: Matriz de Rigidez de dimensión NxN.
- [M]: Matriz de Masa de dimensión NxN.
- $\{p_{(t)}\}$: Vector de dimensión Nx1 de las variaciones temporales de las fuerzas.
- $\{u_{(t)}\}$: Vector de dimensión Nx1 de las variaciones temporales de los desplazamientos.
- $\{\dot{u}_{(t)}\}$: Vector de dimensión Nx1 de las variaciones temporales de las velocidades.
- $\{\ddot{u}_{(t)}\}$: Vector de dimensión Nx1 de las variaciones temporales de las aceleraciones.

2.4.3. Vibración libre sin amortiguamiento

Para el cálculo analítico se utiliza vibración libre por tener buena aproximación numérica en las frecuencias naturales y los modos de vibración, además de la simplicidad de los cálculos. Además, se entiende que el movimiento es sin ninguna excitación dinámica o fuerza externa y sin amortiguamiento, por lo que la ecuación se reduce a:

$$[M]\{\ddot{u}_{(t)}\} + [K]\{u_{(t)}\} = 0 \quad (8)$$

Donde:

- $[K]$: Matriz de Rigidez de dimensión $N \times N$.
- $[M]$: Matriz de Masa de dimensión $N \times N$.
- $\{p_{(t)}\}$: Vector de dimensión $N \times 1$ que recoge las variaciones temporales de las fuerzas.
- $\{u_{(t)}\}$: Vector de dimensión $N \times 1$ que recoge las variaciones temporales de los desplazamientos.
- $\{\ddot{u}_{(t)}\}$: Vector de dimensión $N \times 1$ que recoge las variaciones temporales de las aceleraciones.

2.4.4. Frecuencias naturales

Según (CHOPRA, 2014), se establece una solución para la Ecuación 8, en el que el desplazamiento está en función del modo natural " ϕ_n " y una función de variación de desplazamientos que depende del tiempo " $q_{n(t)}$ ":

$$u_{(t)} = q_{n(t)}\phi_n \quad (9)$$

La variación de los desplazamientos se describe mediante la función armónica simple:

$$q_{n(t)} = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \quad (10)$$

Donde A_n y B_n son constante que pueden determinarse a partir de las condiciones iniciales que inician el movimiento. Ahora se reemplaza la Ecuación 10 a la Ecuación 9 y se obtiene el desplazamiento:

$$u_{(t)} = \Phi_n(A_n \cos \omega_n t + B_n \sen \omega_n t)$$

Donde ω_n y Φ_n son las frecuencias y los modos respectivamente.

Derivamos dos veces para obtener la aceleración:

$$\dot{u}_{(t)} = \Phi_n(-A_n \omega_n \sen \omega_n t + B_n \omega_n \cos \omega_n t)$$

$$\ddot{u}_{(t)} = \Phi_n(-A_n \omega_n^2 \cos \omega_n t - B_n \omega_n^2 \sen \omega_n t)$$

$$\ddot{u}_{(t)} = -\Phi_n \omega_n^2 (A_n \cos \omega_n t + B_n \sen \omega_n t)$$

Luego, se reemplaza el desplazamiento y la aceleración en la Ecuación 8:

$$[M](-\Phi_n \omega_n^2 (A_n \cos \omega_n t + B_n \sen \omega_n t)) + [K](\Phi_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sen \omega_n t)) = 0$$

Se elimina el término común entre paréntesis, quedando lo siguiente:

$$[M](-\Phi_n \omega_n^2) + [K](\Phi_n) = 0$$

Factorizando el modo de frecuencia " Φ_n ":

$$([K] - \omega_n^2 [M])\Phi_n = 0$$

La única solución no trivial posible es que la determinante del primer término entre paréntesis de la ecuación anterior sea igual a cero y se conoce como ecuación característica:

$$|[K] - \omega_n^2 [M]| = 0 \quad (11)$$

La ecuación característica es de orden N y tiene N raíces reales para ω_n^2 , por lo que determinan las N frecuencias naturales de vibración ω_n ($n=1, 2, \dots, N$) dispuestas en convención para la secuencia de menor a mayor ($\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$), que son conocidas como valores propios.

Cabe recalcar que la unidad de frecuencia natural de ω_n está en rad/s, por lo que se debería dividir entre 2π para pasar a las unidades de 1/s o Hz.

2.4.5. Frecuencias resonantes

Según (CHOPRA, 2014), una frecuencia resonante se define como la frecuencia de excitación en la que se presenta la amplitud más grande de la respuesta. Para un sistema sin amortiguamiento la frecuencia resonante del desplazamiento, velocidad y aceleración son idénticas e iguales a la frecuencia natural del sistema “ ω_n ”.

En la Figura 26 se muestra el ancho de banda de las frecuencias, el cual es una propiedad importante para establecer el rango en el que las frecuencias de excitación pueden trabajar sin llegar a la resonancia.

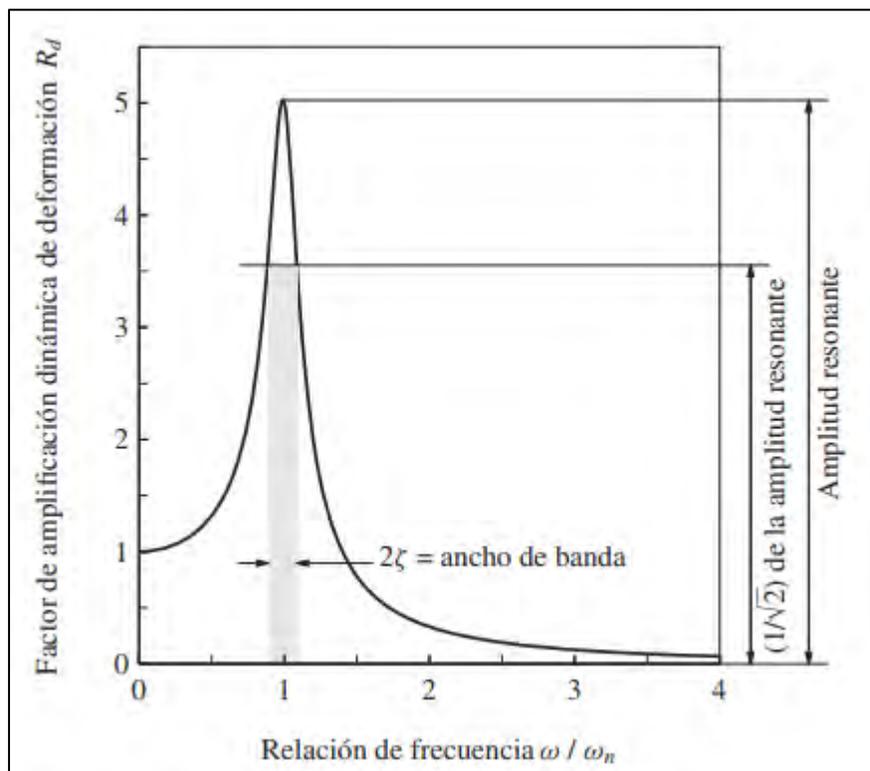


Figura 26. Ancho de banda de frecuencias

Fuente: (CHOPRA, Anil K. p. 83)

Si ω_a y ω_b son las frecuencias de excitación a cada lado de la frecuencia resonante, en el que la amplitud es $1/\sqrt{2}$ de la amplitud resonante, el ancho de banda se define:

$$\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n} = 2\zeta \quad (12)$$

2.4.6. Discretización de la matriz de rigidez

Según (Uribe, 2000), para el caso de una viga o columna prismática de un pórtico plano cuya representación gráfica se muestra en la Figura 27, en el que se incluyen fuerza axial, de corte y momento de flexión, su planteamiento matricial de rigidez se representa en la Ecuación 13.

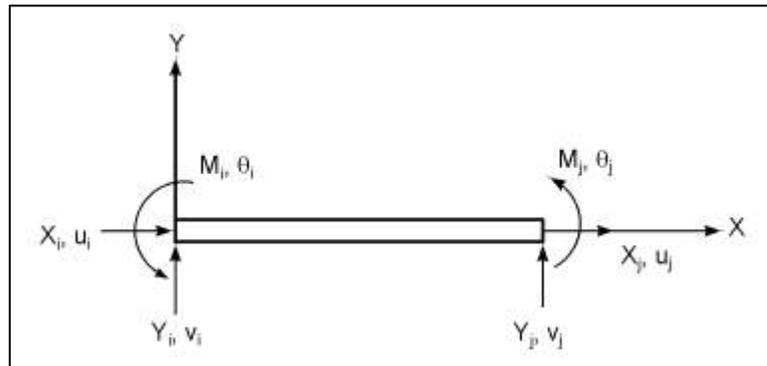


Figura 27. Elemento de viga sometido a fuerza axiales, corte y flexión.

Fuente: (Uribe, Jairo E. p. 488)

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (13)$$

Donde:

- X_i : Fuerza i en el eje x (N).
- Y_i : Fuerza i en el eje y (N).
- M_i : Momento de flexión i alrededor del eje z (N.m).
- X_j : Fuerza j en el eje x (N).
- Y_j : Fuerza j en el eje y (N)
- M_j : Momento de flexión j alrededor del eje z (N.m).
- k_{ij} : Constante de rigidez del elemento estructural ij.

- u_i : Desplazamiento i en el eje x (m).
- v_i : Desplazamiento i en el eje y (m).
- θ_i : Rotación i alrededor del eje z (rad).
- u_j : Desplazamiento j en el eje x (m).
- v_j : Desplazamiento j en el eje y (m).
- θ_j : Rotación j alrededor del eje z (rad).

2.4.6.1. Matriz de rigidez de la viga.

Una viga sometida a fuerza axial, de corte y momento flector se puede descomponer como se muestra en la Figura 28 para analizarlo por separado y después aplicar la superposición respectiva.

Cabe resaltar que la convención para el elemento de viga tipo pórtico es de izquierda a derecha, donde la posición “i” se lee primero y después la posición “j” para el cálculo analítico.

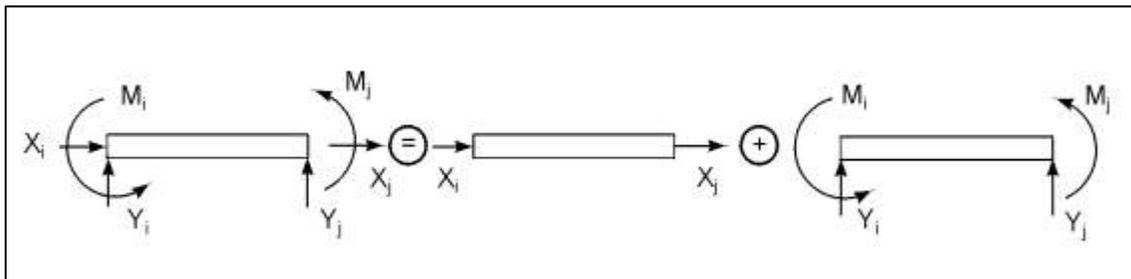


Figura 28. Equivalencia de una viga por superposición.

Fuente: (Uribe, Jairo E. p. 489)

La fuerza axial genera una elongación a la viga como se muestra en la Figura 29.

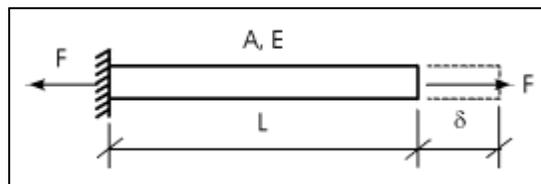


Figura 29. Viga sometida a fuerza axial.

Fuente: (Uribe, Jairo E. p. 428)

Esta elongación o desplazamiento está dada por la siguiente Ecuación 14:

$$\delta = \frac{FL}{EA} \quad (14)$$

Donde:

- A: Área de sección transversal (m^2).
- E: Módulo de Elasticidad o de Young (Pa).
- F: Fuerza axial (N).
- L: Longitud (m).
- δ : Elongación (m).

Se acomoda la Ecuación 14 para hacer una comparación con el resorte elástico:

$$F = \frac{AE}{L} \delta$$

Por lo que la constante de rigidez vendría a ser:

$$k = \frac{AE}{L} \quad (15)$$

La ecuación de desplazamiento correspondiente a la fuerza axial es:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (16)$$

Para el análisis de corte y flexión se considera la Figura 30.

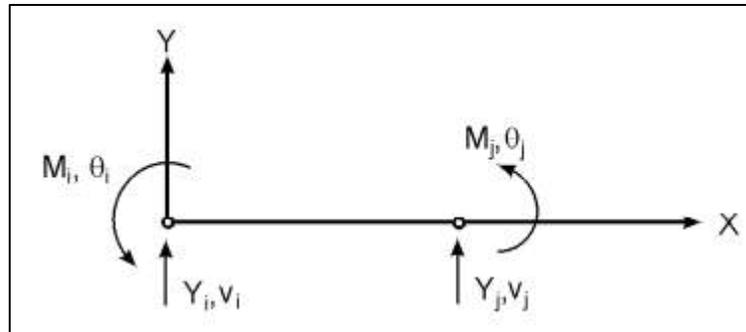


Figura 30. Viga sometida a corte y flexión.

Fuente: (Uribe, Jairo E. p. 463)

Teniendo en cuenta el equilibrio estático de la viga se tiene cuatro grados de libertad, pues en los extremos de los nodos no hay desplazamiento en el eje x, tal como se muestra en la Figura 31.

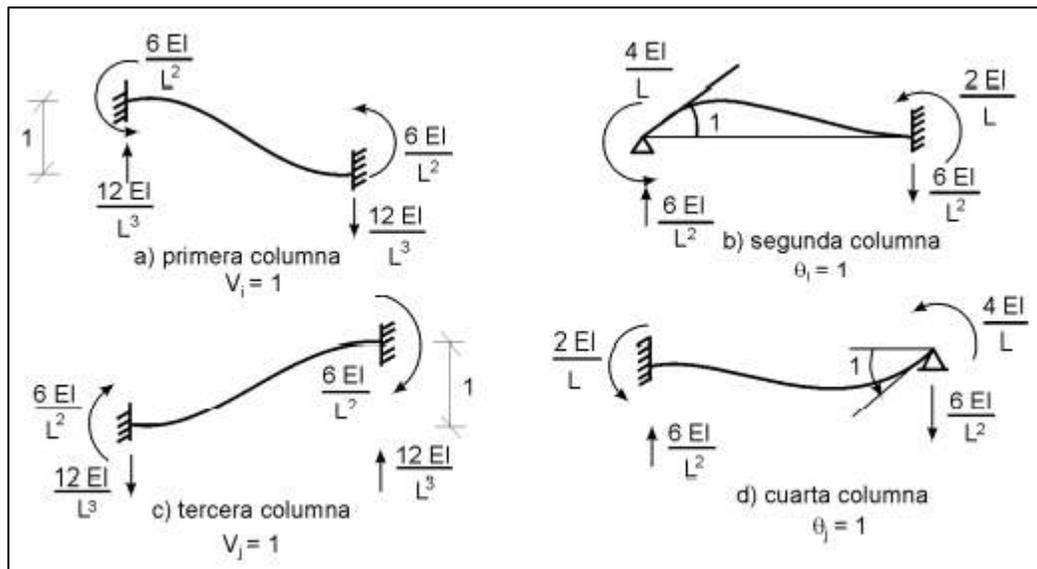


Figura 31. Desplazamientos de la viga sometida a corte y flexión.

Fuente: (Uribe, Jairo E. p. 464)

Ahora se procede a ensamblar los términos correspondientes a los cuatro grados de libertad de la viga mostradas en la Figura 30, con la debida consideración a la convención de signos adoptada (fuerzas hacia arriba y momentos antihorarios son positivos), se obtiene la matriz de desplazamiento correspondiente a la fuerza de corte y el momento flector:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ahora se superpone la Ecuación 16 y la Ecuación 17 para obtener la matriz de desplazamientos completo correspondiente a la matriz de rigidez equivalente de la viga en una estructura tipo pórtico:

$$[K]_{viga} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Donde:

- A: Área de sección transversal del elemento estructural (m^2).
- E: Modulo de Young (Pa).
- I: Momento de Inercia respecto al eje z (m^4).
- K_{viga} : Matriz de rigidez de la viga.
- L: Longitud del elemento estructural (m).

2.4.6.2. Matriz de rigidez de la columna.

De manera similar al análisis de la viga, se puede plantear la matriz de rigidez equivalente de la columna de una estructura tipo pórtico sometido a fuerzas axial, de corte y momento flector.

Cabe resaltar que la convención para el elemento de columna tipo pórtico es de abajo hacia arriba, donde la posición “i” se lee primero y después la posición “j” para el cálculo analítico.

$$[K]_{columna} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Donde:

- A: Área de sección transversal del elemento estructural (m^2).
- E: Modulo de Young (Pa).
- I: Momento de Inercia respecto al eje z (m^4).
- L: Longitud del elemento estructural (m).
- $K_{columna}$: Matriz de rigidez de la columna.

2.4.7. Discretización de la matriz de masa

Según (Tesis de la Cuenca Ecuador, 2010), se sigue el mismo procedimiento para la obtención de la matriz de rigidez, en el que se obtiene la matriz de masa de cada elemento en ejes locales para posteriormente ensamblarlas en un sistema global tomando las siguientes consideraciones:

- Debe existir simetría, tanto de la matriz como de las propiedades de los elementos.
- Todos los elementos de la masa deben conservarse, así como el momento lineal.
- La matriz de masa debe ser positiva.

Para el cálculo de masa de un elemento pórico se emplea la matriz de masa consistente de Euler – Bernoulli con el concepto de energía cinética:

Se analizará por separado la matriz de masa sometida a carga axial “ M_{Ca}^e ” y al momento flector “ M_{Cf}^e ”, para luego juntarlas y obtener la matriz de masa total.

La ecuación de masa bajo carga axial es:

$$M_{Ca}^e = \rho AL \int_0^1 [N^e]^T [N^e] d\xi \quad (20)$$

Pues su deformación involucra a toda su longitud “L”, por ello se integra de 0 a 1.

La ecuación de masa sometido a momento flector es:

$$M_{Cf}^e = \frac{1}{2} \rho AL \int_{-1}^1 [N^e]^T [N^e] d\xi \quad (21)$$

Pues su deformación parte de la mitad de la sección transversal del elemento estructural, por ello se integra de -1 a 1 y se divide entre 2 a toda la ecuación, siendo “[N^e]” la matriz de deformación del elemento de masa y “[N^e]^T” la matriz transpuesta de deformación del elemento de masa.

2.4.7.1. Matriz de masas bajo cargas axiales.

Según (Tesis de la Cuenca Ecuador, 2010), los desplazamientos de forma “N” depende de las deformaciones (ξ) y para el caso de las cargas axiales, donde las deformaciones son lineales:

$$N_1 = 1 - \xi$$

$$N_2 = \xi$$

Reemplazando estos desplazamientos en la Ecuación 20:

$$M_C^e = \rho AL \int_0^1 \begin{bmatrix} 1 - \xi \\ \xi \end{bmatrix} [1 - \xi \quad \xi] d\xi$$

$$M_C^e = \rho AL \int_0^1 \begin{bmatrix} (1 - \xi)^2 & \xi(1 - \xi) \\ \xi(1 - \xi) & \xi^2 \end{bmatrix} d\xi$$

$$M_C^e = \rho AL \int_0^1 \begin{bmatrix} 1 - 2\xi + \xi^2 & \xi - \xi^2 \\ \xi - \xi^2 & \xi^2 \end{bmatrix} d\xi$$

$$M_C^e = \rho AL \begin{bmatrix} \xi - \frac{2\xi^2}{2} + \frac{\xi^3}{3} & \frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{3} \\ \frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{3} & \frac{\xi^3}{3} \end{bmatrix}_0^1 d\xi$$

$$M_C^e = \rho AL \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{2(1)^2}{2} + \frac{1^3}{3}\right) & \left(\frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3}\right) \\ \left(\frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3}\right) & \left(\frac{1^3}{3}\right) \end{bmatrix} d\xi$$

$$M_C^e = \rho AL \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{3}\right) & \left(\frac{1}{6}\right) \\ \left(\frac{1}{6}\right) & \left(\frac{1}{3}\right) \end{bmatrix} d\xi$$

$$M_C^e = \frac{1}{6} \rho AL \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} d\xi$$

Acomodando a la matriz que se juntará con los flectores:

$$M_C^e = \frac{1}{420} \rho AL \begin{bmatrix} 140 & 70 \\ 70 & 140 \end{bmatrix} d\xi \quad (22)$$

2.4.7.2. Matriz de masas sometido a momentos flectores.

Según (Tesis de la Cuenca Ecuador, 2010), Los desplazamientos de forma “N” para el caso de los momentos flexionantes, donde las deformaciones pertenecen a una ecuación cubica:

$$N_1 = \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3)$$

$$\widehat{N}_1 = \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3)$$

$$\widehat{N}_2 = \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3)$$

Cabe recalcar que tanto “ N_1 ” y “ N_2 ” son desplazamientos lineales y “ \widehat{N}_1 ”, “ \widehat{N}_2 ” son desplazamientos rotacionales.

Reemplazando estos desplazamientos en la Ecuación 21:

$$M_C^e = \frac{1}{2} \rho AL \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) \\ \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\ \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) \\ \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) & \frac{1}{4}(1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\ \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) & \frac{1}{4}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{bmatrix} d\xi$$

Se realiza el desarrollo de la matriz de 4x4 anterior, para después resolver la integración de -1 a 1 se obtiene la Ecuación 20.

$$M_C^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Finalmente, juntando la matriz de masa de fuerza axial con la matriz a flexión pura se obtiene la matriz de masa equivalente para un elemento estructural tipo pórtico mostrada en la Ecuación 24, teniendo en cuenta que para el ensamble se debe considerar la suma de los desplazamientos lineales por separado con los desplazamientos rotacionales.

$$M_C^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

La matriz de masa total es una matriz de 6x6, el cual corresponde a un elemento estructural con seis grados de libertad en el plano x – y.

Donde:

- A: Área de sección transversal del elemento estructural (m^2).
- L: Longitud del elemento estructural (m).
- M_C^e : Matriz de masa consistente total del elemento estructural (kg).
- ρ : Densidad (kg/m^3).

2.4.8. Método de sarrus

Este método nos permite hallar de manera sencilla la determinante de una matriz NxN, para ello a manera de ejemplo se establece una determinante de una matriz A de 3x3.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Luego se añade dos columnas adicionales iguales a las primeras dos columnas de la matriz original:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

El siguiente paso es multiplicar cada elemento que contiene la diagonal azul:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

De la misma manera se multiplica cada elemento que contiene la diagonal naranja:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Finalmente, se suma todos los productos generados por las diagonales azules y restamos todos los productos generados por las diagonales naranjas, según la siguiente Ecuación 25.

$$\det(A) = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}) \quad (25)$$

2.5. MECANICA DE MATERIALES

Según (Gere, 2009), la mecánica de materiales es comprender el comportamiento mecánico, que es esencial para el diseño seguro de todos los tipos de estructuras, ya sean aeroplanos y antenas, edificios y puentes, máquinas y motores o barcos y naves espaciales. Esta es la razón por la cual la mecánica de materiales es una disciplina básica en muchos campos de la ingeniería. La estática y la dinámica también son esenciales, pero estos temas tratan principalmente con las fuerzas y los movimientos asociados con partículas y cuerpos rígidos.

2.5.1. Teorema de Steiner

También llamado teorema de ejes paralelos, es la relación entre el momento de inercia con respecto a un eje centroidal y el momento de inercia con respecto a los de un eje paralelo cualquiera.

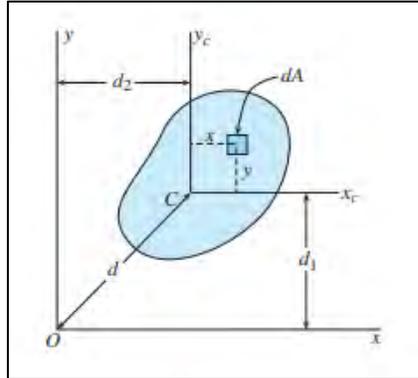


Figura 32 Diagrama a emplear en el teorema de ejes paralelos

Fuente: (Gere, 2009).

En la Figura 32 muestra un área cualquiera con centroide en el punto C, en el que se establece el eje coordenado $x_c y_c$ y un conjunto de ejes paralelos xy con origen en cualquier punto O. Las distancias entre los ejes $x_c x$ e $y_c y$ son d_1 y d_2 respectivamente, además se identifica un elemento diferencial “ dA ” con coordenadas xy con respecto a los ejes centroidales “ $x_c y_c$ ”. Entonces, se puede establecer la siguiente ecuación de momento de inercia con respecto al eje x

$$I_x = \int (y + d_1)^2 dA = \int y^2 dA + \int 2y d_1 dA + \int d_1^2 dA$$

$$I_x = \int y^2 dA + 2d_1 \int y dA + d_1^2 \int dA$$

$$I_x = \int y^2 dA + d_1^2 \int dA$$

De la misma manera se puede deducir el momento de inercia con respecto al eje y:

$$I_y = \int x^2 dA + d_2^2 \int dA$$

Luego, el momento de inercia con respecto al eje z es la suma de los momentos de inercia respecto al eje x y al eje y:

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dA$$

Por lo que, la ecuación de Steiner para cada eje es:

$$I_x = I_{xc} + Ad_1^2$$

$$I_y = I_{yc} + Ad_2^2$$

$$I_z = I_{zc} + A(d_1^2 + d_2^2)$$

$$I_z = I_{zc} + Ad^2 \quad (26)$$

Donde:

I_x : Momento de inercia respecto al eje x (m^4).

I_{xc} : Momento de inercia centroidal respecto al eje x_c (m^4).

I_y : Momento de inercia respecto al eje y (m^4).

I_{yc} : Momento de inercia centroidal respecto al eje y_c (m^4).

I_z : Momento polar de inercia con respecto al eje z (m^4).

I_{zc} : Momento polar de inercia centroidal con respecto al eje z_c (m^4).

A: Área de sección transversal del elemento estructural (m^2).

d_1 : Distancia entre los ejes xx_c (m).

d_2 : Distancia entre los ejes yy_c (m).

d: Distancia entre el eje centroidal C y el punto de coordenada O (m).

2.5.2. Propiedad aditiva de los momentos de segundo orden o de inercia

Según (Fernando, 2009), si a una figura compuesta de área A se le divide en figuras simples para las cuales es fácil evaluar los momentos de inercia, entonces el momento de inercia de la Figura 33 compuesta de área A , será igual a la suma de los momentos de inercia parciales de las figuras simples respecto al mismo sistema de referencia.

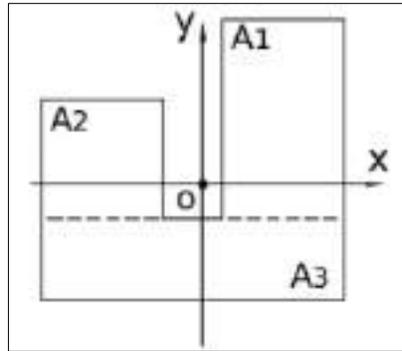


Figura 33 Expresión simbólica para momentos de inercia

Fuente: (A. Fernando, 2009)

Esta propiedad se fundamenta en el hecho de que la integral extendida a toda la superficie de área “ A ”, es igual a la suma de las integrales extendidas a cada una de las áreas de las figuras simples: A_1, A_2, \dots, A_n del siguiente modo:

$$\int_A dA = \int_{A_1} dA_1 + \dots + \int_{A_n} dA_n$$

Para la Figura 33, la expresión simbólica para los momentos de inercia respecto a los ejes x e y :

$$I_x = I_x^{(1)} + I_x^{(2)} + I_x^{(3)}$$

$$I_y = I_y^{(1)} + I_y^{(2)} + I_y^{(3)}$$

$$I_o = I_o^{(1)} + I_o^{(2)} + I_o^{(3)}$$

Generalizando la expresión anterior para “ n ” figuras, se tiene:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)} \quad (27)$$

2.5.3. Diagrama de fuerzas normales, cortantes y de momentos flexionantes

Según (Gere, 2009), al diseñar una viga es importante saber cómo varían las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes en toda su longitud, especialmente saber los valores máximos y mínimos de esas cantidades.

En el caso de las fuerzas normales su magnitud no varía a lo largo de la longitud de la viga, por lo que no suele ser de mucho interés para el análisis.

Para tener una idea clara sobre los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes se muestra en la figura en la Figura 34 una viga sometida a una carga concentrada “P” y sus reacciones respectivas “ R_A ” y “ R_B ” y se sigue el procedimiento descrito.

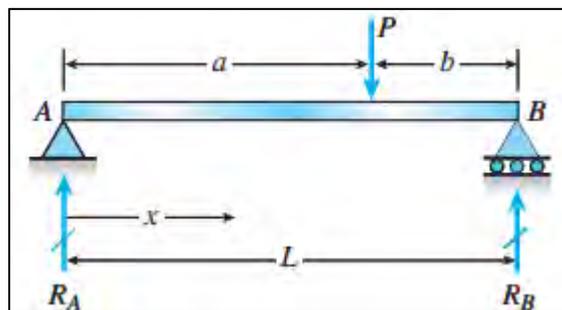


Figura 34. Diagrama de cuerpo libre de una viga sometida a una carga puntual.

Fuente: (Gere, 2009).

Se hallan las reacciones con el equilibrio estático aplicando la sumatoria de momentos flexionantes respecto al punto B y la sumatoria de fuerzas en el eje “y” igual a cero:

$$\sum M_B = 0$$

$$Pb - LR_A = 0$$

$$R_A = \frac{Pb}{L}$$

Se reemplaza este valor de la reacción en el punto “A” en la ecuación de la sumatoria de fuerzas en el e igual a cero:

$$\sum F_Y = 0$$

$$R_A + R_B - P = 0$$

$$R_B = P - \frac{Pb}{L} = \frac{P(L - b)}{L}$$

Además, se conoce que $a + b = L$, por lo que despejando $L - b = a$ y reemplazando en la ecuación anterior se tiene la reacción en el punto “B”:

$$R_B = \frac{Pa}{L}$$

Una vez obtenido las reacciones del D.C.L. de la viga se procede a trazar el diagrama de fuerzas cortantes como lo mostrado en la Figura 35, en el que primero se empieza del extremo izquierdo en el punto “A” trazando con una línea hacia arriba una magnitud equivalente a la reacción en A, que en este caso la reacción va hacia arriba. Si la carga apuntara hacia abajo se dibujaría una línea hacia abajo, luego se traza una línea horizontal hasta el punto de la carga concentrada “P” para después trazar una línea vertical hacia abajo con una magnitud igual a la carga “P”. Finalmente se traza una línea horizontal hasta llegar al punto B y trazar una línea hacia arriba con magnitud de la reacción en “B” y cerrar el diagrama.

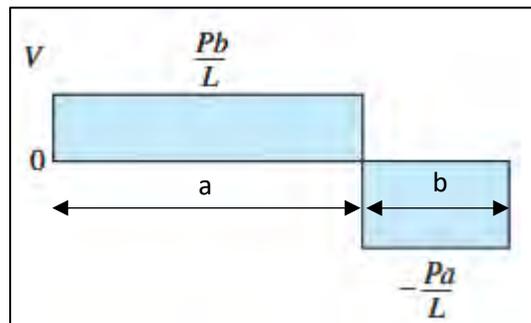


Figura 35. Diagrama de fuerzas cortantes de la viga sometida a una carga puntual.

Fuente: (Gere, 2009).

El diagrama de momentos flexionantes se obtiene a partir de las áreas del diagrama de fuerzas cortantes como se muestra en la Figura 36, en este caso el área es un rectángulo, por lo que se

procede a multiplicar la longitud “a” por la magnitud de la reacción en “A” obteniéndose la magnitud positiva de “ Pab/L ”, luego se suma la otra área que en este caso es negativo e igual a “ $-Pab/L$ ”, el cual cerraría el diagrama en el punto “B”.

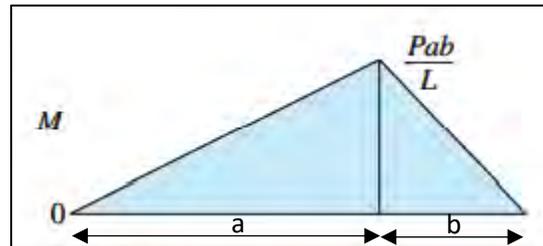


Figura 36. Diagrama de momentos flexionantes de la viga sometida a una carga puntual.

Fuente: (Gere, 2009).

2.6. ANALISIS MODAL OPERACIONAL (OMA)

Según (VENTURA, 2015), el campo de la ingeniería que estudia las propiedades modales de sistemas bajo vibraciones ambientales o normales condiciones operativas se llama Análisis Modal Operacional (OMA) y proporciona métodos útiles para el análisis modal de muchas áreas de la ingeniería estructural. Identificación de propiedades modales de una estructura es el proceso de correlacionar las características dinámicas de un modelo matemático con las propiedades físicas del sistema derivadas de mediciones experimentales.

El OMA, los datos de medición obtenidos de las respuestas operativas se utilizan para estimar los parámetros de modelos que describen el comportamiento del sistema. Para comprender completamente este proceso, uno debe tener conocimiento de mecánica estructural clásica, análisis de matrices, conceptos de vibración aleatoria, aplicaciones específicas simplificar supuestos y aspectos prácticos relacionados con la medición de vibraciones, adquisición de datos y procesamiento de la señal, (VENTURA, 2015).

Las técnicas de prueba OMA ahora se han vuelto bastante atractivas, debido a su costo y velocidad relativamente bajos de implementación y las recientes mejoras en equipos de grabación y métodos computacionales.

La idea fundamental de las técnicas de prueba OMA es que la estructura que se va a probar está siendo excitada por algún tipo de excitación que tiene aproximadamente características de ruido blanco, es decir; tiene energía distribuida en un amplio rango de frecuencia que cubre el rango de frecuencia de las características modales de la estructura (VENTURA, 2015).

Según (CHOPRA, 2014), el análisis modal operacional es el estudio de las propiedades dinámicas de las estructuras lineales, ya sea por pruebas estructurales o por el análisis de elementos finitos. Las propiedades dinámicas involucradas son: las frecuencias naturales y los modos estructurales como muestra la Figura 37 estas a su vez dependen de: masa, rigidez y de la distribución de amortiguación en la estructura que determinan la respuesta de la vibración estructural durante la exposición de las cargas operativas.

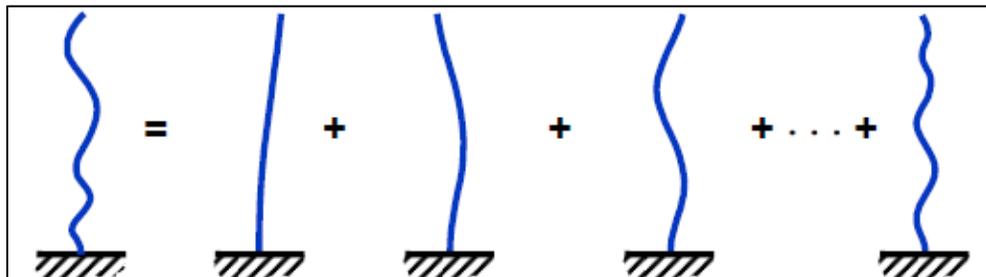


Figura 37. Partición de modos de vibración.

Fuente: (Ventura, C. 2015)

Sin embargo, no importa mucho si las cargas reales no tienen características exactas de ruido blanco, ya que lo realmente importante es que todas las modalidades de interés estén adecuadamente excitadas para que sus aportes pueden ser capturado por las mediciones.

2.6.1. Técnica de medición

2.6.1.1. Análisis modal clásico

Según (Andersen, 2018), la técnica del análisis modal clásico excita mecánicamente la estructura estudiada registrando su respuesta a través de un conjunto de sensores distribuidos y también registra la fuerza excitadora, la cual puede ser un impacto o una fuerza inducida mecánicamente con una distribución espectral de cierto ancho de banda, en la siguiente Figura 38 muestra la transformada de señales en el dominio del tiempo al dominio de frecuencia.

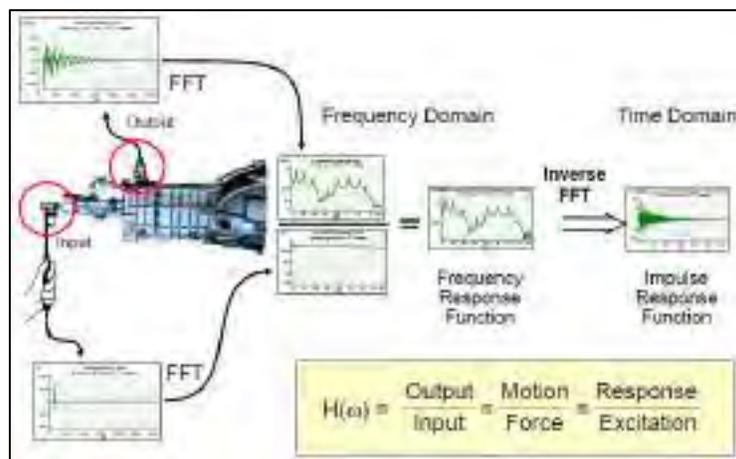


Figura 38. Conjunto de sensores distribuidos.

Fuente: (Andersen, 2018)

Dónde: 'H' representa la respuesta de frecuencia del sistema, función que describe completamente la dinámica del sistema. Gracias a este registro conjunto, es posible extraer certeramente la dinámica del elemento medido en la forma de su respuesta de frecuencia y su correspondiente respuesta al impulso. Generalmente, esta técnica implica condiciones controladas de análisis, condiciones difícilmente aplicables a estructuras industriales. Sin embargo, los principios teóricos implícitos son utilizados en las técnicas mostradas a continuación.

2.6.1.2. Análisis modal operacional (OMA)

Según (Andersen, 2018), esta técnica tiene las ventajas propias del análisis modal clásico al asumir como fuerzas de entrada a las excitaciones mecánicas presentes en la estructura, asumiendo que dichas vibraciones poseen una distribución espectral estadística Gaussiana, el cual gracias a técnicas matemáticas de análisis de señales aleatorias, permite determinar la dinámica del sistema con un alto grado de certidumbre sin tener que utilizar alguna fuerza conocida como excitación y sin tener que detener la operación de la estructura en estudio, lo que es sumamente conveniente en el caso que nos ocupa en este estudio.

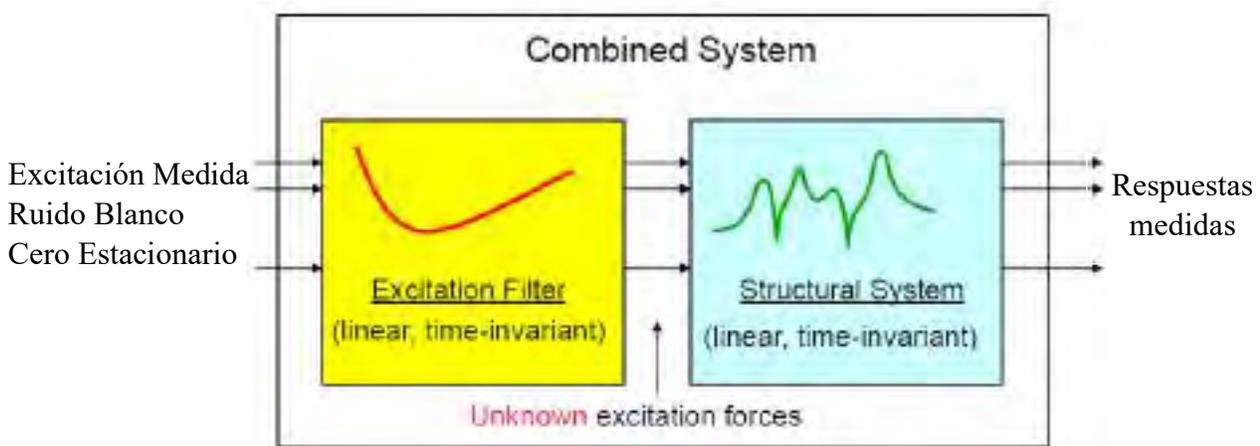


Figura 39. Esquema de caja negra de un sistema combinado.

Fuente: (Andersen, 2018)

Importante: Toda excitación y respuesta deben medirse

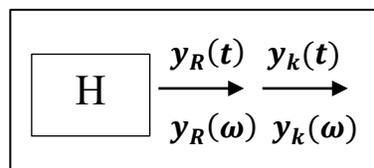


Figura 40. Respuesta de frecuencia.

Dónde: H representa la respuesta de frecuencia del sistema y es extraída sin necesidad del uso de fuerzas de ingreso conocidas, solamente utiliza la vibración propia de la estructura y no necesita detener su operación para realizarse

Esta última técnica es la utilizada para extraer las propiedades dinámicas de las estructuras analizadas, las vibraciones propias de la operación de las máquinas de la planta (fajas transportadoras, naves industriales, zarandas, molinos, hidrociclones, etc.) en sus diferentes regímenes de trabajo, serán las fuerzas utilizadas por el análisis modal operacional (OMA) para extraer las características dinámicas de la estructura. En nuestro caso, gracias a las bondades de la aplicación utilizada, será posible extraer la forma de los modos, sus frecuencias modales y sus matrices de amortiguamiento; información que será utilizada para ajustar los modelos analíticos construidos y ensayar eventuales modificaciones estructurales.

2.6.1.3. Forma de deflexión operacional (ODS)

Según (Andersen, 2018), Esta técnica es ampliamente utilizada por proveer una imagen temporal de los desplazamientos relativos de un conjunto de puntos registrados en una estructura bajo ciertas condiciones de operación.

Correctamente aplicada, esta técnica puede proveer los medios necesarios para alguna intervención correctiva, sin embargo, se debe decir que esta técnica no es capaz de proveer la Respuesta de Frecuencia ni los modos de vibración de la estructura a la que se le aplica.

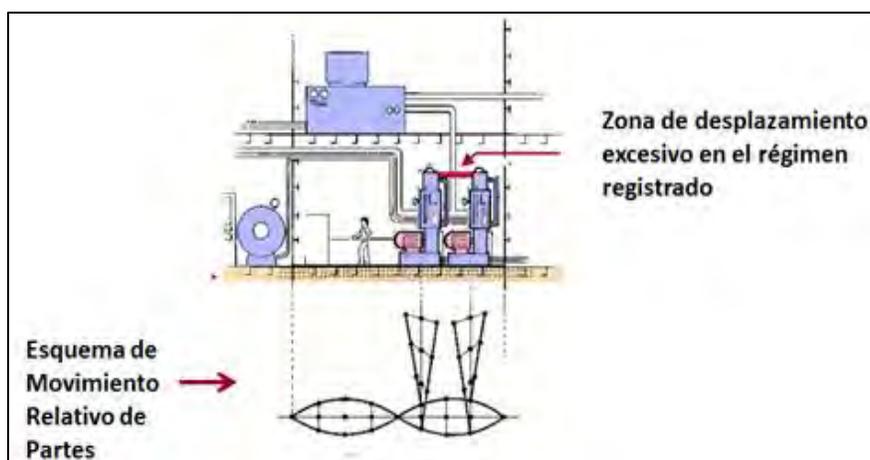


Figura 41. Esquema de la técnica ODS.

Fuente: (Andersen, 2018)

La técnica ODS nos muestra el desplazamiento relativo de los puntos medidos sobre la estructura, pero no nos provee de la función de respuesta de frecuencia dinámica de la estructura.

2.6.2. Instrumentos de medición

El análisis modal operacional de la estructura de la faja transportadora CV-002B, es realizado con un conjunto de 24 acelerómetros con una plataforma de adquisición de data con la misma cantidad de canales, dispositivos cuyos detalles técnicos se especifican a continuación.

2.6.2.1. Entrada analógica - slot

Según (NATIONAL INSTRUMENTS, 2021), proporciona generación y adquisición de señal dinámica en aplicaciones de sonido y vibración para sistemas CompactDAQ. El Módulo de Entrada de Sonido y Vibración de la Serie C incorpora acoplamiento de AC/DC seleccionable por software, detección abierta en corto y acondicionamiento de señales IEPE. El canal de entrada mide las señales simultáneamente. En la Figura 42, se muestra el canal de entrada analógica.



Figura 42. Canal de entrada analógica.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Cada canal también tiene filtros anti-aliasing integrados que ajustan automáticamente su velocidad de muestreo, cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Descripción de Entrada Analógica.

ENTRADA ANALÓGICA	
Código	9234
Marca	NATIONAL INSTRUMENTS
Descripción	Entrada Analógica IEPE y AC/DC de ± 5 V, 51.2 kS/s/canal

Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

2.6.2.2. Chasis.

Según (NATIONAL INSTRUMENTS, 2021), el chasis cDAQ cuenta con un USB energizado por bus (obtiene la corriente directamente del puerto USB-C de su computador), diseñado para sistemas pequeños y portátiles de medidas de sensor.

En la Figura 43, se muestra el chasis de adquisición de data vibracional de 8 slots.



Figura 43. Chasis CompactDAQ.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Puede usar estos modelos con una combinación de módulos de Entrada/Salida (E/S) de la Serie C para poder realizar diversas medidas de E/S analógica, E/S digital y contador/temporizador, cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Descripción de Chasis.

CHASIS	
Código	cDAQ-9178
Marca	NATIONAL INSTRUMENTS
Descripción	DAQ chasis 8 slots
Descripción	Chasis de adquisición de 32 canales

Fuente: Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

2.6.3. Tipos de acelerómetros

La medida de vibraciones en estructuras es una aplicación concreta en el sector minera, publica, pesquera, etc. Se necesita de un instrumental específico, tanto en amplitud como en frecuencia.

Dependiendo de cómo sea el tipo de medida de vibraciones en estructuras se necesitan unos u otros equipos.

Los acelerómetros, registradores, equipos de análisis, etc., han de medir bajos niveles de vibración y frecuencia, debido al tipo de vibraciones que se producen en las estructuras, naves industriales, ya que estos bajos niveles de vibración pueden provocar grandes daños.

2.6.3.1. Acelerómetro Capacitivos

Según (SENSING, 2019), los acelerómetros capacitivos tienen la característica de poder medir aceleración desde 0Hz hasta varios cientos de Hz, por lo que se suelen emplear para aplicaciones de baja o muy baja frecuencia, aunque cuentan con muy buena resistencia a posibles picos de aceleración.

Concretamente, los acelerómetros capacitivos de SEIKA están completamente sellados, por lo que son muy insensibles a interferencias y radiaciones electromagnéticas. En relación al encapsulado, cuentan con diferentes formatos, aunque el estándar tiene una rosca macho en el centro, que permite un sencillo montaje en cualquier aplicación.

Incorporan la electrónica permitiendo obtener una alta sensibilidad, con una baja deriva térmica y gran linealidad. Aplicaciones típicas son medidas sísmicas, medidas de inclinación, medidas dinámicas de posición y velocidad, etc.

2.6.3.2. Acelerómetro piezoresistivos.

Según (SENSING, 2019), los acelerómetros piezoresistivos son un tipo de acelerómetros pensados para la medida de aceleraciones o vibraciones en baja o media frecuencia, ya que, por su

tecnología extensométrica, con el grabado estándar del elemento sensor o MEMS si es micromecanizado,

La familia de acelerómetros piezoresistivos, MEMS o acelerómetros DC, cubre todas las variantes posibles en este tipo de sensores. Su principal característica es que pueden medir desde 0Hz hasta varios cientos de Hz, con rangos que parten de los 2g y pueden llegar a los 6000g. Su salida amplificada, la compensación en temperatura y una alta precisión son algunas de sus características más destacadas.

También existen series MEMS no amplificadas, con salida directa del puente para poderse acondicionar externamente como un canal de extensometría en puente completo.

Algunas aplicaciones típicas de los acelerómetros piezoresistivos son los ensayos para la seguridad en el automóvil, análisis de confort en vehículos o trenes, monitorización de estructuras en obra civil, etc.

2.6.3.3. Acelerómetro Piezoeléctricos.

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021), los acelerómetros de precisión sirven para medir vibraciones, golpes, aceleración y movimiento para aplicaciones de monitoreo, control y prueba.

Tecnologías de capacitancia de detección se utilizan para satisfacer una amplia variedad de requisitos de medición. Los acelerómetros se utilizan en pruebas de campo, en la producción y el diseño de la fábrica, así como en las organizaciones de investigación y desarrollo para adquirir datos críticos. Además de nuestras unidades de precisión en miniatura para investigación y desarrollo, se encuentran disponibles acelerómetros resistentes y sensores de vibración para el monitoreo del estado de la maquinaria industrial.

Los parámetros de configuración del acelerómetro de eje único y de tres ejes (triaxiales) incluyen sensibilidad, temperatura, respuesta de frecuencia, respuesta de amplitud, factor de forma y conexión a tierra del cable conductor. Los acelerómetros son fundamentales para evaluar el

desempeño adecuado de equipos o estructuras. Estas aplicaciones generalmente requieren una prueba de calibración de todo el sistema de medición desde el sensor hasta la salida final.

2.6.3.4. Acelerómetro de fuerza balanceada.

Según (SENSING, 2019), es un acelerómetro de fuerza balanceada de alto rendimiento diseñado para el monitoreo estructural y sismología. Proporciona datos excelentes tanto cuando el ruido sísmico es extremadamente bajo como en el ruido ambiental y en presencia de fuertes eventos de movimiento.

Cuenta con un rango de frecuencia de 0 a 80Hz, este rango está ajustado específicamente para análisis estructural y sísmico donde las frecuencias más altas no son de interés práctico. Las frecuencias naturales de una estructura son típicamente del orden de unos pocos hercios. Además, el sensor está disponible en versión monoaxial, biaxial o triaxial.

2.6.3.5. Comparativo de sensores.

En la siguiente Tabla 3 se observa el cuadro comparativo de los tipos de acelerómetros mas comunes para el análisis estructural.

Tabla 3 Cuadro comparativo de sensores.

TIPOS DE ACELERÓMETROS				
	CAPACITIVO	PIEZORESISTIVO	PIEZOELÉCTRICO	FUERZA BALANCEADA
RANGO DE FRECUENCIA	Muy baja frecuencia	Baja frecuencia	Baja y media frecuencia	Muy baja frecuencia
SENSIBILIDAD	Alta sensibilidad	Alta sensibilidad	Alta sensibilidad	Alta sensibilidad
APLICACIONES	Medidas sísmicas, medidas de inclinación, medidas dinámicas de posición y velocidad	Análisis de confort en vehículos o trenes, monitorización de estructuras en obra civil.	Análisis estructural y medidas de vibraciones en máquinas rotativas.	Análisis estructural y sísmico donde las frecuencias más altas no son de interés práctico

Fuente: Elaboración propia.

Para el análisis de la presente tesis se utilizó el acelerómetro piezoeléctrico por que cuenta con una sensibilidad de 10 mV/g a 100 mV/g, con un rango de frecuencia 0,5 Hz a 8000 Hz, salida lateral, conector de 2 pines, calibración acreditada ISO 17025 (Norma de competencia de los

laboratorios de ensayo y calibración). Sensor recomendado para el análisis estructural (Análisis Modal Experimental y Operacional) y medidas de vibraciones en máquinas rotativas.

2.6.3.5.1. *Acelerómetro monoaxial.*

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021), los sensores acelerómetros de propósito general se destacan por su versatilidad, cumpliendo diversos roles en el laboratorio o la industria. Son una herramienta poderosa de entrada al análisis de vibraciones, en la Figura 44, se muestra el acelerómetro Uniaxial marca IMI.



Figura 44. Acelerómetro Uniaxial.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Dependiendo de la confiabilidad deseada, podemos tener un acelerómetro versátil que puede ser usado para pruebas y mediciones en máquinas rotativas, experimentos físicos, pruebas estructurales de productos, etc. Cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Descripción del Acelerómetro Uniaxial.

PCB PIEZOTRONICS - UNIAXIAL	
Código	602D01
Marca	IMI
Descripción	Low profile, industrial, ceramic shear ICP® accelerometer
Sensibilidad	(±10%) 100 mV/g (10.2 mV/(m/s ²))
Rango de Frecuencia	(±3dB) 30 to 480000 cpm (0.5 to 8000 Hz)
Elemento Sensor	Cerámico
Rango de medición	±50 g (±490 m/s ²)
Peso	2.61 oz (74.0 g)

Fuente: Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

2.6.3.5.2. *Acelerómetro triaxial.*

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021), los acelerómetros triaxiales son útiles en un análisis modal de pequeñas y grandes estructuras.

Estos sensores permiten medir vibraciones en tres ejes ortogonales (horizontal, vertical y axial) de manera simultánea utilizando solo un sensor.

En la Figura 45, se muestra el acelerómetro Triaxial marca IMI.



Figura 45. Acelerómetro Triaxial.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Están, en la práctica, constituidos por tres sensores individuales integrados en un solo housing (alojamiento), cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Descripción del Acelerómetro Triaxial.

PCB PIEZOTRONICS - TRIAXIAL	
Código	D629A31
Marca	IMI
Descripción	Low profile, industrial, ceramic shear ICP® accelerometer
Sensibilidad	(±5%) 100 mV/g (10.2 mV/(m/s ²))
Rango de Frecuencia	(±3dB) 48 to 480000 cpm (0.8 to 8000 Hz)
Elemento Sensor	Cerámico
Rango de medición	±50 g (±490 m/s ²)
Peso	4.9 oz (139 g)
Cantidad	3

Fuente: Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

2.6.3.5.3. Cable conector de sensor

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021), los cables son una parte importante de todo sistema de medición. PCB selecciona cuidadosamente diferentes tipos de cables sin procesar de proveedores confiables y se toma tiempo para diseñar interfaces de cable a conector que sean confiables.

En la Figura 46, se muestra el cable conector de sensor.



Figura 46. Cable Conector de Sensor.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Todos los conjuntos de cables se producen en una de las ubicaciones de fabricación de PCB con procedimientos de ensamblaje estrictamente controlados que garantizan la durabilidad en diversas aplicaciones y entornos, cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Descripción de Cable conector.

CONECTOR PARA SENSOR	
Código	182845-01
Marca	NATIONAL INSTRUMENTS
Conector A	1B hembra de 2 pines
Conector B	BNC macho
Longitud	20 metros

Fuente: Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

2.6.3.5.4. Base de montaje magnéticas

Según (PCB PIEZOTRONICS, 2021), las bases de montaje magnético de acelerómetro son una solución ideal para aquellas organizaciones que necesitan tomar datos de vibración periódicos para propósitos de tendencias. La maquinaria rotativa es un objetivo ideal para realizar estudios de vibración de rutina. Los ingenieros de mantenimiento o de procesos normalmente realizan inspecciones informativas semanales o mensuales.

En la Figura 47, se muestra el cable conector de sensor.



Figura 47. Base de Montaje Magnéticas.

Fuente: (National Instrument, 2021)

Las bases magnéticas de montaje del acelerómetro proporcionan este método conveniente y temporal de instalar acelerómetros en superficies magnéticas ferrosas, cuyos detalles técnicos se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7. Descripción de Base de Montaje Magnéticas.

BASE DE MONTAJE MAGNÉTICAS	
Marca	PCB PIEZOTRONICS
Fuerza de tracción	67 Newton
Diámetro	19 milímetros
Altura	18 milímetros

Fuente: Elaboración propia – (National Instrument, 2021)

CAPITULO III

PARÁMETROS Y CÁLCULO

3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ANALIZADO

La evaluación dinámica es esencial en muchos procesos de la industria, ya que trabajan con equipos de transporte de mineral, alimentos, entre otros, por la respuesta dinámica ante los movimientos generados por un excitador o una fuerza externa, por ello en esta tesis se evalúa y analiza un tramo de la estructura que soporta la faja transportadora de la Unidad Minera El Brocal que produce concentrados de cobre, zinc, plata y plomo.

El impacto que se prevé como resultado de la evaluación de este análisis es la relación que se obtienen del fenómeno físico con el cálculo analítico y la simulación respectiva, además de poder establecer el margen de error y poder calibrarlo con respecto a las mediciones tomadas en campo.

3.1.1. Propiedades de la cinta transportadora

En la Tabla 8, se resumen las propiedades específicas de la faja transportadora CV-002B brindada por la Unidad Mineral El Brocal, donde se verá a más detalle en el Anexo D.

Tabla 8. Descripción de la Faja Transportadora CV-002B.

PROPIEDADES FAJA TRANSPORTADORA CV-002B	
Características	Descripción
Velocidad	4.2 m/s
Ancho de Faja	36 plg - 914.4 mm
Capacidad	900 toneladas/hora
Espesor Total	1 plg – 25.4 mm

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal, 2019)

3.1.2. Propiedades del sistema motriz

En la Tabla 9, se resumen las propiedades específicas del sistema motriz de la faja transportadora CV-002B brindada por la Unidad Minera El Brocal.

Tabla 9. Descripción de Operación del Sistema Motriz.

DATOS DE OPERACIÓN SISTEMA MOTRIZ - FAJA CV-002B	
Características	Descripción
Año de fabricación	2012
Capacidad	1500 toneladas/hora
Potencia	224 HP
Velocidad Motor	1785 RPM - 29.75 Hz
Voltaje	440 V
Corriente	257 A
Frame	L449T
Peso	3389 Lb – 1537.23 Kg

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal, 2019)

En la Tabla 10, se resumen las propiedades específicas del reductor del sistema motriz.

Tabla 10. Descripción de Operación del Reductor.

DATOS DE OPERACIÓN DEL REDUCTOR - FAJA CV-002B	
Características	Descripción
Modelo	NFJ/4685021-0210-002/2012
Velocidad de Entrada	1785 RPM - 29.75 Hz
Velocidad de Salida	79.26 RPM – 1.32 Hz

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal, 2019)

En la Tabla 11, se resumen las propiedades específicas de la polea del sistema motriz.

Tabla 11. Descripción de Operación de la Polea.

DATOS DE OPERACIÓN DE LA POLEA - FAJA CV-002B	
Características	Descripción
Diámetro	662 mm
Velocidad Polea	121.2 RPM - 2.02 Hz

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal, 2019)

3.1.3. *Propiedades del perfil estructural*

Según los planos As-Built, proporcionados por la Sociedad Minera El Brocal, nos indica que el perfil estructural que se utilizó para el diseño y fabricación de la estructura de la faja transportadora CV-002B, fue el perfil IPE.

Se denomina Perfil IPE, o doble T de caras paralelas, al producto cuya sección tiene forma de I, denominada doble T.

Los perfiles IPE se definen de acuerdo con las siguientes normas:

- UNE 36526:1994 - Productos de Acero Laminados en Caliente. Perfiles IPE. Medidas.
- UNE-EN 10034:1994 - Perfiles I y H de Acero Estructural. Tolerancias dimensionales y de forma.

Las caras exteriores e interiores de las alas son perpendiculares al alma, por lo que aquéllas tienen espesor constante (caras paralelas). Las uniones entre las caras del alma y las caras interiores de las alas son redondeadas y las aristas de las alas son vivas.

Estos perfiles son designados por las letras IPE, seguidas de un número que indica la altura total nominal (h) del perfil, expresada en milímetros.

En la Tabla 12, se resumen las características geométricas del perfil IPE de la faja transportadora, donde se verá a más detalle en el Anexo F.

Tabla 12. Descripción Geométrica de los Perfiles IPE.

CARACTERÍSTICAS DEL PERFIL - IPE									
Designación	M (kg/m)	P (kN/m)	h (mm)	b (mm)	tw (mm)	tf (mm)	r (mm)	d (mm)	hi (mm)
IPE 160	15.8	0.158	160	82	5	7.4	9	127.2	145.2
IPE 270	36.1	0.361	270	135	6.6	10.2	15	219.6	249.6
IPE 300	42.2	0.422	300	150	7.1	10.7	15	248.6	278.6
IPE 400	66.3	0.663	400	180	8.6	13.5	21	331	373

Fuente: Elaboración propia.

3.1.4. Filosofía del análisis

Para el análisis de frecuencias naturales mediante el cálculo analítico se debe tomar las siguientes acciones, como muestra la Figura 48:

3.1.4.1. Modelo conceptual

Para realizar este estudio se consideró transitorio ya que depende de los parámetros en las que están sometidos la estructura de la faja transportadora y que varían en el tiempo que son: masa, rigidez, capacidad de carga, restricciones para evaluar los grados de libertad.

3.1.4.2. Modelo computacional

Realizar un modelo 3D para luego simular y obtener valores tentativos para facilitar al analista predictivo en la obtención de señales en campo y generar una hoja de ruta.

3.1.4.3. Mediciones en campo

Para el análisis estructural de la faja transportadora se realiza mediciones o adquisición de señales en campo para verificar los resultados obtenidos con el modelo conceptual y computacional sean verídicas.

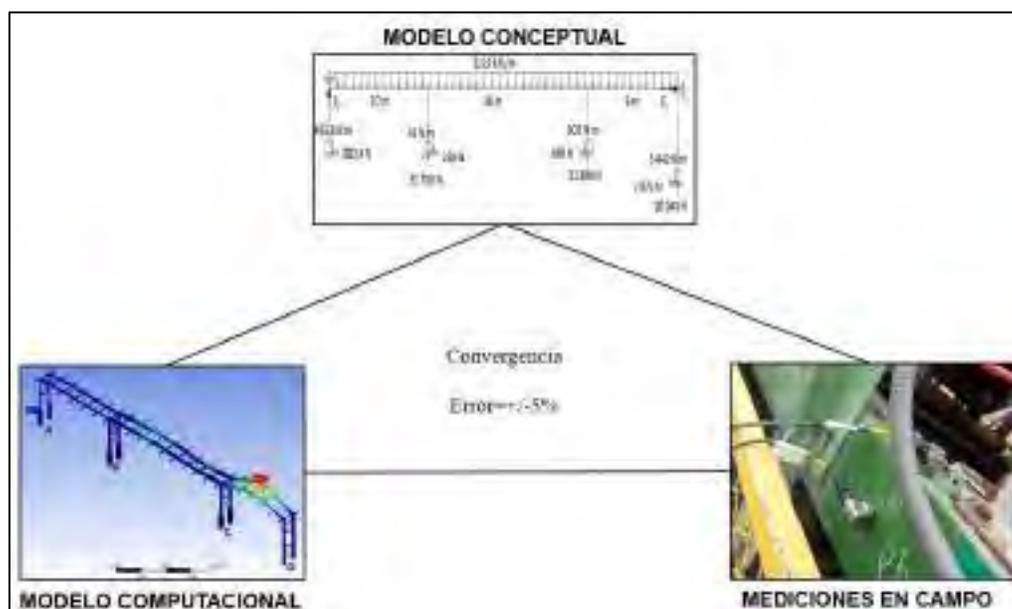


Figura 48. Filosofía de trabajo.

Fuente: Elaboración propia.

3.2 CÁLCULO ANALÍTICO

3.2.1. Cálculos de la carga distribuida del tramo 1 – 4

Para el cálculo del análisis modal es necesario conocer la participación de masa de cada componente que están en la estructura de la faja transportadora CV-002B del tramo 1 – 4, donde los dimensiones y datos técnicos se obtiene del plano AS-BUILT, detallado en el Anexo M.

3.2.1.1. Cálculo de masa efectiva de cama de polines de carga en el tramo 1 – 4.

En la Figura 49 muestra el esquema geométrico del polín de carga que se emplea en la faja transportadora CV-002B del tramo 1 – 4.

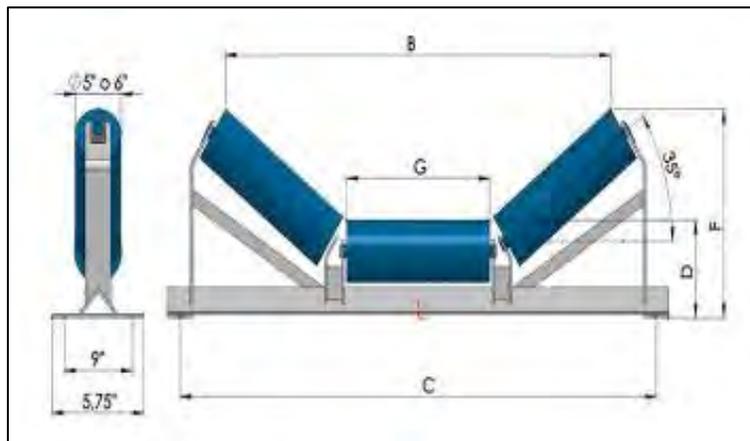


Figura 49. Esquema geométrico del polín de carga.

Fuente: (Catalogo MP-CONVEYOR)

Según el Anexo E para el polín de carga 35° del catálogo (CONVEYOR, 2019), la masa es 37,35 kg para un ancho de correa de 36 pulgadas, donde la cantidad de polines de carga en el tramo a analizar 1 – 4 se obtiene del plano AS-BUILT, en donde viene hacer 12 polines de carga.

Por lo que, la masa de polines de carga en el tramo 1 – 4 es:

$$masa_{polines\ de\ carga} = cantidad \cdot masa$$

$$masa_{polines\ de\ carga} = 12 * 37,35$$

$$masa_{polines\ de\ carga} = 448,2\ kg$$

3.2.1.2. Cálculo de masa efectiva de cama de polines de retorno en el tramo 1 – 4.

En la Figura 50 muestra el esquema geométrico del polín de retorno que se emplea en la faja transportadora CV-002B del tramo 1 – 4.

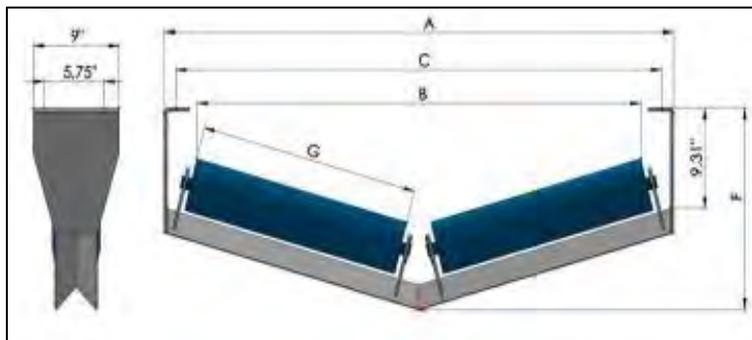


Figura 50. Esquema geométrico del polín de retorno.

Fuente: (Catalogo MP-CONVEYOR)

Según el Anexo E para el polín de retorno 10° del catálogo (CONVEYOR, 2019), la masa es 45,45 kg para un ancho de correa de 36 pulgadas a si mismo la cantidad de polines de retorno en el tramo a analizar 1 – 4 se obtiene del plano AS-BUILT, en donde viene hacer 12 polines de retorno

Por lo que, la masa de polines de retorno en el tramo 1 – 4 es:

$$masa_{polines\ de\ retorno} = cantidad \cdot masa$$

$$masa_{polines\ de\ retorno} = 12 * 45,45$$

$$masa_{polines\ de\ retorno} = 545,4\ kg$$

3.2.1.3. Cálculo de masa efectiva de barandas en el tramo 1 – 4.

Se procede al cálculo de masa de las barandas correspondientes en el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora CV-002B. En las Figura 51 y Figura 52 se muestran las dimensiones para el cálculo de masa efectiva de las barandas y barandas-columnas respectivamente.

➤ Barandas, resaltadas de color verde como muestra en la Figura 51.

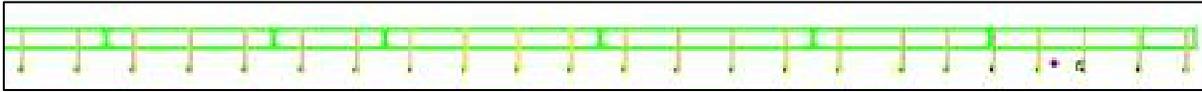


Figura 51. Esquema de barandas en la faja transportadora CV-002B.

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Donde:

$$masa_{barandas} = \text{área} \cdot \text{longitud} \cdot \text{densidad}$$

- $d_e = 38 \text{ mm}$
- $d_i = 33 \text{ mm}$
- $densidad_{acero} = 7850 \text{ kg/m}^3$

$$\text{área} = \frac{\pi}{4} * (d_e^2 - d_i^2)$$

$$\text{área} = \frac{\pi}{4} * (0,038^2 - 0,033^2) = 2,788 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

En la Figura 51 se muestra la longitud horizontal de 35 m, pero en el dibujo en 3D se repite esta distribución, por lo que se multiplica por 2:

$$\text{longitud horizontal} = 35 \cdot 2 \cdot 2 = 140 \text{ m}$$

En la Figura 51 se muestra 15 barandas verticales de 0,588 m, pero en el dibujo en 3D se repite esta distribución, por lo que se multiplica por 2:

$$\text{longitud vertical} = 15 \cdot 2 \cdot 0,588 = 17,6 \text{ m}$$

La longitud total es:

$$\text{longitud} = 157,6 \text{ m}$$

Entonces, la masa de las barandas es:

$$masa_{barandas} = A * l_{total} * \rho_{acero}$$

$$masa_{barandas} = (2,788 \cdot 10^{-4}) * 157,6 * 7850$$

$$masa_{barandas} = 345 \text{ kg}$$

- Barandas – columnas, resaltadas de color naranja como se muestran las Figura 51 y Figura 52.

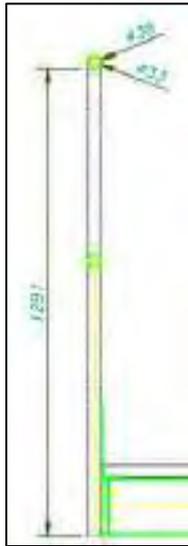


Figura 52. Esquema geométrico de la baranda-columna.

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Donde:

$$masa_{baranda-columna} = cantidad \cdot \text{área} \cdot altura \cdot densidad$$

- $d_e = 38 \text{ mm}$
- $d_i = 33 \text{ mm}$
- $densidad_{acero} = 7850 \text{ kg/m}^3$
- $altura_{columna} = 1291 \text{ mm}$

$$\text{área} = \frac{\pi}{4} * (d_e^2 - d_i^2)$$

$$\text{área} = \frac{\pi}{4} * (0,038^2 - 0,033^2) = 2,788 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

La cantidad de barandas columnas como muestra la Figura 51 es 23, multiplicamos por 2, pues se tiene otra fila de barandas-columnas en el dibujo 3D.

$$cantidad = 23 * 2 = 46$$

Entonces la masa de las barandas columnas es:

$$masa_{baranda-columna} = Cantidad * A * h * \rho_{acero}$$

$$masa_{baranda-columna} = 46 * (2,788 \cdot 10^{-4}) * 1,291 * 7850$$

$$masa_{baranda-columna} = 130 \text{ Kg}$$

3.2.1.4. Cálculo de masa efectiva de la estructura de polines.

Se procede al cálculo de masa de la estructura o cama de polines correspondientes en el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora CV-002B. En las Figura 53 y Figura 54 se muestran las dimensiones para el cálculo de masa efectiva de la cama o estructura de polines.

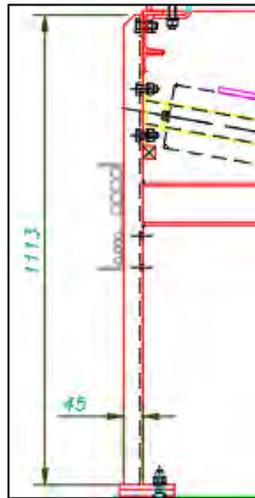


Figura 53. Vista de perfil de la estructura polín (canal C).

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

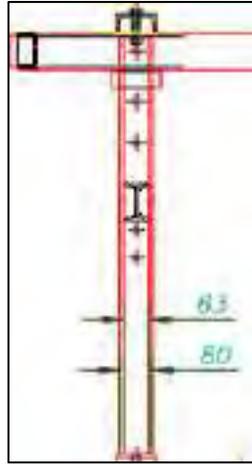


Figura 54. Vista frontal de la estructura polín (canal C).

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Donde:

$$masa_{estructura\ polines} = cantidad * \acute{a}rea * altura * densidad$$

El \acute{a}rea del canal C, lo dividimos en 3 \acute{a}reas rectangulares como muestra la Figura 55:

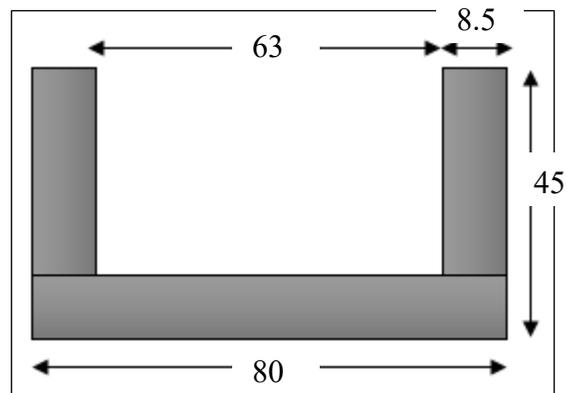


Figura 55 Canal C, separas en 3 \acute{a}reas.

Fuente: Elaboraci3n propia.

$$\acute{a}rea = (0,080 * 0,0085) + (0,045 - 0,0085) * 0,0085 * 2$$

$$\acute{a}rea = 1,3 \cdot 10^{-3}$$

Donde

- $Densidad_{acero} = 7850 \text{ kg/m}^3$
- $Altura_{columna} = 1113 \text{ mm}$

- *Cantidad* = 24

Entonces la masa de estructuras de polines es:

$$masa_{estructura\ polines} = Cantidad * A * h_{columna} * \rho_{acero}$$

$$masa_{estructura\ polines} = 24 * (1,3 \cdot 10^{-3}) * 1,113 * 7850$$

$$masa_{estructura\ polines} = 272,7\text{ kg}$$

3.2.1.5. Cálculo de masa efectiva de la banda o faja transportadora.

Se procede al cálculo de masa de la banda o faja correspondientes en el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora CV-002B. En la Figura 56 se muestra el esquema transversal de la faja transportadora.

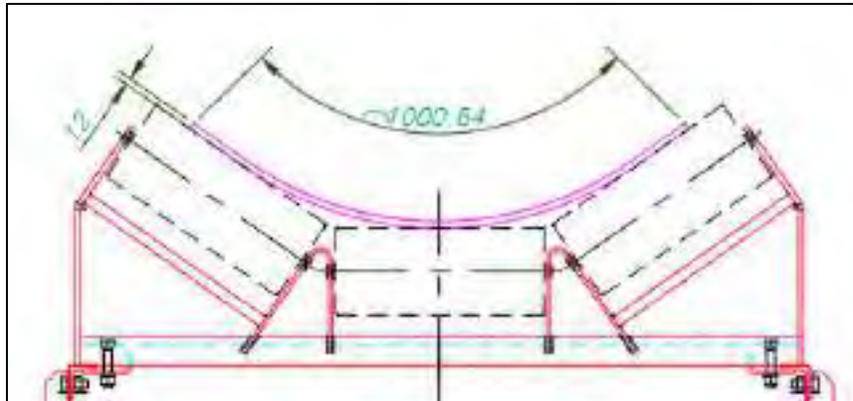


Figura 56. Esquema geométrico frontal de la faja.

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Donde:

$$masa_{faja\ transportadora} = \text{área} \cdot \text{longitud} \cdot \text{densidad}$$

- $densidad_{caucho} = 957\text{ kg/m}^3$
- $longitud = 35\text{ m}$

El área transversal de la faja es:

$$\text{área} = 0,012 \cdot 1 = 0,012\text{ m}^2$$

Entonces la masa de la faja transportadora es:

$$masa_{faja\ transportadora} = A * l * \rho_{caucho}$$

$$masa_{faja\ transportadora} = 0.012 * 35 * 957$$

$$masa_{faja\ transportadora} = 402\ kg$$

3.2.1.6. Cálculo de masa efectiva del mineral transportado.

Se procede al cálculo de masa del mineral transportado correspondientes en el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora CV-002B, en condiciones de operación al 25% de la masa total del mineral, donde se muestra en la Figura 57.

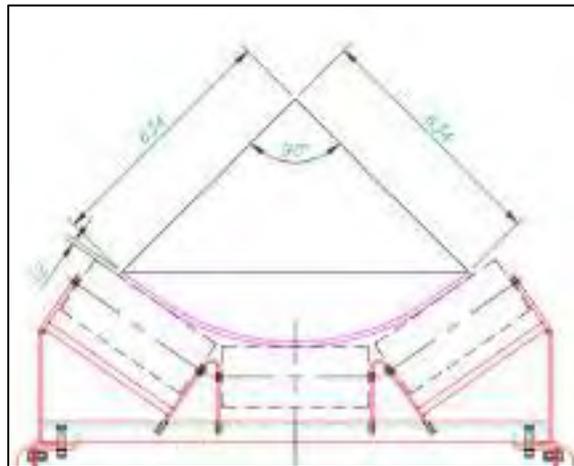


Figura 57. Sección transversal del material transportado.

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Donde:

- $densidad_{pulpa} = 2020\ kg/m^3$
- $longitud = 35\ m$

El área vendría a ser la resta del sector circular con el triángulo de la Figura 57.

$$\text{área} = \text{área de sector circular} - \text{área del triángulo}$$

$$\text{área} = \frac{90\pi(0,634)^2}{2 * 180} - \frac{2 * (0,634 \sin 45 * 0,634 \cos 45)}{2} = 0.11766\ m^2$$

Por lo que, la masa del mineral transportado es:

$$masa_{\text{mineral transportado}} = 25\% * A * l * \rho_{\text{pulpa}}$$

$$masa_{\text{mineral transportado}} = 25\% * 0.11766 * 35 * 2\,020$$

$$masa_{\text{mineral transportado}} = 2\,079 \text{ kg}$$

3.2.1.7. Cálculo de masa efectiva del soporte de la pasarela – (GRATING).

Se procede al cálculo de masa de las pasarelas correspondientes en el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora CV-002B. En la Figura 58 se muestran las dimensiones extraídas de los planos As-BUILD para el cálculo respectivo.



Figura 58. Sección transversal de las pasarelas - Grating.

Fuente: (Planos As-BUILD – El Brocal)

Se aproxima el cálculo de pasarelas en todo el tramo con un 25% del peso total del material macizo realizado para su construcción.

Donde:

- $densidad_{\text{acero}} = 7850 \text{ kg/m}^3$
- $longitud = 35 \text{ m}$

El área transversal de la pasarela, según las medidas de la figura 56 es:

$$\text{área} = (0,600 * 0,030) + (0,800 * 0,030) = 0,042 \text{ m}^2$$

Entonces la masa de la pasarela es:

$$masa_{\text{pasarela}} = 25\% * A * l * \rho_{\text{acero}}$$

$$masa_{\text{pasarela}} = 25\% * 0,042 * 35 * 7\,850$$

$$masa_{\text{pasarela}} = 2\,885 \text{ kg}$$

3.2.1.8. Cálculo de masa efectiva de los pernos y placas metálicas.

Se estima una masa de pernos y cerchas en todo el tramo 1 – 4 de la estructura de la faja transportadora:

$$masa_{pernos} = 1\ 550\ kg$$

3.2.1.9. Cálculo de masa efectiva total de la estructura de la faja del tramo 1 – 4.

Entonces la masa efectiva externa a la estructura de la faja transportadora del tramo 1 – 4 en la que interactúa la estructura, viene hacer la suma de cada componente involucrado:

$$masa_{total} = 448,2 + 545,4 + 345 + 130 + 272,7 + 402 + 2\ 079 + 2\ 885 + 1\ 550$$

$$masa_{total} = 8\ 657,3\ kg$$

3.2.1.10. Cálculo de carga distribuida de la estructura de la faja del tramo 1 – 4

La carga distribuida de las masas externas sobre la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, con una longitud de 35 metros es:

$$q_{ext} = \frac{8\ 657,3 \cdot 9,81}{35} = 2\ 426,5\ N/m$$

$$q_{ext} = 2,43\ kN/m.$$

Este valor de carga distribuida externa se reemplazará en el cálculo final de las matrices de fuerzas, momentos flectores y desplazamientos.

3.2.2. Cálculo de momentos de inercia

Para el análisis de momentos de inercia se toma en consideración cada elemento estructural que corresponde a cada columna y viga, y son aplicados en el eje Z centroidal respectivo, pues cada columna y viga es analizado por separado, debido a que la flexión de la estructura tipo pórtico ocurre en el plano X-Y y es el modo de vibración más importante de la estructura.

Cabe recalcar que en el tramo 1 – 4 existen 4 columnas y 3 vigas, de las que están conformados por perfiles IPE-160, IPE-270, IPE-300, IPE-400 y perfiles angulares de lados iguales.

Para el cálculo analítico se usarán las tablas que son mostradas a más detalle en el Anexo F para los perfiles IPE y en el Anexo G para el perfil angular L de lados iguales.

A continuación, se realiza el cálculo de cada columna y viga del tramo 1 – 4 usando la teoría de los ejes paralelos o el teorema de Steiner y la propiedad aditiva de los momentos de inercia descritos en el capítulo 2.

3.2.2.1. Cálculo de Momento de Inercia de la columna (A – a).

Se muestra el ensamble de la columna A – a, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 59 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje Z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje Z de la columna A – a se ubica en su centroide.

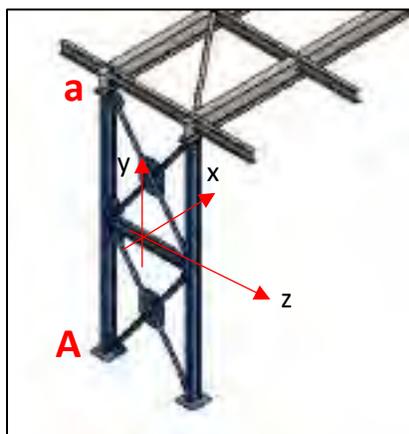


Figura 59. Ensamble de la columna A – a.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Perfil W IPE-160**

Según la Tabla 13, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 13 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso Kg/m	DIMENSIONES					Sección cm ²	Momento de inercia		Medio Tipográfico		Radio de giro	
		h	b	t	s	rt		I _x	I _y	W _x	W _y	r _x	r _y
mm													
IPE80	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	8,1	100	55	4,1	5,7	7	10,3	171	15,9	34,2	5,79	4,07	1,24
IPE120	10,4	120	64	4,4	6,3	7	13,2	318	27,7	53,0	8,65	4,9	1,45
IPE140	12,9	140	73	4,7	6,9	7	16,4	541	44,9	77,3	12,3	5,74	1,65
IPE160	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

Como son 2 columnas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I_z = 869 * 10^{-8} m^4$$

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_{z-columna} = 2 * 869 * 10^{-8}$$

$$I_{z-columna} = 1738 * 10^{-8} m^4$$

Según la Tabla 13, se tiene que el momento de inercia de dicho perfil en la sección transversal dado (en este caso vendría a ser el momento polar) es:

$$I_{z-viga} = (869 + 68,3) * 10^{-8} m^4$$

$$I_{z-viga} = 937,3 * 10^{-8} m^4$$

Por lo tanto, el momento de inercia de la viga W IPE-160, viene a ser:

$$I_{z(IPE-160)} = 2675,3 * 10^{-8} m^4$$

- **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner al perfil angular respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 14, se tiene que el momento de inercia del perfil angular (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 14 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes				Propiedades de la sección							
		b	d	t	r	r ₂		ejes y-y-z				eje u-u		eje v-v					
								Z ₀ = Z ₁ (mm)	r ₀ (mm)	u ₁ (mm)	v ₁ (mm)	I _u = I _u "10 ⁴ (mm ⁴)	I _v = I _v "10 ⁴ (mm ⁴)	I _u (mm ⁴)	I _v (mm ⁴)				
L 20x20x3	0,98	20	20	3	2,5	2	111,51	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	5,89	0,81	7,40	0,19	3,82
L 25x25x3	1,11	25	25	3	3,5	2	141,51	7,2	17,7	10,2	8,8	0,60	0,45	1,31	7,49	1,26	9,43	0,33	4,93
L 25x25x4	1,48	25	25	4	3,5	2	184,51	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	7,43	1,60	9,28	0,43	4,51
L 30x30x4	1,87	30	30	4	4	4	231,87	16,4	23,4	20,7	21,1	19,38	1,46	11,79	13,26	36,75	22,58	3,06	11,76
L 30x30x6	2,42	30	30	6	4	4	302,87	16,5	42,4	25,5	21,1	22,81	5,29	13,51	19,17	36,19	22,88	9,49	11,76

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} m^4$$

$$I_z = 45,62 \cdot 10^{-8} m^4$$

La distancia "d" vendría a ser la mitad de la longitud del perfil, pues el centroide se localiza en ese punto:

Donde:

- $d = 0,9 m$
- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} m^2$

Reemplazando en la Ecuación 26:

$$I_{z-angular} = I_z + A * d^2$$

$$I_{z-angular} = 45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,9^2)$$

$$I_{z-angular} = 56 006,09 \cdot 10^{-8} m^4$$

Como son 4 perfiles angulares que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 4 \cdot 56 006,09 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z-angular} = 224\,024,36 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia total a flexión en la columna “A – a” es:

$$I_{Z(A-a)} = 2675,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 + 224\,024,36 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z(A-a)} = 0,002267 \text{ m}^4$$

3.2.2.2. Cálculo de Momento de Inercia de la viga a – b.

Se muestra el ensamble de la viga a – b, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 60 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje z de la viga a – b se ubica en el centroide de la misma.

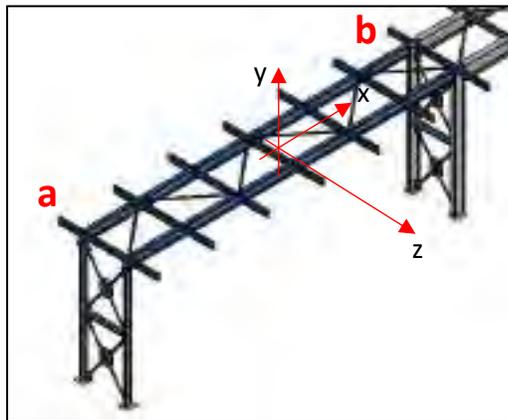


Figura 60. Ensamble de la viga a – b.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Perfil – W IPE-270:**

Según la Tabla 15, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 15 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso	DIMENSIONES					Sección	Momento de inercia		Módulo Resistente		Radio de giro	
	kg/m	r	D	t	a	b		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
		mm						cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm ³	cm	
IPE60	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE140	30,7	240	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE200	36,1	270	135	6,6	10,2	15	45,9	5.290	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	604	557	80,5	12,5	3,35

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

Como son 2 vigas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 2 * 5\,790 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE270)} = 11\,580 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Perfil – W IPE-160:**

Aplicando el teorema de Steiner para las 6 vigas externas a la viga en el centroide respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 15 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar) y el área de sección transversal son:

$$I_z = (869 + 68,3) * 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_z = 937,3 * 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 5 \text{ m}$
- $d_2 = 3,34 \text{ m}$
- $d_3 = 1,67 \text{ m}$

- $A = 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$I_z = 937,3 \cdot 10^{-8} + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (1,67^2))$$

$$+ 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,34^2)) + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (5^2))$$

$$I_{Z(\text{IPE160})} = 0,1566 \text{ m}^4$$

- **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner para los 6 perfiles angulares respecto al eje z.

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según Tabla 16 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 16 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes					Propiedades de la sección							
		b	d	t	r	r ₂		z _c	y _c	r	u ₁	u ₂	ejes y-y-z				eje u-u		eje v-v	
													L _z	W _z	W _u	W _v	I _z	I _u	I _v	I _p
L 20x20x3	0,98	20	20	3	5,2	2	111,91	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	0,89	0,81	7,40	0,19	3,82	
L 25x25x3	1,11	25	25	3	5,5	2	141,91	7,2	17,7	10,5	8,8	0,60	0,45	1,11	1,48	1,26	9,40	0,31	4,81	
L 30x30x4	1,48	30	30	4	5,5	2	184,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	1,40	1,60	12,28	0,43	4,81	
L 40x40x5	2,37	40	40	5	6	4	281,87	16,4	42,4	20,2	21,1	19,38	4,40	11,76	13,56	36,71	22,58	1,00	11,76	
L 60x60x6	3,42	60	60	6	6	4	490,87	16,3	42,4	20,2	21,1	22,81	5,29	13,51	15,17	36,19	22,58	0,46	11,76	

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_z = 45,62 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 0,835 \text{ m}$
- $d_2 = 2,505 \text{ m}$
- $d_3 = 4,170 \text{ m}$
- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

$$I_z = 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,835^2)) + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (2,505^2)) \\ + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (4,170^2))$$

$$I_{z-angular} = 0,03368 \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia a flexión en la columna “a – b” es:

$$I_{z(a-b)} = 0,0001158 + 0,1566 + 0,03368$$

$$I_{z(a-b)} = \mathbf{0,1904 \text{ m}^4}$$

3.2.2.3. Cálculo de momento de inercia de la columna B – b.

Se muestra el ensamble de la columna B – b, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 61 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje Z de la columna B – b se ubica en el centroide de la misma.

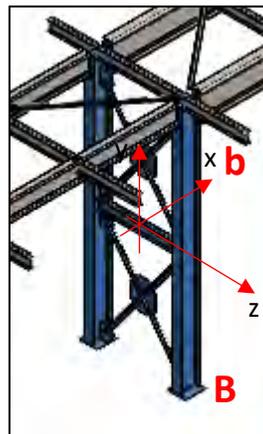


Figura 61. Ensamble de la columna B – b.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Columna Perfil – W IPE-300:**

Según la Tabla 17, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 17 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso	DIMENSIONES					Sección	Momento de Inercia		Módulo Resistente		Radio de Giro	
	kg/m	b	d	t	a	r ₀		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
		mm						cm ²	cm ⁴		cm ³		cm
IPE60	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE140	30,7	240	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE200	36,1	270	135	6,6	10,2	15	45,9	5.790	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	604	557	80,5	12,5	3,35

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = 8\,356 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 2 columnas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 2 \cdot 8\,356 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{z(IPE300)} = 16\,712 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Viga Perfil – W IPE-160:**

Según la Tabla 17 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil en la sección transversal dado (en este caso vendría a ser el momento polar) es:

$$I_z = (869 + 68,3) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner al perfil angular respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 18, se tiene que el momento de inercia del perfil angular (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 18 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes				Propiedades de la sección							
		b	d	t	r	z		ejes y-y-z				eje u-u		eje v-v					
								Z _u = Z _v (mm)	r _u (mm)	r _v (mm)	W _u (mm ³)	W _v (mm ³)	I _u (mm ⁴)	I _v (mm ⁴)	I _u (mm ⁴)	I _v (mm ⁴)			
L 20x20x2	0,98	20	20	3	2,5	2	111,91	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	5,89	0,81	7,40	0,19	3,82
L 25x25x3	1,11	25	25	3	3,5	2	141,91	7,2	17,7	10,2	9,8	0,80	0,45	1,11	7,49	1,25	9,40	0,33	4,93
L 30x30x4	1,48	30	30	4	3,5	2	184,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	7,40	1,60	9,28	0,43	4,51
L 40x40x6	2,97	40	40	6	4	4	321,87	16,4	43,4	20,2	21,1	19,38	4,40	11,29	18,26	36,21	22,88	8,06	11,76
L 50x50x8	5,42	50	50	8	5	4	690,87	16,5	42,4	25,5	21,1	22,81	5,29	13,51	19,12	36,19	22,88	9,49	11,76

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} m^4$$

$$I_z = 45,62 \cdot 10^{-8} m^4$$

Donde:

- $d = 0,9 m$
- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} m^2$

Reemplazando en la Ecuación 26:

$$I_{z-angular} = 45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,9^2)$$

$$I_{z-angular} = 56 006,09 \cdot 10^{-8} m^4$$

Como son 4 perfiles angulares que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la ecuación (27):

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_{z-angular} = 4 \cdot 56 006,09 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{z-angular} = 224 024,36 \cdot 10^{-8} m^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia total a flexión en la columna “B – b” es:

$$I_{z(Bb)} = 16 712 \cdot 10^{-8} + 937,3 \cdot 10^{-8} + 224 024,36 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z(B-b)} = 0,002417 \text{ m}^4$$

3.2.2.4. Cálculo de momento de inercia de la viga b – c.

Se muestra el ensamble de la viga b – c, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 62 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje z de la viga b – c se ubica en el centroide de la misma.

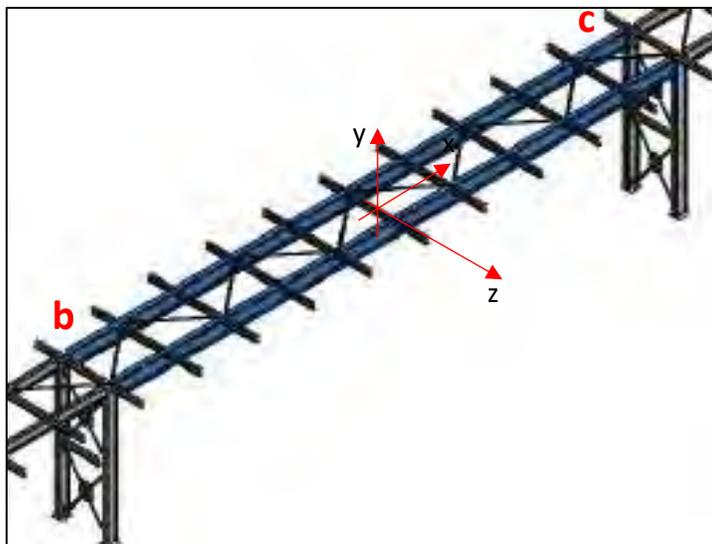


Figura 62. Ensamble de la viga b – c.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Viga Perfil – W IPE-400:**

Según la Tabla 19, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 19 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso kg/m	DIMENSIONES					Sección cm ²	Momento de inercia		Módulo Elástico		Radio de giro	
		h	b	t	e	R _t		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
IPE60	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE160	49,1	330	160	7,5	11,5	18	62,6	11.770	788	713	98,5	13,7	3,55
IPE200	57,1	360	170	8,0	12,7	18	72,7	16.270	1.043	904	123	15,0	3,79
IPE400	66,3	400	180	8,6	13,5	21	84,5	23.130	1.318	1.160	146	16,6	3,95

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = 23\,130 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 2 vigas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 2 \cdot 23\,130 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE400)} = 46\,260 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Viga Perfil – W IPE-160:**

Aplicando el teorema de Steiner para las 9 vigas externas a la viga en el centroide respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 19 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar) y el área de sección transversal son:

$$I_{z(IPE160)} = (869 + 68,3) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 6,40 \text{ m}$
- $d_2 = 4,80 \text{ m}$

- $d_3 = 3,20 \text{ m}$
- $d_4 = 1,60 \text{ m}$
- $A = 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$I_{Z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (1,6^2)) + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,2^2)) + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (4,8^2)) + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (6,4^2))$$

$$I_{Z(IPE160)} = 0,3088 \text{ m}^4$$

• **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner para los 10 perfiles angulares respecto al eje z.

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 20 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 20 Propiedades típicas del material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes				Propiedades de la sección							
		b	d	t	r	r ₁		Z _x * Z _y (mm ³)	r _x (mm)	r _y (mm)	W _x (mm ³)	W _y (mm ³)	ejes y-y/z-z		eje u-u		eje v-v		
													I _{xx} 10 ⁴ (mm ⁴)	I _{yy} 10 ⁴ (mm ⁴)	I _{uu} (mm ⁴)	I _{vv} (mm ⁴)			
L 20x20x2	0,38	20	20	2	2,1	2	111,51	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	0,89	0,81	7,40	0,19	3,82
L 25x25x2	0,51	25	25	2	2,5	2	141,91	7,2	17,7	10,2	8,8	0,60	0,45	1,11	1,09	1,26	9,40	0,33	4,81
L 25x25x3	0,68	25	25	3	3,1	3	164,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	1,40	1,60	0,28	0,43	4,51
L 30x30x3	0,92	30	30	3	3	3	201,87	9,0	21,2	12,2	10,1	1,18	0,85	1,59	1,66	2,00	0,38	0,56	5,16
L 30x30x4	1,24	30	30	4	3	4	230,87	9,5	21,2	13,0	10,1	1,48	1,01	1,81	1,87	2,30	0,46	0,68	5,76
L 40x40x4	1,65	40	40	4	4	4	281,87	11,0	25,3	15,0	11,0	1,88	1,29	2,11	2,17	2,60	0,56	0,81	6,76

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z-angular} = 45,62 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 7,20 \text{ m}$

- $d_2 = 5,60 \text{ m}$
- $d_3 = 4,00 \text{ m}$
- $d_4 = 2,40 \text{ m}$
- $d_5 = 0,80 \text{ m}$
- $A = 690,87 * 10^{-6} \text{ m}^2$

$$I_{Z\text{-angular}} = +2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,8^2)) + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (2,4^2))$$

$$+ 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (4,0^2)) + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (5,6^2))$$

$$+ 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (7,2^2))$$

$$I_{Z\text{-angular}} = 0,1459 \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia a flexión en la columna “b – c” es:

$$I_{Z(bc)} = 0,0004626 + 0,3088 + 0,1459$$

$$I_{Z(b-c)} = 0,4552 \text{ m}^4$$

3.2.2.5. Cálculo de momento de inercia de la columna C – c.

Se muestra el ensamble de la columna C – c, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 63 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje Z de la columna C – c se ubica en el centroide de la misma.

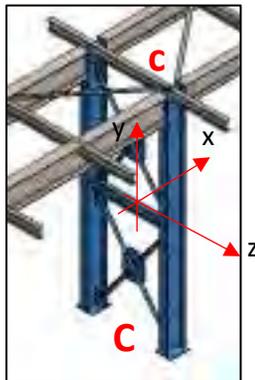


Figura 63. Ensamble de la columna C – c.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Columna Perfil – W IPE-300:**

Según la Tabla 21, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 21 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso	DIMENSIONES					Sección	Momento de Inercia		Módulo Resistente		Radio de Giro	
	kg/m	h	b	t	a	r		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
IPE80	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	100	62	5,0	7,4	6	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE140	30,7	140	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE200	36,1	200	135	6,6	10,2	15	45,9	5.790	420	429	62,2	11,2	3,02
W300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	804	557	80,5	12,5	3,35

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = 8\,356 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 2 columnas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 2 \cdot 8\,356 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{z(IPE300)} = 16\,712 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Viga Perfil – W IPE-160:**

Según la Tabla 21 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil en la sección transversal dado (en este caso vendría a ser el momento polar) es:

$$I_{z(IPE160)} = (869 + 68,3) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner al perfil angular respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 22 se tiene que el momento de inercia del perfil angular (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 22 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes					Propiedades de la sección							
		b	b ₁	t	t ₁	t ₂		z _c * y _c (mm)	r (mm)	u ₁ (mm)	u ₂ (mm)	ejes y-y-z				eje u-u		eje v-v		
												L=I 10 ⁴ (mm ⁴)	W _u 10 ³ (mm ³)	W _v 10 ³ (mm ³)	i _u (mm)	i _v (mm)	L ^u (mm ⁴)	I _u (mm ⁴)	L ^v (mm ⁴)	I _v (mm ⁴)
L 20x20x3	0,58	20	20	3	3,3	2	111,51	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	5,89	0,81	7,40	0,18	3,82	
L 25x25x3	1,11	25	25	3	3,5	2	141,51	7,2	17,7	10,5	8,8	0,80	0,45	1,11	7,49	1,26	9,40	0,31	4,81	
L 25x25x4	1,43	25	25	4	3,3	2	184,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	7,40	1,60	9,29	0,43	4,81	
L 40x40x4	4,87	40	40	4	4	4	521,87	16,4	43,4	25,7	21,1	19,33	4,45	14,76	18,38	36,71	22,88	3,00	14,76	
L 60x60x6	15,41	60	60	6	6	6	1592,87	26,5	62,4	35,5	21,1	22,81	9,29	19,01	19,17	66,15	22,88	9,46	11,76	

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} m^4$$

$$I_z = 45,62 \cdot 10^{-8} m^4$$

Donde:

- $d = 0,9 m$
- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} m^2$

Reemplazando en la Ecuación 26:

$$I_{z-angular} = 45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,9^2)$$

$$I_{z-angular} = 56 006,09 \cdot 10^{-8} m^4$$

Como son 4 perfiles angulares que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la ecuación (28):

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_{Z-angular} = 4 \cdot 56\,006,09 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z-angular} = 224\,024,36 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia total a flexión en la columna “C – c” es:

$$I_{Z(Cc)} = 16\,712 \cdot 10^{-8} + 937,3 \cdot 10^{-8} + 224\,024,36 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z(C-c)} = 0,002417 \text{ m}^4$$

3.2.2.6. Cálculo de momento de inercia de la viga c – d.

Se muestra el ensamble de la viga c – d, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 64 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje z de la viga c – d se ubica en el centroide de la misma.

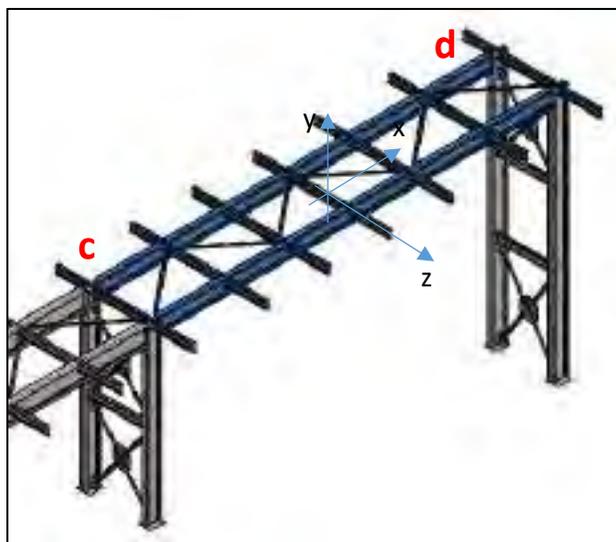


Figura 64. Ensamble de la viga c – d.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Viga Perfil – W IPE-300:**

Según la Tabla 23, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 23 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso	DIMENSIONES					Sección	Momento de Inercia		Módulo Resistente		Radio de Giro	
	kg/m	h	b	t	a	r ₀		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
		mm					cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm ³	cm	cm
IPE60	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE140	30,7	240	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE180	36,1	270	135	6,6	10,2	15	45,9	5.790	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE200	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	604	557	80,5	12,5	3,35

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_{Z(IPE300)} = 8\,356 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 2 vigas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_{Z(IPE300)} = 2 \cdot 8\,356 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{Z(IPE300)} = 16\,712 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Viga Perfil – W IPE-160:**

Aplicando el teorema de Steiner para las 6 vigas externas a la viga en el centroide respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 23 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar) y el área de sección transversal son:

$$I_{Z(IPE160)} = (869 + 68,3) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{Z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 5,00 \text{ m}$
- $d_2 = 3,34 \text{ m}$

- $d_3 = 1,67 \text{ m}$
- $A = 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$I_z = 937,3 \cdot 10^{-8} + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (1,67^2))$$

$$+ 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,34^2)) + 2(937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (5^2))$$

$$I_{z(1PE160)} = 0,1566 \text{ m}^4$$

• **Perfil Angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner para los 6 perfiles angulares respecto al eje z.

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 24 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 24 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes				Propiedades de la sección							
		b	d	t	r	r ₁		Zx y Zy (mm)		W _x (mm ³)	W _y (mm ³)	ejes y-y/z		eje u-u		eje v-v			
								Zx	Zy			I _{xx}	I _{yy}	I _{uu}	I _{vv}				
L 20x20x3	0,98	20	20	3	3,5	2	111,51	6,0	14,1	6,4	7,0	0,39	0,28	0,85	0,69	0,81	7,40	0,19	3,82
L 25x25x3	1,11	25	25	3	3,5	2	141,51	7,2	17,7	10,2	9,8	0,60	0,45	1,11	0,89	1,26	9,40	0,33	4,83
L 25x25x4	1,48	25	25	4	3,5	2	184,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	1,00	1,60	0,28	0,43	4,51
L 30x30x4	1,87	30	30	4	4	4	231,67	10,4	23,4	20,7	21,1	1,38	1,05	1,78	1,35	2,05	0,58	0,75	5,75
L 60x60x6	9,46	60	60	6	6	6	1002,8	36,9	42,4	35,9	21,1	22,81	5,29	13,51	19,17	36,16	22,88	9,46	11,79

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z-angular} = (45,62) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 4,170 \text{ m}$
- $d_2 = 2,505 \text{ m}$
- $d_3 = 0,835 \text{ m}$

- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

$$I_z = 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,835^2)) + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (2,505^2)) \\ + 2(45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (4,170^2))$$

$$I_{z\text{-angular}} = 0,03368 \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia a flexión en la columna “c – d”, es:

$$I_{z(c-d)} = 0,000167 + 0,1566 + 0,03368$$

$$I_{z(c-d)} = \mathbf{0,19045 \text{ m}^4}$$

3.2.2.7. Cálculo de momento de inercia de la columna D – d.

Se muestra el ensamble de la columna D – d, el cual está conformado por los elementos resaltados en la Figura 65 para desarrollar el cálculo de momentos de inercia respecto al eje z de cada elemento. Cabe resaltar que el eje Z de la columna D – d se ubica en el centroide de la misma.

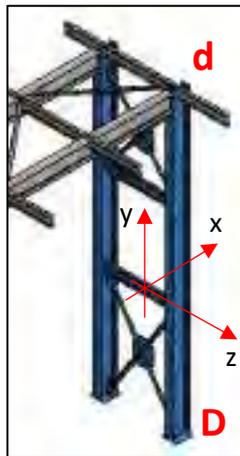


Figura 65. Ensamble de la columna D – d.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Donde se tienen los siguientes elementos estructurales donde se observan a más detalle en los Anexos F y G:

- **Columna Perfil – W IPE-300:**

Según la Tabla 25, nos muestra el momento de inercia y el área de sección transversal de dicho perfil son:

Tabla 25 Propiedades típicas del material ASTM-36 – Perfil IPE

IPE	Peso	DIMENSIONES					Sección	Momento de Inercia		Módulo Resistente		Radio de Giro	
	kg/m	h	b	t	a	r ₀		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
		mm					cm ²	cm ⁴		cm ³		cm	
IPE80	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	15,8	100	62	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE140	30,7	140	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE180	36,1	180	135	6,6	10,2	15	45,9	5.790	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	604	557	80,5	12,5	3,35

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = 8\,356 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 2 columnas que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_z = 2 \cdot 8\,356 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{z(IPE300)} = 16\,712 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

- **Viga Perfil – W IPE-160:**

Aplicando el teorema de Steiner a dicho perfil respecto al eje z, según la Ecuación 26:

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 25 se tiene que el momento de inercia de dicho perfil en la sección transversal dado (en este caso vendría a ser el momento polar) es:

$$I_z = (869 + 68,3) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z(IPE160)} = 937,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 1,80 \text{ m}$
- $A = 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$I_{Z(1PE160)} = 2 \cdot (937,3 \cdot 10^{-8} + (20,1 \cdot 10^{-4}) \cdot (1,8^2))$$

$$I_{Z(1PE160)} = 0,0130 \text{ m}^4$$

- **Perfil angular – L 60X60X6:**

Aplicando el teorema de Steiner al perfil angular respecto al eje z, según la ecuación (26):

$$I_z = I_{zc} + Ad^2$$

Según la Tabla 26 se tiene que el momento de inercia del perfil angular (en este caso vendría a ser el momento polar girado un ángulo de 45°) y el área de sección transversal son:

Tabla 26 Propiedades Típicas del Material ASTM-36 – Perfil angular.

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes					Propiedades de la sección						
		b	d	t	r	Z		Z _x	Z _y	r	I _x	I _y	ejes y-y/z-z			eje u-u		eje v-v	
													L=Z	W _u	W _v	I _u	L ² I _u	L	L ² I _v
L 20x20x3	0,38	20	20	3	3,5	2	111,51	8,0	14,1	8,4	7,0	0,39	0,28	0,85	0,89	0,81	7,40	3,15	3,82
L 25x25x3	0,51	25	25	3	3,5	2	141,51	7,2	11,7	10,2	8,8	0,80	0,45	1,11	7,48	1,26	9,40	0,31	4,81
L 25x25x4	1,48	25	25	4	3,5	2	184,51	7,6	11,7	10,8	8,9	1,01	0,68	1,33	7,49	1,60	0,29	0,43	4,57
L 40x40x4	4,97	40	40	4	4	4	581,87	16,4	42,4	25,7	21,1	19,33	4,45	11,78	11,38	35,71	22,58	3,06	11,76
L 60x60x6	14,70	60	60	6	6	6	1692,87	36,5	42,4	25,5	21,1	22,81	5,29	13,51	18,17	36,19	22,88	3,49	11,70

Fuente: <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php>

$$I_z = (36,16 + 9,46) \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{z\text{-angular}} = 45,62 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Donde:

- $d_1 = 1,80 \text{ m}$
- $A = 690,87 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

Reemplazando en la Ecuación 27:

$$I_{Z-angular} = 45,62 \cdot 10^{-8} + (690,87 \cdot 10^{-6}) \cdot (1,8^2)$$

$$I_{Z-angular} = 223\,887,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Como son 4 perfiles angulares que pasan por el mismo eje z, se aplica la propiedad aditiva de los momentos de inercia según la Ecuación 27:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} I^{(i)}$$

$$I_{Z-angular} = 4 \cdot 223\,887,5 \cdot 10^{-8}$$

$$I_{Z-angular} = 895\,550 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Por lo tanto, se tiene el momento de inercia total a flexión en la columna “D – d” es:

$$I_{Z(Dd)} = 0,000167 + 0,0130 + 0,008956$$

$$I_{Z(D-d)} = \mathbf{0,0221 \text{ m}^4}$$

3.2.3. Cálculo de la matriz de masa

Se emplea Ecuación 24 descrita en el capítulo 2 para cada elemento estructural del tramo 1 – 4, correspondientes a cada columna y viga, para después ensamblarla según los grados de libertad.

$$M_C^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Según, la ecuación anterior tanto la longitud como el área de sección transversal del elemento estructural son las únicas variables que cambian, por lo que se tomará en consideración.

Primero, se calcula cada elemento que se encuentra en la estructura del tramo 1 – 4, donde la densidad del acero es:

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

✓ **Perfil IPE-160**

Donde:

- $l = 1,35 \text{ m}$
- $A = 0,0021 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M1 = \begin{bmatrix} 7,1 & 0 & 0 & 3,55 & 0 & 0 \\ 0 & 7,912 & 1,506 & 0 & 2,739 & -0,89 \\ 0 & 1,506 & 0,37 & 0 & 0,89 & -0,277 \\ 3,55 & 0 & 0 & 7,1 & 0 & 0 \\ 0 & 2,739 & 0,89 & 0 & 7,912 & -1,506 \\ 0 & -0,89 & -0,277 & 0 & -1,506 & 0,37 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-160**

Donde:

- $l = 3,05 \text{ m}$
- $A = 0,0021 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M2 = \begin{bmatrix} 16,042 & 0 & 0 & 8,021 & 0 & 0 \\ 0 & 17,875 & 7,688 & 0 & 6,187 & -4,543 \\ 0 & 7,688 & 4,264 & 0 & 4,543 & -3,2 \\ 8,021 & 0 & 0 & 16,042 & 0 & 0 \\ 0 & 6,187 & 4,543 & 0 & 17,875 & -7,688 \\ 0 & -4,543 & -3,2 & 0 & -7,688 & 4,264 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-160**

Donde:

- $l = 3,90 \text{ m}$
- $A = 0,0021 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M3 = \begin{bmatrix} 20,512 & 0 & 0 & 10,256 & 0 & 0 \\ 0 & 22,856 & 12,571 & 0 & 7,912 & -7,428 \\ 0 & 12,571 & 8,914 & 0 & 7,428 & -6,686 \\ 10,256 & 0 & 0 & 20,512 & 0 & 0 \\ 0 & 7,912 & 7,428 & 0 & 22,856 & -12,571 \\ 0 & -7,428 & -6,686 & 0 & -12,571 & 8,914 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil angular de lados iguales**

Donde:

- $l = 0,95 \text{ m}$
- $A = 0,00069087 \text{ m}^2$ – Anexo G

$$M4 = \begin{bmatrix} 1,717 & 0 & 0 & 0,859 & 0 & 0 \\ 0 & 1,914 & 0,256 & 0 & 0,662 & -0,152 \\ 0 & 0,256 & 0,044 & 0 & 0,152 & -0,033 \\ 0,859 & 0 & 0 & 1,717 & 0 & 0 \\ 0 & 0,662 & 0,152 & 0 & 1,914 & -0,256 \\ 0 & -0,152 & -0,033 & 0 & -0,256 & 0,044 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-270**

Donde:

- $l = 10 \text{ m}$
- $A = 0,00459 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M5 = \begin{bmatrix} 120,105 & 0 & 0 & 60,053 & 0 & 0 \\ 0 & 133,831 & 188,736 & 0 & 46,326 & -111,526 \\ 0 & 188,736 & 343,157 & 0 & 111,526 & -257,368 \\ 60,053 & 0 & 0 & 120,105 & 0 & 0 \\ 0 & 46,326 & 111,526 & 0 & 133,831 & -188,736 \\ 0 & -111,526 & -257,368 & 0 & -188,736 & 343,157 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-300**

Donde:

- $l = 3,90 \text{ m}$
- $A = 0,00538 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M6 = \begin{bmatrix} 54,903 & 0 & 0 & 27,452 & 0 & 0 \\ 0 & 61,178 & 33,648 & 0 & 21,177 & -19,883 \\ 0 & 33,648 & 23,859 & 0 & 19,883 & -17,894 \\ 27,452 & 0 & 0 & 54,903 & 0 & 0 \\ 0 & 21,177 & 19,883 & 0 & 61,178 & -33,648 \\ 0 & -19,883 & -17,894 & 0 & -33,648 & 23859 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-300**

Donde:

- $l = 5,685 \text{ m}$
- $A = 0,00538 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M7 = \begin{bmatrix} 80,032 & 0 & 0 & 40,016 & 0 & 0 \\ 0 & 89,178 & 71,497 & 0 & 30,869 & -42,248 \\ 0 & 71,497 & 73,902 & 0 & 42,248 & -55,426 \\ 40,016 & 0 & 0 & 80,032 & 0 & 0 \\ 0 & 30,869 & 42,248 & 0 & 89,178 & -71,497 \\ 0 & -42,248 & -55,426 & 0 & -71,497 & 73,902 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-300**

Donde:

- $l = 9,00 \text{ m}$
- $A = 0,00538 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M8 = \begin{bmatrix} 126,7 & 0 & 0 & 63,35 & 0 & 0 \\ 0 & 141,179 & 179,189 & 0 & 48,87 & -105,884 \\ 0 & 149,189 & 293,218 & 0 & 105,884 & -219,913 \\ 63,35 & 0 & 0 & 126,7 & 0 & 0 \\ 0 & 48,87 & 105,884 & 0 & 141,179 & -179,189 \\ 0 & -105,884 & -219,913 & 0 & -179,189 & 293,218 \end{bmatrix}$$

✓ **Perfil IPE-400**

Donde:

- $l = 16,00 \text{ m}$
- $A = 0,00845 \text{ m}^2$ – Anexo F

$$M9 = \begin{bmatrix} 353,8 & 0 & 0 & 176,9 & 0 & 0 \\ 0 & 394,2 & 889,5 & 0 & 136,5 & -525,6 \\ 0 & 889,5 & 2587,6 & 0 & 525,6 & -1940,7 \\ 176,9 & 0 & 0 & 353,8 & 0 & 0 \\ 0 & 136,5 & 525,6 & 0 & 394,2 & -889,5 \\ 0 & -525,6 & -1940,7 & 0 & -889,5 & 2587,6 \end{bmatrix}$$

Luego, se procede a calcular la matriz de masa equivalente de cada columna y viga de toda la estructura, como muestra la Figura 66 según la cantidad de elementos estructurales que contengan respectivamente para que, a partir de la masa calculada, hallar el área de sección transversal equivalente a cada columna y viga respectivamente. Empleando el programa MATLAB R2021b se calcula las matrices de masas de cada columna y viga, las que se encuentran desarrolladas en el Anexo I.

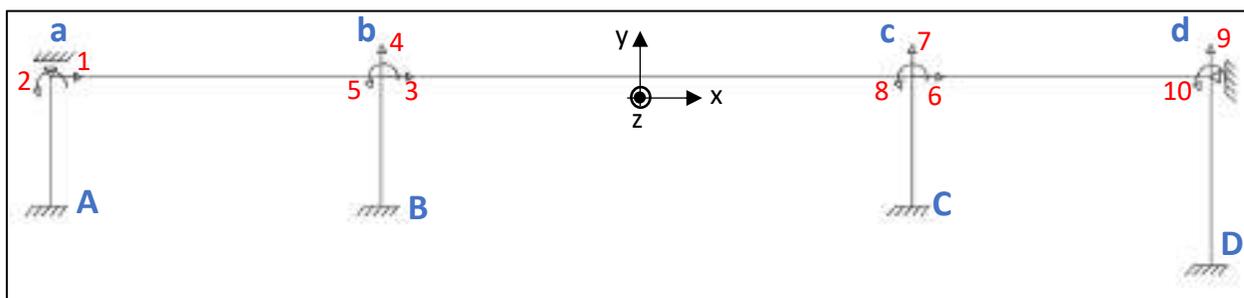


Figura 66 Diagrama por elemento de la estructura tramo 1 – 4.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.3.1. Cálculo de la matriz de masa de la columna A – a.

La columna A – a tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M1 presenta 1 perfil IPE-160 de longitud 1,35 m.
- Matriz M3 presenta 2 perfiles IPE-160 de longitud 3,9 m.
- Matriz M4 presenta 4 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la columna A – a es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{Aa} = M1 + 2M3 + 4M4$$

$$M_{Aa} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 54,994 & 0 & 0 & 27,497 & 0 & 0 \\ 0 & 61,279 & 27,674 & 0 & 21,212 & -16,353 \\ 0 & 27,674 & 18,375 & 0 & 16,353 & -13,781 \\ 27,497 & 0 & 0 & 54,994 & 0 & 0 \\ 0 & 21,212 & 16,353 & 0 & 61,279 & -27,674 \\ 0 & -16,353 & -13,781 & 0 & -27,674 & 18,375 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la columna A – a, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{A-a} = m1 + 2m3 + 4m4$$

$$m_{A-a} = 15,8 * 1,35 + 2 * 15,8 * 3,9 + 4 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{A-a} = 165,2 \text{ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la columna A – a:

$$m_{A-a} = \rho V$$

$$m_{A-a} = \rho A_{Aa} L_{Aa}$$

$$A_{A-a} = \frac{m_{Aa}}{\rho \cdot L_{Aa}} = \frac{165,2}{7850 \cdot 3,9}$$

$$A_{A-a} = 0,0054 \text{ m}^2$$

3.2.3.2. Cálculo de la matriz de masa de la viga a – b.

La viga a – b tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M2 presenta 7 perfiles IPE-160 de longitud 3,050 m.
- Matriz M5 presenta 2 perfiles IPE-270 de longitud 10 m.
- Matriz M4 presenta 6 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en La viga a – b es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{ab} = 7M2 + 2M5 + 6M4$$

$$M_{ab} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 362,805 & 0 & 0 & 181,402 & 0 & 0 \\ 0 & 404,268 & 432,83 & 0 & 139,939 & -255,763 \\ 0 & 432,83 & 716,425 & 0 & 255,763 & -537,319 \\ 181,402 & 0 & 0 & 362,805 & 0 & 0 \\ 0 & 139,939 & 255,763 & 0 & 404,268 & -432,83 \\ 0 & -255,763 & -537,319 & 0 & -432,83 & 716,425 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la viga a – b, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{a-b} = 7m_2 + 2m_5 + 6m_4$$

$$m_{a-b} = 7 * 15,8 * 3,050 + 2 * 36,1 * 10 + 6 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{a-b} = 1\ 090,2\ kg$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la viga a – b:

$$m_{a-b} = \rho V$$

$$m_{a-b} = \rho A_{ab} L_{ab}$$

$$A_{a-b} = \frac{m_{ab}}{\rho \cdot L_{ab}} = \frac{1\ 090,2}{7\ 850 \cdot 10}$$

$$A_{a-b} = 0,0139\ m^2$$

3.2.3.3. Cálculo de la matriz de masa de la columna B – b.

La columna B – b tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M1 presenta 1 perfil IPE-160 de longitud 1,35 m.
- Matriz M6 presenta 2 perfiles IPE-300 de longitud 3,9 m.
- Matriz M4 presenta 4 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la columna B – b es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{Bb} = M1 + 2M6 + 4M4$$

$$M_{Bb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 123,776 & 0 & 0 & 61,888 & 0 & 0 \\ 0 & 137,922 & 69,827 & 0 & 47,742 & -41,262 \\ 0 & 69,827 & 48,265 & 0 & 41,262 & -36,199 \\ 61,888 & 0 & 0 & 123,776 & 0 & 0 \\ 0 & 47,742 & 41,262 & 0 & 137,922 & -69,827 \\ 0 & -41,262 & -36,199 & 0 & -69,827 & 48,265 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la columna B – b, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{B-b} = m_1 + 2m_6 + 4m_4$$

$$m_{B-b} = 15,8 * 1,35 + 2 * 42,2 * 3,9 + 4 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{B-b} = 371,1 \text{ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la columna B – b:

$$m_{B-b} = \rho V$$

$$m_{B-b} = \rho A_{Bb} L_{Bb}$$

$$A_{B-b} = \frac{m_{Bb}}{\rho \cdot L_{Bb}} = \frac{371,1}{7850 \cdot 3,9}$$

$$A_{B-b} = 0,0121 \text{ m}^2$$

3.2.3.4. Cálculo de la matriz de masa de la viga b – c

La viga b – c tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M2 presenta 9 perfiles IPE-160 de longitud 3,050 m.
- Matriz M9 presenta 2 perfiles IPE-400 de longitud 16 m.
- Matriz M4 presenta 10 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la viga b – c es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{bc} = 9M2 + 2M9 + 10M4$$

$$M_{bc} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 869,1 & 0 & 0 & 434,5 & 0 & 0 \\ 0 & 968,4 & 1850,7 & 0 & 335,2 & -1093,6 \\ 0 & 1850,7 & 5214 & 0 & 1093,6 & -3910,5 \\ 434,5 & 0 & 0 & 869,1 & 0 & 0 \\ 0 & 335,2 & 1093,6 & 0 & 968,4 & -1850,7 \\ 0 & -1093,6 & -3910,5 & 0 & -1850,7 & 5214 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la viga b – c, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{b-c} = 9m2 + 2m9 + 10m4$$

$$m_{b-c} = 9 * 15,8 * 3,050 + 2 * 66,3 * 16 + 10 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{b-c} = 2606,8 \text{ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la viga b – c:

$$m_{b-c} = \rho V$$

$$m_{b-c} = \rho A_{bc} L_{bc}$$

$$A_{b-c} = \frac{m_{bc}}{\rho \cdot L_{bc}} = \frac{2\,606,8}{7\,850 \cdot 16}$$

$$A_{b-c} = \mathbf{0,0208\ m^2}$$

3.2.3.5. Cálculo de la matriz de masa de la columna C – c.

La columna C – c tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M1 presenta 1 perfil IPE-160 de longitud 1,35 m.
- Matriz M6 presenta 2 perfiles IPE-300 de longitud 3,9 m.
- Matriz M4 presenta 4 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la columna C – c es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{Cc} = M1 + 2M6 + 4M4$$

$$M_{Cc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 123,776 & 0 & 0 & 61,888 & 0 & 0 \\ 0 & 137,922 & 69,827 & 0 & 47,742 & -41,262 \\ 0 & 69,827 & 48,265 & 0 & 41,262 & -36,199 \\ 61,888 & 0 & 0 & 123,776 & 0 & 0 \\ 0 & 47,742 & 41,262 & 0 & 137,922 & -69,827 \\ 0 & -41,262 & -36,199 & 0 & -69,827 & 48,265 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la columna C – c, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{c-c} = m1 + 2m6 + 4m4$$

$$m_{c-c} = 15,8 * 1,35 + 2 * 42,2 * 3,9 + 4 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{c-c} = \mathbf{371,1\ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la columna C – c:

$$m_{c-c} = \rho V$$

$$m_{c-c} = \rho A_{Cc} L_{Cc}$$

$$A_{c-c} = \frac{m_{cc}}{\rho \cdot L_{cc}} = \frac{371,1}{7850 \cdot 3,9}$$

$$A_{c-c} = 0,0121 \text{ m}^2$$

3.2.3.6. Cálculo de la matriz de masa de la viga c – d.

La viga c – d tiene los siguientes elementos estructurales

- Matriz M2 presenta 7 perfiles IPE-160 de longitud 3,050 m.
- Matriz M8 presenta 2 perfiles IPE-300 de longitud 9 m.
- Matriz M4 presenta 6 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la viga c – d es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{cd} = 7M2 + 2M8 + 6M4$$

$$M_{cd} = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 & 0 & 9 & 10 \\ 375,993 & 0 & 0 & 187,996 & 0 & 0 \\ 0 & 418,963 & 413,735 & 0 & 145,026 & -244,48 \\ 0 & 413,735 & 616,546 & 0 & 244,48 & -462,41 \\ 187,996 & 0 & 0 & 375,993 & 0 & 0 \\ 0 & 145,026 & 244,48 & 0 & 418,963 & -413,735 \\ 0 & -244,48 & -462,41 & 0 & -413,735 & 616,546 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la viga c – d, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{c-d} = 7m2 + 2m8 + 6m4$$

$$m_{c-d} = 7 * 15,8 * 3,050 + 2 * 42,2 * 9 + 6 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{c-d} = 1\,127,8 \text{ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la viga c – d:

$$m_{c-d} = \rho V$$

$$m_{c-d} = \rho A_{cd} L_{cd}$$

$$A_{c-d} = \frac{m_{cd}}{\rho \cdot L_{cd}} = \frac{1\,127,8}{7850 \cdot 9}$$

$$A_{c-d} = 0,0160 \text{ m}^2$$

3.2.3.7. Cálculo de la matriz de masa de la columna D – d.

La columna D – d tiene los siguientes elementos estructurales:

- Matriz M1 presenta 2 perfiles IPE-160 de longitud 1,35 m.
- Matriz M7 presenta 2 perfiles IPE-300 de longitud 5,685 m.
- Matriz M4 presenta 4 perfiles angulares de lados iguales de longitud 0,95 m.

La matriz de masa en la columna D – d es la suma de las matrices de sus elementos:

$$M_{Dd} = 2M1 + 2M7 + 4M4$$

$$M(Dd) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 10 \\ 181,133 & 0 & 0 & 90,567 & 0 & 0 \\ 0 & 201,834 & 147,032 & 0 & 69,866 & -86,882 \\ 0 & 147,032 & 148,72 & 0 & 86,882 & -111,54 \\ 90,567 & 0 & 0 & 181,133 & 0 & 0 \\ 0 & 69,866 & 86,882 & 0 & 201,834 & -147,032 \\ 0 & -86,882 & -111,54 & 0 & -147,032 & 148,72 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Se calcula la magnitud de la masa en la columna D – d, de acuerdo a la longitud del perfil y al dato de peso por longitud del anexo F.

$$m_{D-d} = 2m1 + 2m7 + 4m4$$

$$m_{D-d} = 2 * 15,8 * 1,35 + 2 * 42,2 * 5,685 + 4 * 5,42 * 0,95$$

$$m_{D-d} = 543,1 \text{ kg}$$

Luego, se procede a calcular el área de sección transversal equivalente en la columna D – d:

$$m_{D-d} = \rho V$$

$$m_{D-d} = \rho A_{Dd} L_{Dd}$$

$$A_{D-d} = \frac{m_{Dd}}{\rho \cdot L_{Dd}} = \frac{543,1}{7850 \cdot 5,685}$$

$$A_{D-d} = 0,0122 \text{ m}^2$$

3.2.3.9. Resumen de los momentos de inercia y áreas calculados.

El resumen de los momentos de inercia, áreas y longitudes de cada columna y viga de la estructura se muestra en la Tabla 27 para poder aplicar directamente al cálculo de los momentos de inercia de cada elemento estructural por separado.

Tabla 27. Resumen de Momentos de Inercia, Áreas y Longitudes de Columnas y Vigas.

	1 (A-a)	2 (a-b)	3 (B-b)	4 (b-c)	5 (C-c)	6 (c-d)	7 (D-d)
A (m²)	0,0054	0,0139	0,0121	0,0208	0,0121	0,0160	0,0122
E (kN/m²)	2 * 10 ⁸						
I (m⁴)	0,0176	0,4199	0,0433	1,537	0,0433	0,4083	0,1091
l (m)	3,9	10	3,9	16	3,9	9	5,685

Fuente: Elaboración propia.

3.2.4. Diagramas analíticos

En el análisis de cálculo se considera una estructura tipo pórtico, el cual es representativo a la estructura en 3d, debido a que los grados de libertad más importantes se dan en dicho plano en el que interviene el movimiento en el eje x, y, además de la flexión en el eje z. Cabe resaltar que tanto la torsión y el movimiento en el eje z son despreciables y por ello la representación de la estructura tipo pórtico, a parte que los cálculos se simplifican al desarrollar el análisis en 2d.

3.2.4.1. Diagrama de cuerpo libre.

En la Figura 67 se muestra el diagrama de cuerpo libre de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4 tipo pórtico.

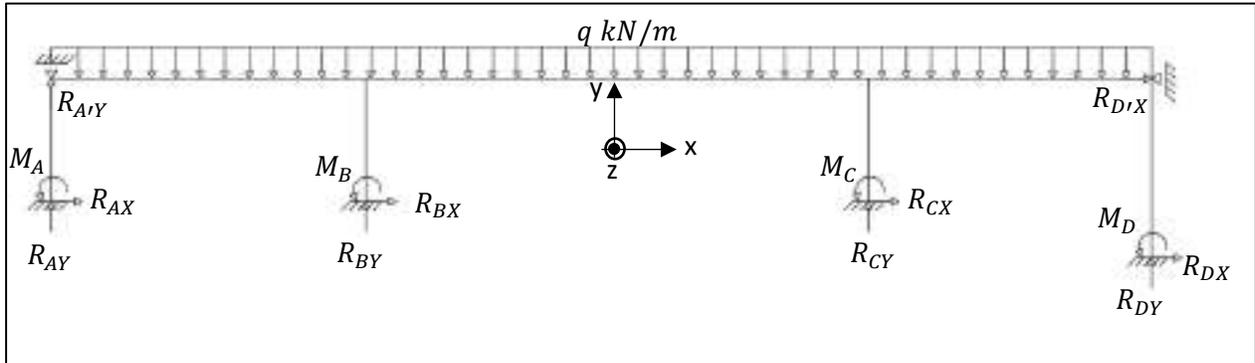


Figura 67. Diagrama de Cuerpo Libre de la Estructura.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.4.2. Diagrama de grados de libertad

En la Figura 68 se muestra el diagrama de grados de libertad de la estructura tipo pórtico del tramo 1 – 4. En dicho diagrama se puede observar también las restricciones establecidas en los extremos del pórtico, en el extremo izquierdo en el punto “a” se restringe el movimiento vertical por el apoyo de la torre de transferencia y en el extremo derecho en el punto “d” se restringe el movimiento en el eje horizontal por el corte que se hizo en la estructura para el análisis.

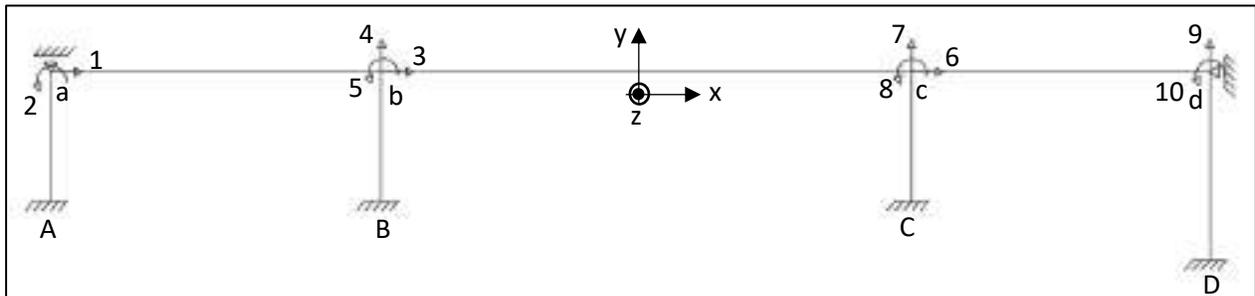


Figura 68. Grados de Libertad en la Estructura.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.5. Cálculo de la matriz de rigidez

Para el cálculo de la matriz de rigidez se encontraron formas ya establecidas según (Uribe, 2000) en el que se incluyen fuerza axial, de corte y momento de flexión, su rigidez tanto para el elemento de viga como para columna se pueden plantear en forma de matrices conforme a la Ecuación 18 y Ecuación 19 respectivamente, además se colocan los números de grados de libertad a cada elemento para después ensamblarlo en la matriz global.

$$[K]_{viga} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$[K]_{columna} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

A continuación, se realiza el cálculo de cada columna y viga considerando los resultados de la Tabla 27.

3.2.5.1. Cálculo de la matriz de rigidez de la columna A – a.

$$K(Aa) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 91721,0 & 0 & -178856,0 & -91721,0 & 0 & -178856,0 \\ 0 & 276923,1 & 0 & 0 & -276923,1 & 0 \\ -178856,0 & 0 & 465025,6 & 178856,0 & 0 & 232512,8 \\ -91721,0 & 0 & 178856,0 & 91721,0 & 0 & 178856,0 \\ 0 & -276923,1 & 0 & 0 & 276923,1 & 0 \\ -178856,0 & 0 & 232512,8 & 178856,0 & 0 & 465025,6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$$

3.2.5.2. Cálculo de la matriz de rigidez de la viga a – b.

$$K(ab) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 278000,0 & 0 & 0 & -278000,0 & 0 & 0 \\ 0 & 456960,0 & 2284800,0 & 0 & -456960,0 & 2284800,0 \\ 0 & 2284800,0 & 15232000,0 & 0 & -2284800,0 & 7616000,0 \\ -278000,0 & 0 & 0 & 278000,0 & 0 & 0 \\ 0 & -456960,0 & -2284800,0 & 0 & 456960,0 & -2284800,0 \\ 0 & 2284800,0 & 7616000,0 & 0 & -2284800,0 & 15232000,0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

3.2.5.3. Cálculo de la matriz de rigidez de la columna B – b.

$$K(Bb) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 97789,9 & 0 & -190690,3 & -97789,9 & 0 & -190690,3 \\ 0 & 620512,8 & 0 & 0 & -620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 495794,9 & 190690,3 & 0 & 247897,4 \\ -97789,9 & 0 & 190690,3 & 97789,9 & 0 & 190690,3 \\ 0 & -620512,8 & 0 & 0 & 620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 247897,4 & 190690,3 & 0 & 495794,9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

3.2.5.4. Cálculo de la matriz de rigidez de la viga b – c.

$$K(bc) = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 260000,0 & 0 & 0 & -260000,0 & 0 & 0 \\ 0 & 266718,8 & 2133750,0 & 0 & -266718,8 & 2133750,0 \\ 0 & 2133750,0 & 2276000,0 & 0 & -2133750,0 & 11380000,0 \\ -260000,0 & 0 & 0 & 260000,0 & 0 & 0 \\ 0 & -266718,8 & -2133750,0 & 0 & 266718,8 & -2133750,0 \\ 0 & 2133750,0 & 11380000,0 & 0 & -2133750,0 & 22760000,0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

3.2.5.5. Cálculo de la matriz de rigidez de la columna C – c.

$$K(Cc) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 97789,9 & 0 & -190690,3 & -97789,9 & 0 & -190690,3 \\ 0 & 620512,8 & 0 & 0 & -620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 495794,9 & 190690,3 & 0 & 247897,4 \\ -97789,9 & 0 & 190690,3 & 97789,9 & 0 & 190690,3 \\ 0 & -620512,8 & 0 & 0 & 620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 247897,4 & 190690,3 & 0 & 495794,9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

3.2.5.6. Cálculo de la matriz de rigidez de la viga c – d.

$$K(cd) = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 8 & 0 & 9 & 10 \\ 355555,6 & 0 & 0 & -355555,6 & 0 & 0 \\ 0 & 626995,9 & 2821481,5 & 0 & -626995,9 & 2821481,5 \\ 0 & 2821481,5 & 16928888,9 & 0 & -2821481,5 & 8464444,4 \\ -355555,6 & 0 & 0 & 355555,6 & 0 & 0 \\ 0 & -626995,9 & -2821481,5 & 0 & 626995,9 & -2821481,5 \\ 0 & 2821481,5 & 8464444,4 & 0 & -2821481,5 & 16928888,9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

3.2.5.7. Cálculo de la matriz de rigidez de la columna D – d.

$$K(Dd) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 10 \\ 288677,0 & 0 & -820564,2 & -288677,0 & 0 & -820564,2 \\ 0 & 429199,6 & 0 & 0 & -429199,6 & 0 \\ -820564,2 & 0 & 3109938,4 & 820564,2 & 0 & 1554969,2 \\ -288677,0 & 0 & 820564,2 & 288677,0 & 0 & 820564,2 \\ 0 & -429199,6 & 0 & 0 & 429199,6 & 0 \\ -820564,2 & 0 & 1554969,2 & 820564,2 & 0 & 3109938,4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

3.2.5.8. Matriz de rigidez equivalente.

Se deduce una matriz de rigidez global o equivalente, el cual se suma cada posición de grado de libertad determinado por los números resaltados en azul de cada elemento de matriz de rigidez.

$$K(ens) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 369721,0 & 178856 & -278000,0 & 0 & 0 \\ 178856 & 15697025,6 & 0 & -2284800 & 7616000,0 \\ -278000,0 & 0 & 635789,9 & 0 & 190690,3 \\ 0 & -2284800 & 0 & 1344191,6 & -151050 \\ 0 & 7616000,0 & 190690,3 & -151050 & 38487794,9 \\ 0 & 0 & -260000,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -266718,8 & -2133750 \\ 0 & 0 & 0 & 2133750 & 11380000,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -260000,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -266718,8 & 2133750 & 0 & 0 \\
 0 & -2133750 & 11380000,0 & 0 & 0 \\
 713345,5 & 0 & 190690,3 & 0 & 0 \\
 0 & 1514227,5 & 687731 & -626995,9 & 2821481,5 \\
 190690,3 & 687731 & 40184683,8 & -2821481,5 & 8464444 \\
 0 & -626995,9 & -2821481,5 & 1056195,5 & -2821481 \\
 0 & 2821481,5 & 8464444 & -2821481 & 20038827,3
 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

3.2.6. Cálculo de la matriz de desplazamientos

Primero se halla la matriz de fuerza en los nodos y en el empotramiento de cada elemento para el cálculo de la matriz de fuerzas internas y con ello hallar los desplazamientos respectivos aplicando la ecuación en donde interviene la matriz de rigidez calculada.

3.2.6.1. Matriz de fuerza en los nodos.

En el diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 67 se observa que no existe fuerzas en los nodos de la estructura del tramo 1 – 4 tipo pórtico, por lo que su matriz viene dada por:

$$F(\text{nodos}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

3.2.6.2. Matriz de fuerza de empotramiento.

Se realiza el cálculo de la matriz de empotramiento de cada elemento estructural.

3.2.6.2.1. Matriz de fuerza de empotramiento en la columna A – a.

En la columna A – a no existe fuerzas actuantes, por lo que su matriz es:

$$Fe(Aa) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$$

3.2.6.2.2. Matriz de fuerza de empotramiento en la viga a – b.

En la Figura 69 se muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga a – b para poner los valores de fuerza y momento flector en la matriz de fuerza de empotramiento ab.

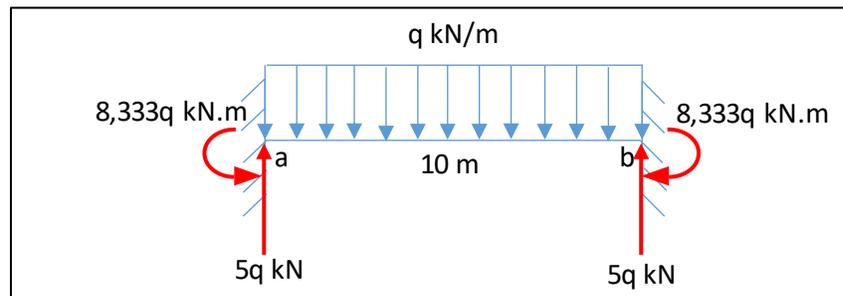


Figura 69. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga a – b.

Fuente: Elaboración propia.

$$Fe(ab) = \begin{bmatrix} 0 \\ 5q \\ 8,333q \\ 0 \\ 5q \\ -8,333q \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

3.2.6.2.3. Matriz de fuerza de empotramiento en la columna B – b

En la columna B – b no existe fuerzas actuantes, por lo que su matriz es:

$$Fe(Bb) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

3.2.6.2.4. Matriz de fuerza de empotramiento en la viga b – c.

En la Figura 70 muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga b – c para poner los valores de fuerza y momento flector en la matriz de fuerza de empotramiento b – c.

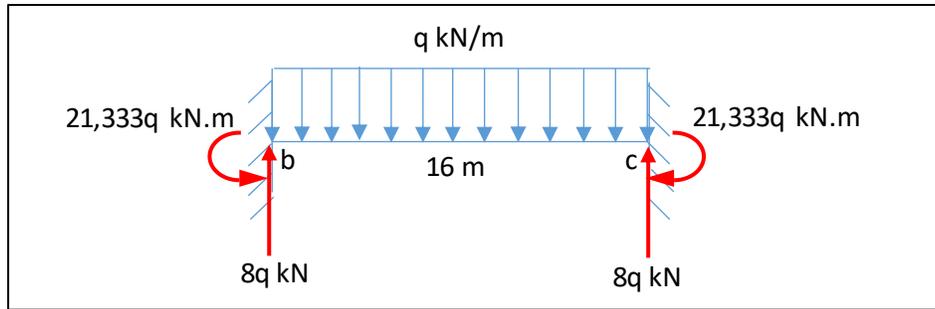


Figura 70. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga $b - c$.

Fuente: Elaboración propia.

$$Fe(bc) = \begin{bmatrix} 0 \\ 8q \\ 21,333q \\ 0 \\ 8q \\ -21,333q \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

3.2.6.2.5. Matriz de fuerza de empotramiento en la columna $C - c$.

En la columna $C - c$ no existe fuerzas actuantes, por lo que su matriz es:

$$Fe(Cc) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

3.2.6.2.6. Matriz de fuerza de empotramiento en la viga $c - d$.

En la Figura 71 muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga $c - d$ para poner los valores de fuerza y momento flector en la matriz de fuerza de empotramiento $c - d$.

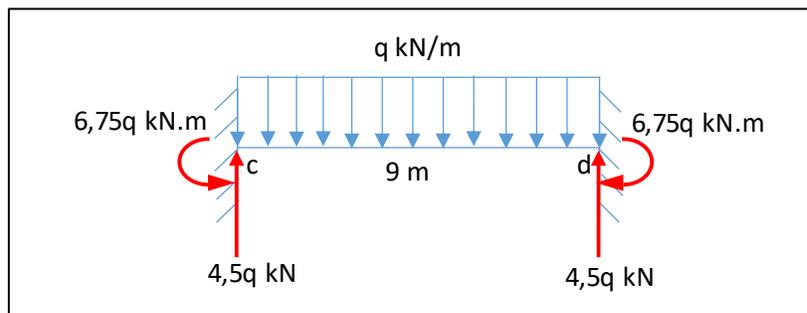


Figura 71. Diagrama de Cuerpo Libre de la viga $c - d$.

Fuente: Elaboración propia.

$$Fe(cd) = \begin{bmatrix} 0 \\ 4,5q \\ 6,75q \\ 0 \\ 4,5q \\ -6,75q \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

3.2.6.2.7. Matriz de fuerza de empotramiento en la columna D – d.

En la columna D – d no existe fuerzas actuantes, por lo que su matriz es:

$$Fe(Dd) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

3.2.6.2.8. Ensamble de la matriz de empotramiento.

Después de obtener la matriz de empotramiento de cada columna y viga se deduce a una matriz de empotramiento global o ensamblada, el cual se suma cada posición determinada por los números resaltados en azul de cada elemento.

$$Fe(ens) = \begin{bmatrix} 0 \\ 8,333q \\ 0 \\ 13q \\ 13q \\ 0 \\ 12,5q \\ -14,583q \\ 4,5q \\ -6,75q \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Reemplazamos el valor de carga externa “q” calculado anteriormente con el valor de 2,43 kN/m para obtener en kN.

$$F_{e(ens)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 20,249 \\ 0 \\ 31,59 \\ 31,59 \\ 0 \\ 30,375 \\ -35,437 \\ 10,935 \\ -16,403 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} (kN)$$

3.2.6.3. Matriz de fuerzas internas

Una vez calculado la matriz de fuerza en los nodos y empotramientos, se calcula la matriz de fuerzas internas según la siguiente Ecuación 28.

$$[F_{in}] = [F_{nodos}] - [F_{emp\ ens}] \quad (28)$$

$$F(in) = \begin{bmatrix} 0 \\ -20,249 \\ 0 \\ -31,59 \\ -31,59 \\ 0 \\ -30,375 \\ 35,437 \\ -10,935 \\ 16,403 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} (kN)$$

3.2.6.4. Matriz de desplazamientos y rotaciones.

Con la matriz de fuerzas internas y la matriz de rigidez global calculadas anteriormente, se halla la matriz de desplazamientos en el eje x, eje y, además del rotacional en el eje z, empleando la siguiente Ecuación 29.

$$[\delta] = [K]^{-1} \cdot [F_{int}] \quad (29)$$

Empleando el programa MATLAB R2021b se calcula la matriz inversa de la rigidez global y luego se multiplica por la matriz de fuerzas internas para obtener la matriz de desplazamientos. Los cálculos se adjuntan en el Anexo J.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \\ \delta_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,6 \cdot 10^{-3} \\ -7,2 \cdot 10^{-3} \\ 4,2 \cdot 10^{-3} \\ -51,1 \cdot 10^{-3} \\ -3,4 \cdot 10^{-3} \\ 0,7 \cdot 10^{-3} \\ -51,4 \cdot 10^{-3} \\ 3,1 \cdot 10^{-3} \\ -23,4 \cdot 10^{-3} \\ 3,5 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} (m)$$

3.2.7. Cálculo de la matriz de reacciones

Con la matriz de fuerza de empotramiento, rigidez y desplazamiento de cada elemento, se procede a calcular las matrices de reacciones en las columnas aplicando la siguiente Ecuación 30. Empleando el programa MATLAB R2021b se calculan las matrices de reacciones, las cuales se encuentran desarrollados en el Anexo K.

$$[R] = [F_{empens}] + [K] \cdot [\delta] \quad (30)$$

3.2.7.1. Matriz de reacción en la columna A – a.

Empleando la Ecuación 30 se procede a calcular la reacción en la columna A – a, en el que se conoce la matriz de desplazamiento y de rigidez de la columna A – a de acuerdo a lo calculado anteriormente y la matriz de desplazamiento de dicha columna se obtiene de la matriz de desplazamiento global calculado líneas arriba, según los grados de libertad que tiene la columna en la figura 67. Los cálculos en Matlab se adjuntan en el Anexo K.

$$[\delta_{A-a}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6,6 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ -7,2 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} (m)$$

Reemplazando valores en la ecuación 30 se tiene:

$$[R_{Aa}] = [Fe_{Aa}] + [K_{Aa}] \cdot [\delta_{Aa}]$$

$$[R_{Aa}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 91721,0 & 0 & -178856,0 & -91721,0 & 0 & -178856,0 \\ 0 & 276923,1 & 0 & 0 & -276923,1 & 0 \\ -178856,0 & 0 & 465025,6 & 178856,0 & 0 & 232512,8 \\ -91721,0 & 0 & 178856,0 & 91721,0 & 0 & 178856,0 \\ 0 & -276923,1 & 0 & 0 & 276923,1 & 0 \\ -178856,0 & 0 & 232512,8 & 178856,0 & 0 & 465025,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6,6 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ -7,2 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Desarrollando la ecuación de arriba, se tiene:

$$R(Aa) = \begin{bmatrix} 682,4 \\ 0 \\ -493,6 \\ -682,4 \\ 0 \\ -2167,7 \end{bmatrix} (N)$$

El diagrama de cuerpo libre se muestra en la Figura 72:

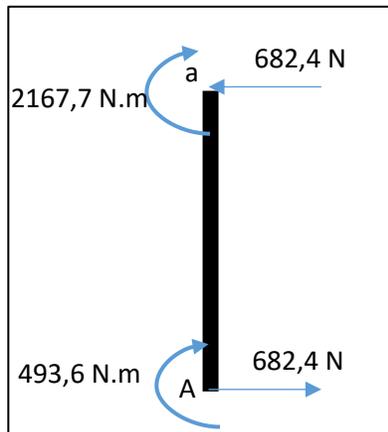


Figura 72. DCL de la columna Aa.
Fuente: Elaboración propia.

3.2.7.2. Matriz de reacción en la columna B – b.

Empleando la Ecuación 30 se procede a calcular la reacción en la columna B – b con el mismo procedimiento que en la columna A – a, donde los cálculos de adjuntan en el Anexo K.

$$[R_{Bb}] = [Fe_{Bb}] + [K_{Bb}] \cdot [\delta_{Bb}]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 97789,9 & 0 & -190690,3 & -97789,9 & 0 & -190690,3 \\ 0 & 620512,8 & 0 & 0 & -620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 495794,9 & 190690,3 & 0 & 247897,4 \\ -97789,9 & 0 & 190690,3 & 97789,9 & 0 & 190690,3 \\ 0 & -620512,8 & 0 & 0 & 620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 247897,4 & 190690,3 & 0 & 495794,9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,2 \cdot 10^{-3} \\ -51,1 \cdot 10^{-3} \\ -3,4 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 238 \\ 31708 \\ -42 \\ -238 \\ -31708 \\ -885 \end{bmatrix} (N)$$

El diagrama de cuerpo libre se muestra en la Figura 73:

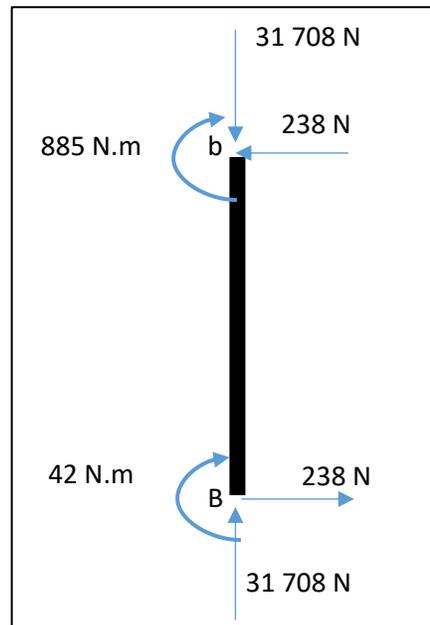


Figura 73. DCL de la columna B – b.
Fuente: Elaboración propia.

3.2.7.3. Matriz de reacción en la columna C – c.

Empleando la Ecuación 30 se procede a calcular la reacción en la columna C – c, donde los cálculos de adjuntan en el Anexo K.

$$[R_{Cc}] = [Fe_{Cc}] + [K_{Cc}] \cdot [\delta_{Cc}]$$

$$[R_{Cc}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 97789,9 & 0 & -190690,3 & -97789,9 & 0 & -190690,3 \\ 0 & 620512,8 & 0 & 0 & -620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 495794,9 & 190690,3 & 0 & 247897,4 \\ -97789,9 & 0 & 190690,3 & 97789,9 & 0 & 190690,3 \\ 0 & -620512,8 & 0 & 0 & 620512,8 & 0 \\ -190690,3 & 0 & 247897,4 & 190690,3 & 0 & 495794,9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,7 \cdot 10^{-3} \\ -51,4 \cdot 10^{-3} \\ 3,1 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -660 \\ 31894 \\ 902 \\ 660 \\ -31894 \\ 1670 \end{bmatrix} (N)$$

El diagrama de cuerpo libre se muestra en la Figura 74:

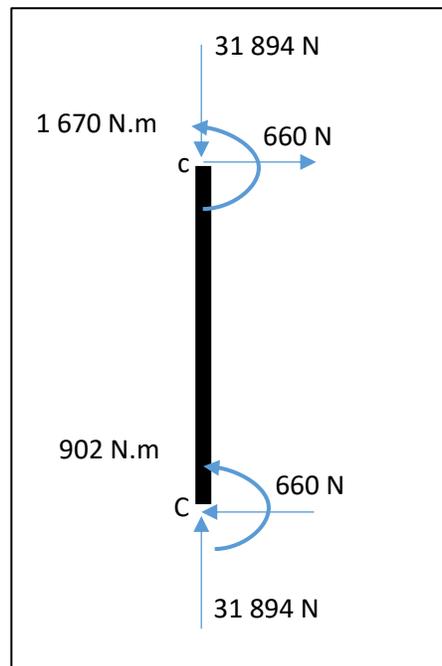


Figura 74. DCL de la columna C – c.
Fuente: Elaboración propia.

3.2.7.4. Matriz de reacción en la columna D – d.

Empleando la Ecuación 30 se procede a calcular la reacción en la columna D – d, donde los cálculos de adjuntan en el Anexo K.

$$[R_{Dd}] = [Fe_{Dd}] + [K_{Dd}] \cdot [\delta_{Dd}]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 288677,0 & 0 & -820564,2 & -288677,0 & 0 & -820564,2 \\ 0 & 429199,6 & 0 & 0 & -429199,6 & 0 \\ -820564,2 & 0 & 3109938,4 & 820564,2 & 0 & 1554969,2 \\ -288677,0 & 0 & 820564,2 & 288677,0 & 0 & 820564,2 \\ 0 & -429199,6 & 0 & 0 & 429199,6 & 0 \\ -820564,2 & 0 & 1554969,2 & 820564,2 & 0 & 3109938,4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -23,4 \cdot 10^{-3} \\ 3,5 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2872 \\ 10043 \\ 5442 \\ 2872 \\ -10043 \\ 10885 \end{bmatrix} (N)$$

El diagrama de cuerpo libre se muestra en la Figura 75:

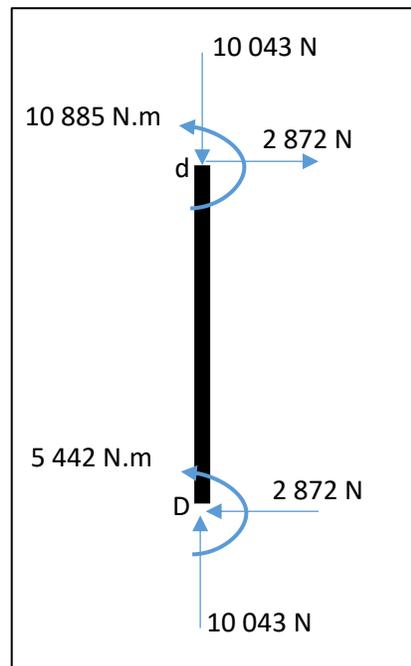


Figura 75. DCL de la columna D – d.
Fuente: Elaboración propia.

3.2.8. Diagramas de fuerzas y momentos

3.2.8.1. Diagrama de reacciones.

Se muestra el diagrama de cuerpo libre de la estructura en la Figura 76, según los resultados de fuerzas de reacción y momentos flectores halladas anteriormente.

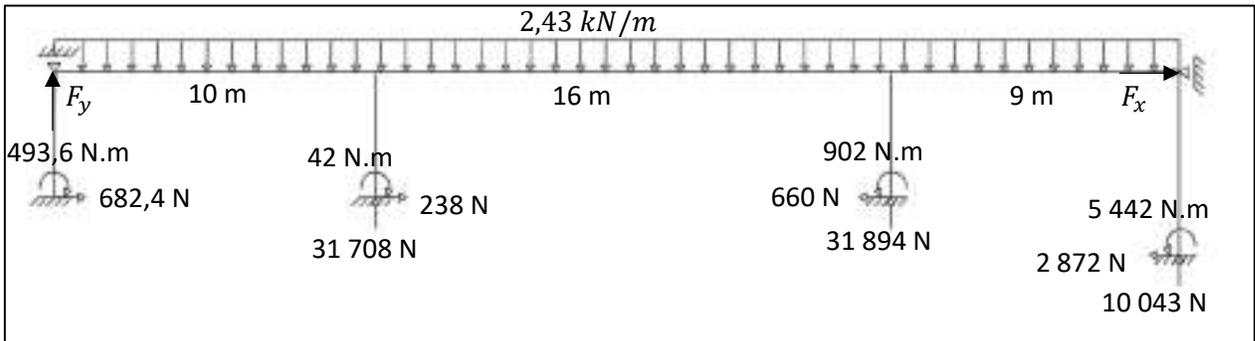


Figura 76. Diagrama de Cuerpo Libre completo.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se calcula las fuerzas de restricciones en los extremos de la estructura:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_y + 31\,708 + 31\,894 + 10\,043 - 2,43 \cdot 1000 \cdot 35 = 0$$

$$F_y = 11\,405\,N$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x + 682,4 + 238 - 660 - 2\,872 = 0$$

$$F_x = 2\,611,6\,N$$

3.2.8.2. Diagrama de fuerzas normales

A partir del DCL se traza el diagrama de fuerzas normales de la estructura tal como se muestra en la Figura 77, en el que las fuerzas de compresión actúan en las columnas y se representan por el símbolo negativo, mientras que en las vigas actúan la tracción representada por el símbolo positivo.

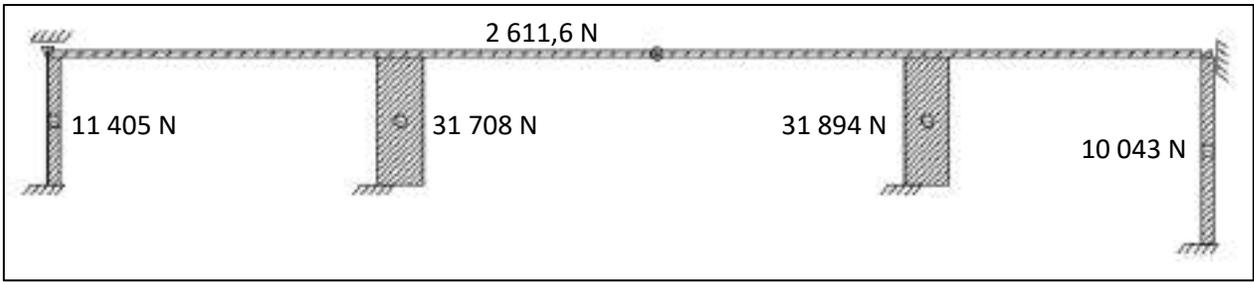


Figura 77. Diagrama de Fuerzas Normales.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.8.3. Diagrama de fuerzas cortantes

Con el diagrama de cuerpo libre establecido se traza el diagrama de fuerzas cortantes como se muestra en la Figura 78.

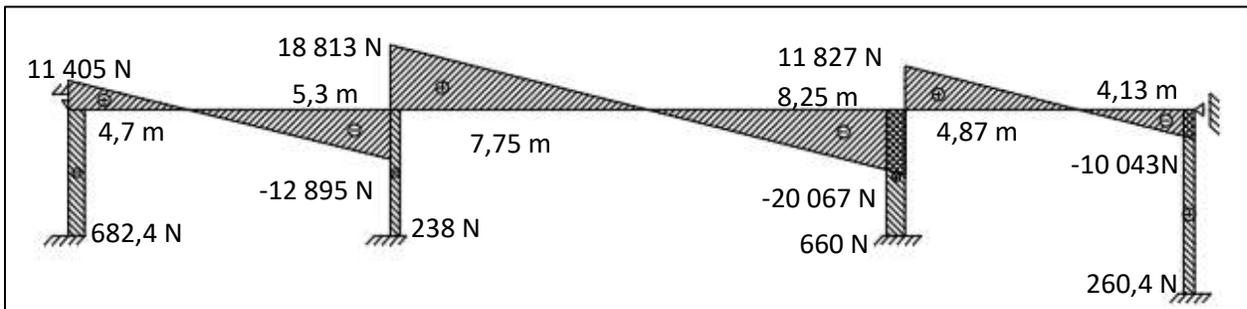


Figura 78. Diagrama de Fuerzas Cortantes.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.8.4. Diagrama de momentos flectores.

Con el diagrama de fuerzas cortantes se traza el diagrama de momentos flectores mostrada en la Figura 79.

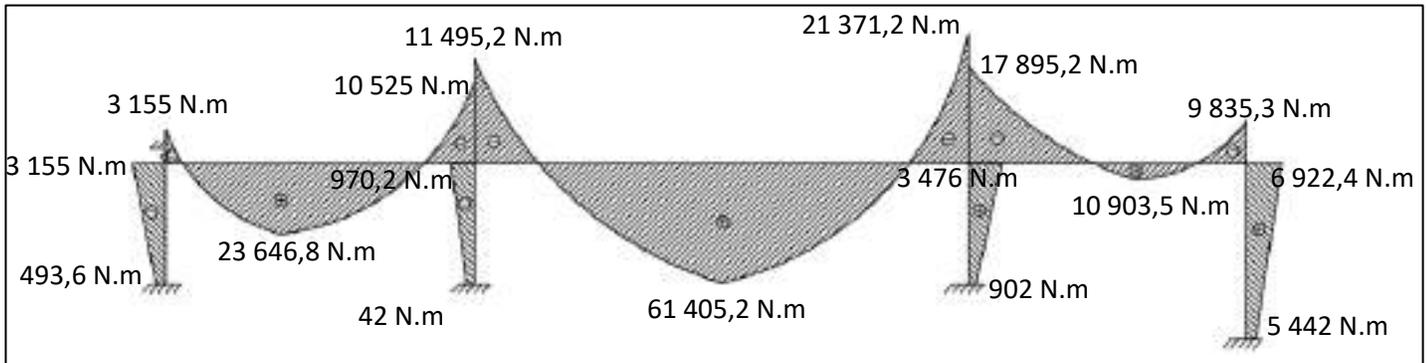


Figura 79. Diagrama de Momentos Flectores.

Fuente: Elaboración propia.

3.2.9. Cálculo de frecuencias naturales

Se calcula la matriz de frecuencia natural empleando la Ecuación 11 del capítulo 2

$$|[K] - [\omega^2][M]| = 0$$

$$\begin{bmatrix}
 369721,0 & 178856 & -278000,0 & 0 & 0 \\
 178856 & 15697025,6 & 0 & -2284800 & 7616000,0 \\
 -278000,0 & 0 & 635789,9 & 0 & 190690,3 \\
 0 & -2284800 & 0 & 1344191,6 & -151050 \\
 0 & 7616000,0 & 190690,3 & -151050 & 38487794,9 \\
 0 & 0 & -260000,0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -266718,8 & -2133750 \\
 0 & 0 & 0 & 2133750 & 11380000,0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -260000,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -266718,8 & 2133750 & 0 & 0 \\
 0 & -2133750 & 11380000,0 & 0 & 0 \\
 713345,5 & 0 & 190690,3 & 0 & 0 \\
 0 & 1514227,5 & 687731 & -626995,9 & 2821481,5 \\
 190690,3 & 687731 & 40184683,8 & -2821481,5 & 8464444 \\
 0 & -626995,9 & -2821481,5 & 1056195,5 & -2821481 \\
 0 & 2821481,5 & 8464444 & -2821481 & 20038827,3
 \end{bmatrix}$$

$$-[\omega^2] \begin{bmatrix}
 417,8 & 0 & 181,4 & 0 & 0 \\
 0 & 734,8 & 0 & 255,8 & -537,3 \\
 181,4 & 0 & 1355,7 & 0 & 0 \\
 0 & 255,8 & 0 & 1510,6 & 1348,1 \\
 0 & -537,3 & 0 & 1348,1 & 5978,7 \\
 0 & 0 & 434,5 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 335,2 & 1093,6 \\
 0 & 0 & 0 & -1093,6 & -3910,5 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 434,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 335,2 & -1093,6 & 0 & 0 \\
 0 & 1093,6 & -3910,5 & 0 & 0 \\
 1368,9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1525,3 & -1506,8 & 145,0 & -244,5 \\
 0 & -1506,8 & 5878,8 & 244,5 & -462,4 \\
 0 & 145,0 & 244,5 & 620,8 & -560,8 \\
 0 & -244,5 & -462,4 & -560,8 & 765,3
 \end{bmatrix} = 0$$

Empleando el método de Sarrus, según la Ecuación 25 del capítulo 2, vemos que solo la diagonal presenta valores diferentes de cero, por lo solo la diagonal se multiplica y se iguala a cero:

$$(369721,0 - 417,8\omega^2)(15697025,6 - 734,8\omega^2)(635789,9 - 1355,7\omega^2)(1344191,6 - 1510,6\omega^2)(38487794,9 - 5978,7\omega^2)(713345,5 - 1368,9\omega^2)(1514227,5 - 1525,3\omega^2)(40184683,8 - 5878,8\omega^2)(1056195,5 - 620,8\omega^2)(20038827,3 - 765,3\omega^2) = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior tenemos:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \\ \omega_7 \\ \omega_8 \\ \omega_9 \\ \omega_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24,2 \\ 25,8 \\ 34,7 \\ 35,8 \\ 39,5 \\ 41,2 \\ 80,2 \\ 82,7 \\ 146,2 \\ 161,8 \end{bmatrix} \text{ (rad/s)}$$

Finalmente, dividimos la matriz anterior entre 2π para obtener en unidades de Hz.

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \\ \omega_7 \\ \omega_8 \\ \omega_9 \\ \omega_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,8 \\ 4,1 \\ 5,5 \\ 5,7 \\ 6,3 \\ 6,6 \\ 12,8 \\ 13,2 \\ 23,3 \\ 25,8 \end{bmatrix} \text{ (Hz)}$$

Para el cálculo analítico de frecuencias naturales se consideró grados de libertad en el plano bidimensional X-Y (Dos de Traslación y Uno de Rotación)

3.3 COMPROBACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN FEM

Se opta por este método, debido a que el análisis matemático se hace sencillo a través de los elementos finitos o celdas que se generan a través de un mallado de la geometría modelada en 3D. Estas celdas, en su mayoría hexaédricas, son analizadas por el software ANSYS para obtener resultados como frecuencias y modos de vibración.

➤ Etapas de Análisis:

○ Decisiones preliminares:

- Necesidades para la evaluación de la estructura: Se requiere estabilidad de la estructura, por lo que se evaluará el comportamiento dinámico.
- Paquete de análisis: Análisis Modal.
- Representación geométrica: Modelo en 3D de la estructura de la faja transportadora a analizar.
- Consideraciones de Masa: Se considera la masa de la estructura de faja transportadora y la masa que soporta la estructura en la parte superior como: barandas, polines de carga, polines de retorno, estructura de polines, faja transportadora, soporte de pasarela y mineral transportado.

○ Pre – procesamiento:

- Generación de la geometría: Se considera los siguientes perfiles estructurales: IPE-160, IPE-270, IPE-300, IPE-400 y L60X60X6.
- Propiedades del material: Acero estructural ASTM A36.
- Generación de malla: Se genera elementos hexaédricos en los perfiles estructurales para obtener mallas de buena calidad porque permiten conseguir la máxima precisión de los resultados con el menor tamaño de modelo posible.

- Definición de los apoyos: Se aplican soportes fijos en los 8 vértices de las bases de las columnas y se aplican 2 soportes de desplazamiento en los extremos de la estructura, en el extremo izquierdo se da libertad a los ejes x y z y se restringe el eje y, en el extremo derecho se da libertad al eje y donde se restringen los ejes x y z.
- Solución:
 - Procesamiento del análisis: El software ANSYS Modal resuelve las ecuaciones diferenciales de cada celda o elemento finito generado en la malla.
 - Visualización de contornos: Se visualiza los colores de la figura de la estructura que van desde un color azul, que es el mínimo valor, hasta un color rojo, que representa el máximo valor de los resultados finales del modelo.

3.3.1. Modelo geométrico

En el mundo de la ingeniería se encuentran diferentes herramientas computacionales en donde apoyan al analista donde pueda corroborar sus resultados obtenidos analíticamente y en campo. Los softwares utilizados para el modelamiento son el SolidWorks y para el análisis modal es el ANSYS, con los cuales se ha podido desarrollar los siguientes ítems:

- Modelamiento en 3D de la estructura de la faja transportadora CV002B tramo 1 – 4.
- Verificación de interferencias en el ensamble total.
- Análisis modal mediante elementos finitos del tramo 1 – 4.

Se realiza un modelo geométrico, realizando puntos en la coordenada cartesiana, según el plano As-BUILD otorgada por la Unidad Minera El Brocal como se muestra en la Figura 80.

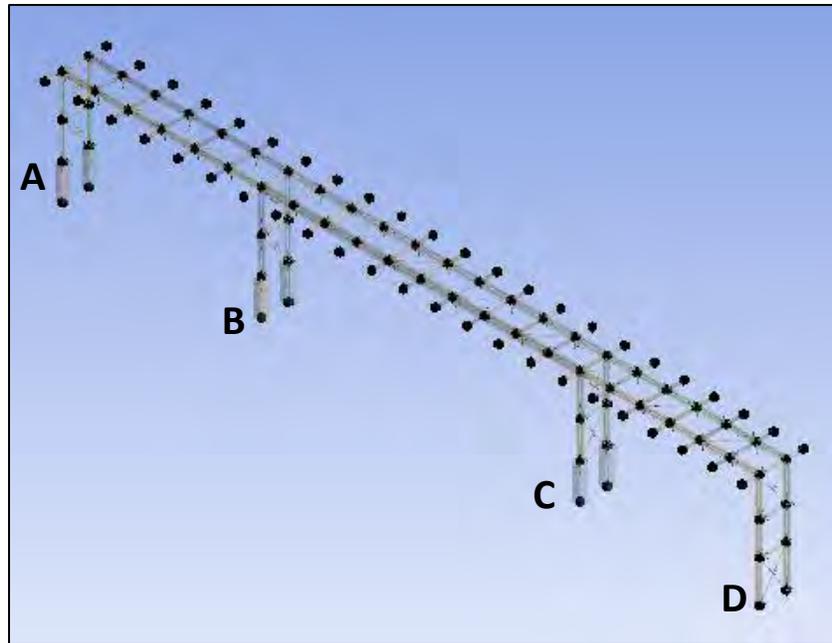


Figura 80. Modelo Geométrico en ANSYS.

Fuente: Elaboración propia

3.3.2. Distribución de masas

Distribución de masas externas sobre la parte superior de la estructura como se muestra en la

Figura 81:

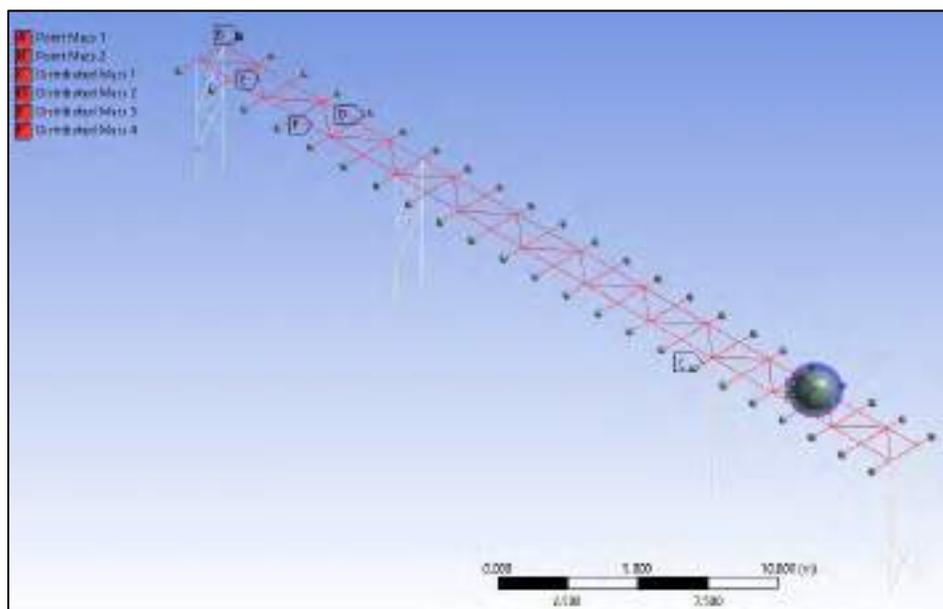


Figura 81 Distribución de masas

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se describe el resumen de las masas externas en la Tabla 28:

Tabla 28 Distribución de masas.

DISTRIBUCIÓN DE MASAS	
MASA PUNTUAL 01	MOTOR
MASA PUNTUAL 02	POLEA
MASA DISTRIBUIDA 01	CINTA TRANSPORTADORA
MASA DISTRIBUIDA 02	MINERAL
MASA DISTRIBUIDA 03	POLINES
MASA DISTRIBUIDA 04	BARANDAS, GRATING

Fuente: Elaboración propia

3.3.3. Mallado de la estructura

Luego se realiza un mallado a todos los elementos de la estructura de la faja transportadora tramo 1 – 4, como se muestra en la Figura 82.

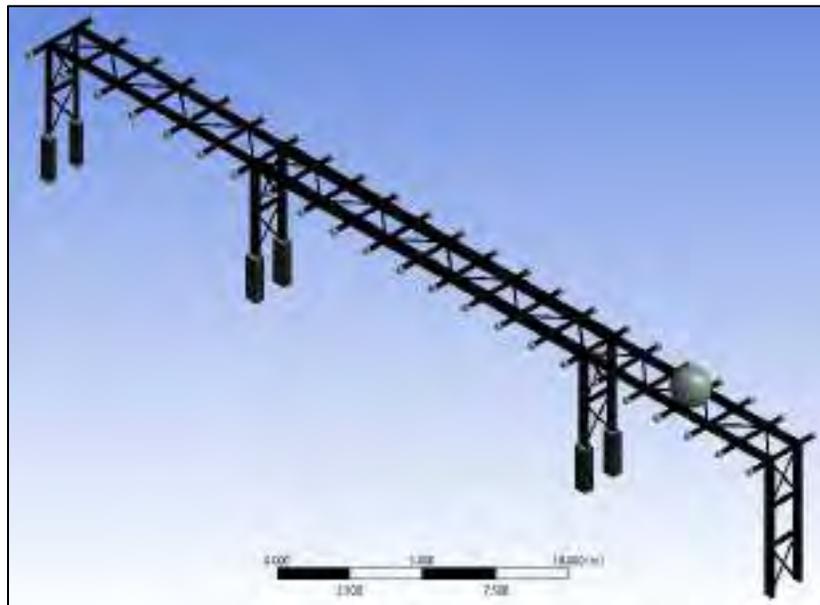


Figura 82 Mallado de la Estructura.

Fuente: Elaboración propia

Details of "Mesh"	
[-] Display	
Display Style	Use Geometry Setting
[-] Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
<input type="checkbox"/> Element Size	5.e-002 m
+ Sizing	
+ Quality	
+ Inflation	
+ Batch Connections	
+ Advanced	
[-] Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	11052
<input type="checkbox"/> Elements	5562

Figura 83 Detalle del Mallado de la Estructura.

Fuente: Elaboración propia

El tamaño del elemento finito es de 5 cm de longitud, el cual es una longitud razonable para las dimensiones de la estructura de la faja transportadora y la forma del elemento es hexaédrica para que el software pueda resolver de una manera más sencilla y rápida. En la figura siguiente se muestra un corte de la estructura mallada para que se observe las divisiones en elementos finitos o celdas de la estructura.

En la siguiente Tabla 29 se describe las características correspondientes del mallado.

Tabla 29. Características del Mallado.

Características	Valor
Tamaño de elemento	0,05 m
Elementos	5 562
Nodos	11 052

Fuente: Elaboración propia

3.3.4. Restricciones de la estructura

Se restringió la estructura de la siguiente manera de tal forma indica la Figura 84:

- Soporte fijo:

En las bases de las 4 columnas (seleccionado en 8 vértices).

- Soporte de desplazamiento 01:

En el lado izquierdo con grado de libertad en los ejes x, z restringiendo el eje y (seleccionado en todos los elementos estructurales de la primera columna de la izquierda), esto debido al apoyo de la torre de transferencia.

- Soporte de desplazamiento 02:

En el lado derecho con grado de libertad en el eje y, restringiendo los ejes x, z (seleccionado en todos los elementos estructurales de la última columna de la derecha), esto debido al corte de la estructura de la faja transportadora a analizar.

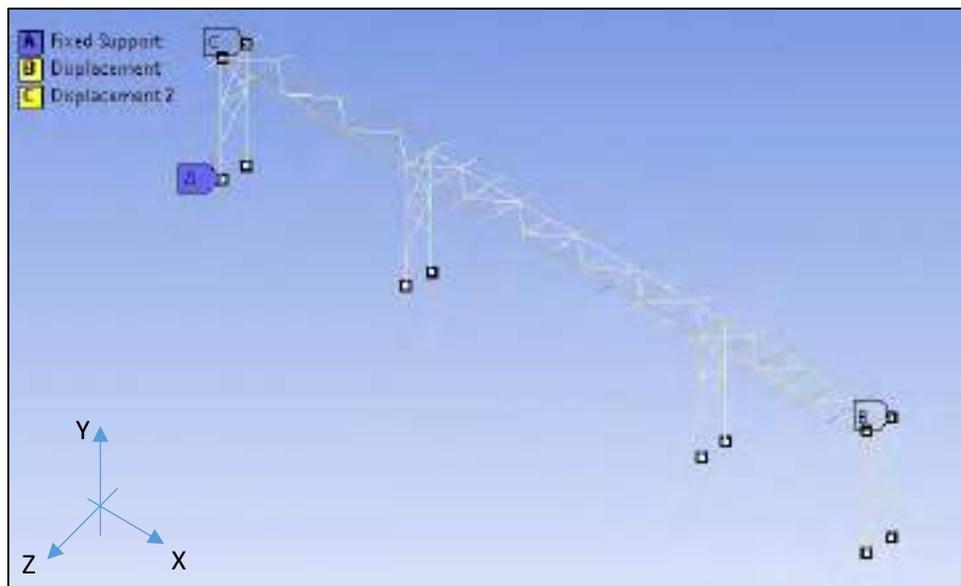


Figura 84. Restricciones de la Estructura.

Fuente: Elaboración propia

3.3.5. Participación de masas

Participación de masas en los ejes cartesianos:

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** X DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	3.86089	0.25901	-0.13487	0.048046	0.181910E-01	0.141199E-02	0.969734E-06
2	4.64291	0.21538	-0.99684	0.355105	0.993680	0.785418E-01	0.529717E-04
3	4.84635	0.20634	-0.55722	0.198498	0.310490	0.102642	0.165518E-04
4	5.36319	0.18646	0.94950E-01	0.033824	0.901550E-02	0.103342	0.480604E-06
5	6.55723	0.15250	0.36804	0.131108	0.135455	0.113856	0.722089E-05
6	6.56393	0.15235	0.70546	0.251308	0.497676	0.152486	0.265304E-04
7	8.45372	0.11829	-0.52879	0.188373	0.279621	0.174190	0.149062E-04
8	9.79061	0.10214	-2.8072	1.000000	7.88013	0.785849	0.420079E-03
9	10.4370	0.95813E-01	-0.20510	0.073062	0.420646E-01	0.789114	0.224241E-05
10	11.5341	0.86700E-01	1.6483	0.587178	2.71689	1.00000	0.144834E-03
sum					12.8832		0.686786E-03

Figura 85 Participación de masa eje x

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 85 muestra la mayor participación de masa efectiva en el eje x se da para la frecuencia natural de 9,8 Hz, por lo que se debe tener cuidado con dicha frecuencia en la estructura.

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** Y DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	3.86089	0.25901	9.6639	0.167559	93.3909	0.994095E-02	0.497854E-02
2	4.64291	0.21538	44.529	0.772073	1982.82	0.221001	0.105701
3	4.84635	0.20634	-1.7076	0.029608	2.91597	0.221312	0.155446E-03
4	5.36319	0.18646	14.002	0.242777	196.056	0.242181	0.104515E-01
5	6.55723	0.15250	36.985	0.641272	1367.89	0.387785	0.729204E-01
6	6.56393	0.15235	46.632	0.808536	2174.53	0.619253	0.115921
7	8.45372	0.11829	15.613	0.270714	243.775	0.645201	0.129953E-01
8	9.79061	0.10214	57.674	1.000000	3326.34	0.999272	0.177323
9	10.4370	0.95813E-01	-0.98065	0.017003	0.961683	0.999374	0.512660E-04
10	11.5341	0.86700E-01	2.4243	0.042033	5.87700	1.00000	0.313294E-03
sum					9394.57		0.500811

Figura 86 Participación de masa eje y

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 86 muestra la mayor participación de masa efectiva en el eje y se da para la frecuencia natural de 9,8 Hz, por lo que se debe tener cuidado con dicha frecuencia en la estructura.

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** Z DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC. FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	3.86089	0.25901	-2.3796	0.032181	5.66264	0.421190E-03	0.301868E-03
2	4.64291	0.21538	2.0259	0.027397	4.10425	0.726466E-03	0.218792E-03
3	4.84635	0.20634	73.946	1.000000	5467.95	0.407435	0.291489
4	5.36319	0.18646	-1.0638	0.014386	1.13160	0.407519	0.603239E-04
5	6.55723	0.15250	61.201	0.827649	3745.56	0.686115	0.199670
6	6.56393	0.15235	-48.540	0.656433	2356.16	0.861367	0.125604
7	8.45372	0.11829	4.2245	0.057131	17.8468	0.862695	0.951388E-03
8	9.79061	0.10214	-0.64837	0.008768	0.420388	0.862726	0.224103E-04
9	10.4370	0.95813E-01	-42.554	0.575477	1810.84	0.997417	0.965334E-01
10	11.5341	0.86700E-01	-5.8931	0.079695	34.7283	1.00000	0.185132E-02
sum					13444.4		0.716702

Figura 87 Participación de masa eje z

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 87 muestra la mayor participación de masa efectiva en el eje z se da para la frecuencia natural de 4,8 Hz, por lo que se debe tener cuidado con dicha frecuencia en la estructura.

3.3.6. Modos vibracionales mediante el FEM

Los resultados de frecuencias naturales obtenidos en ANSYS se muestran en la Tabla 30.

Tabla 30. Frecuencias naturales del FEM.

	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1	1.	3.8609
2	2.	4.6429
3	3.	4.8463
4	4.	5.3632
5	5.	6.5572
6	6.	6.5639
7	7.	8.4537
8	8.	9.7906
9	9.	10.437
10	10.	11.534

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se muestran los resultados de las simulaciones realizadas en ANSYS, según las frecuencias naturales respectivamente.

➤ **PRIMER MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 3.9 Hz**

Para una frecuencia natural de 3.9 Hz, como se muestra en las Figura 88 y Figura 89 donde se observa:

- Un modo torsional ligero en el tramo 2 – 3.
- Un modo torsional en el tramo 3 – 4.

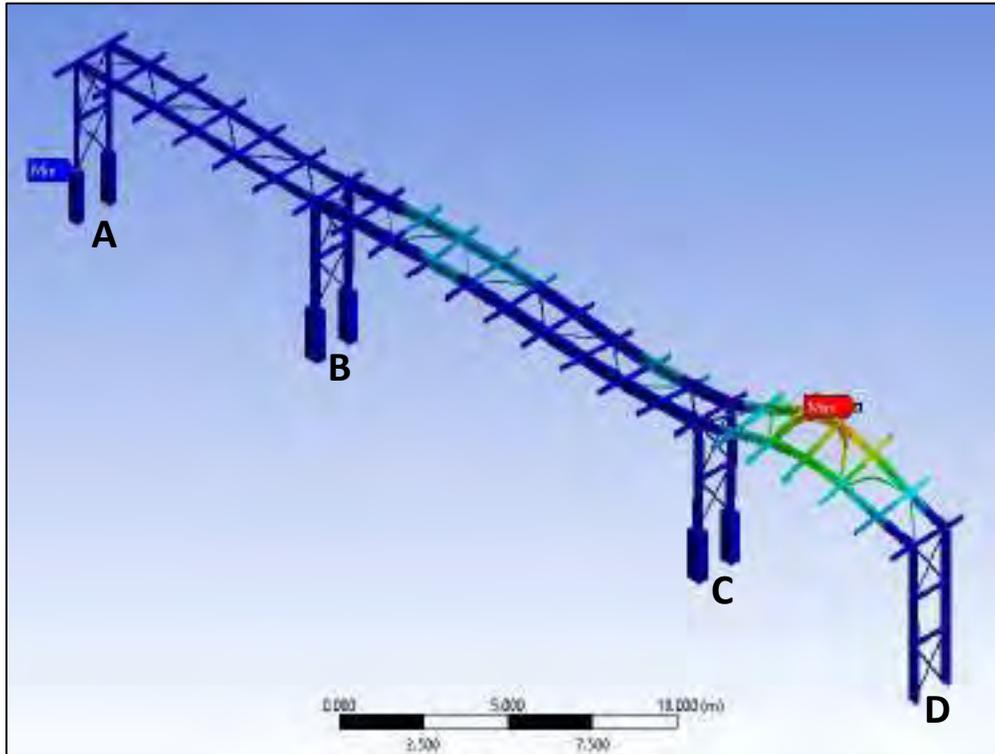


Figura 88. Primer Modo de vibración a 3.9 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

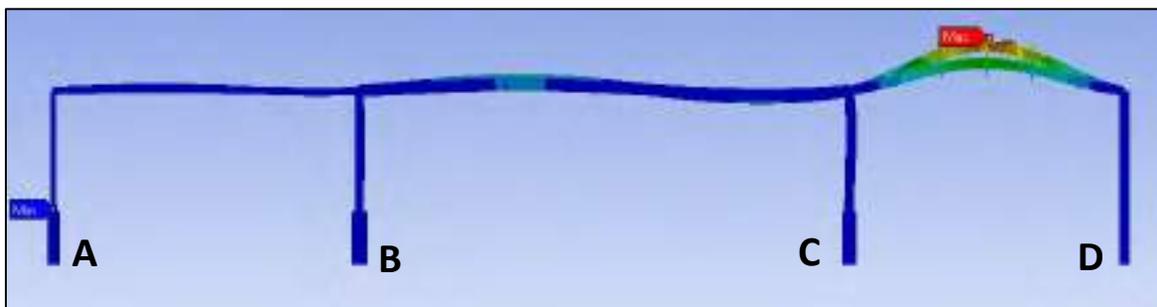


Figura 89. Primer Modo de vibración a 3.9 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **SEGUNDO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 4.6 Hz**

Para una frecuencia natural de 4.6 Hz, como se muestra en las Figura 90 y Figura 91 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 – 2
- Un modo de flexión en el tramo 2 – 3

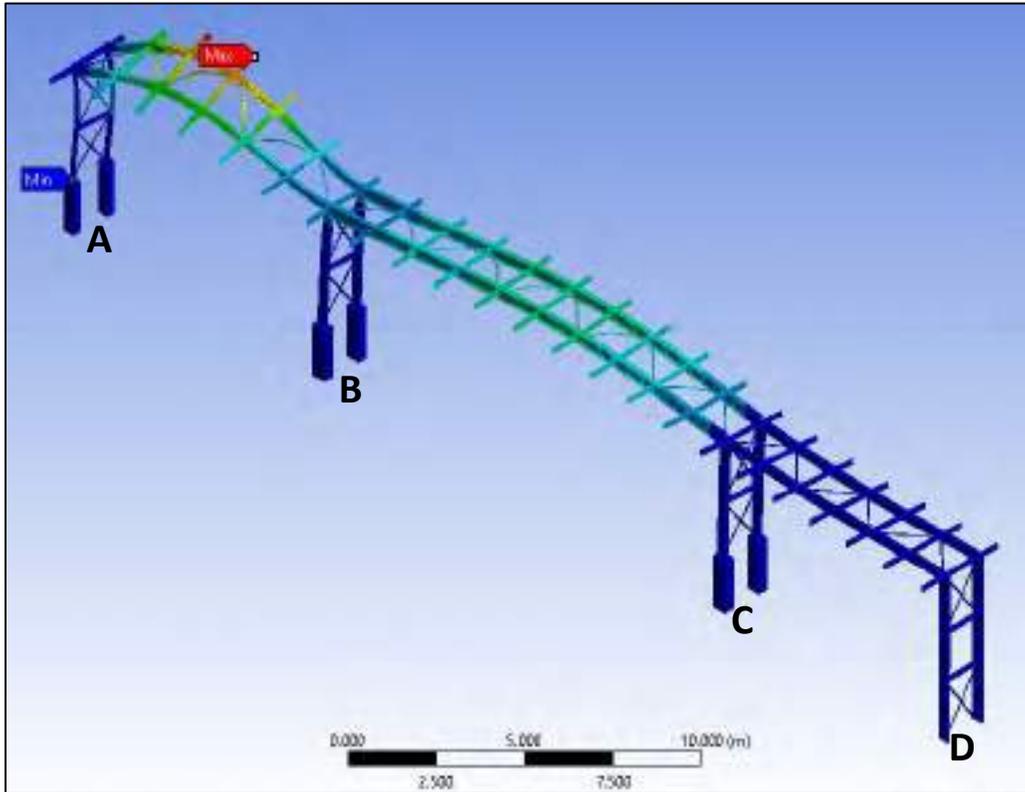


Figura 90. Segundo Modo de vibración a 4.6 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

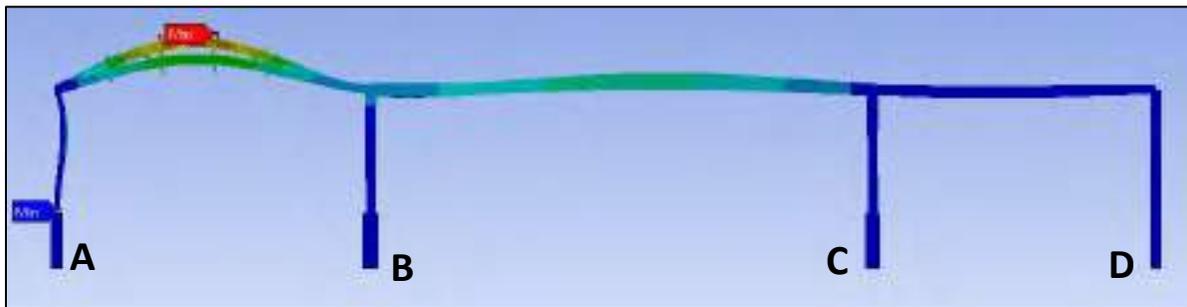


Figura 91. Segundo Modo de vibración a 4.6 Hz (Vista de planta).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **TERCERO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 4.8 Hz**

Para una frecuencia natural de 4.8 Hz, como se muestra en las Figura 92 y Figura 93 donde se observa:

- Un modo torsional y flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo torsional ligero en el tramo 2 – 3.

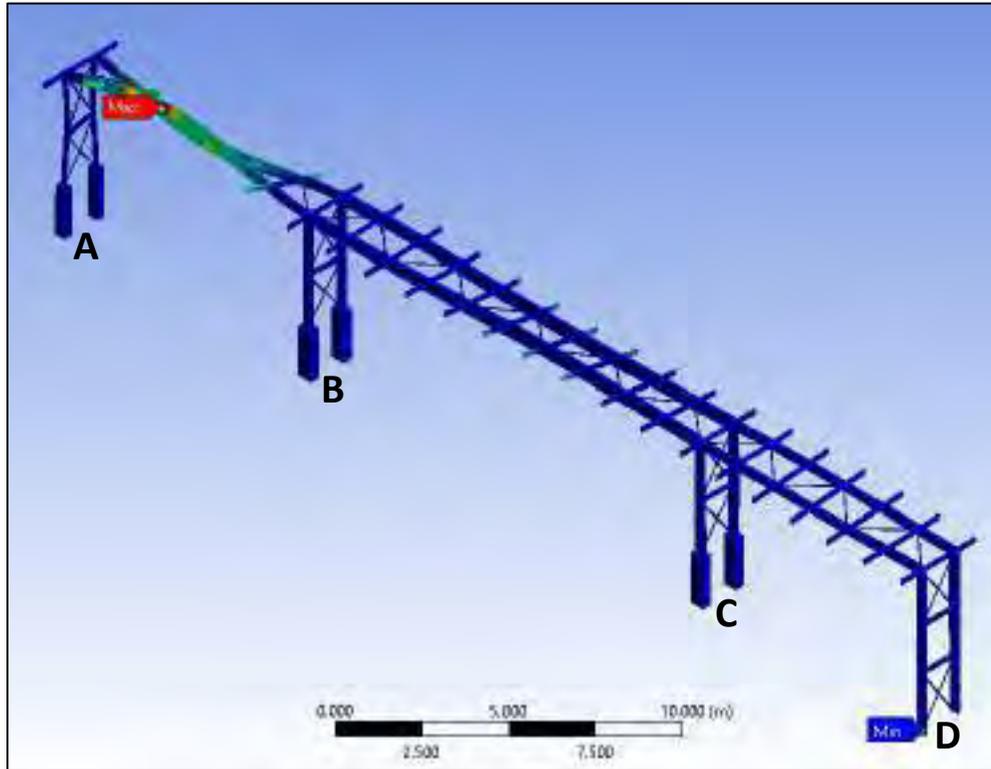


Figura 92. Tercer Modo de vibración a 4.8 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)



Figura 93. Tercer Modo de vibración a 4.8 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **CUARTO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 5.4 Hz**

Para una frecuencia natural de 5.4 Hz, como se muestra en las Figura 94 y Figura 95 donde se observa:

- Un modo de torsión menor intensidad en el tramo 2 – 3.
- Un modo de flexión en el tramo 3 – 4.

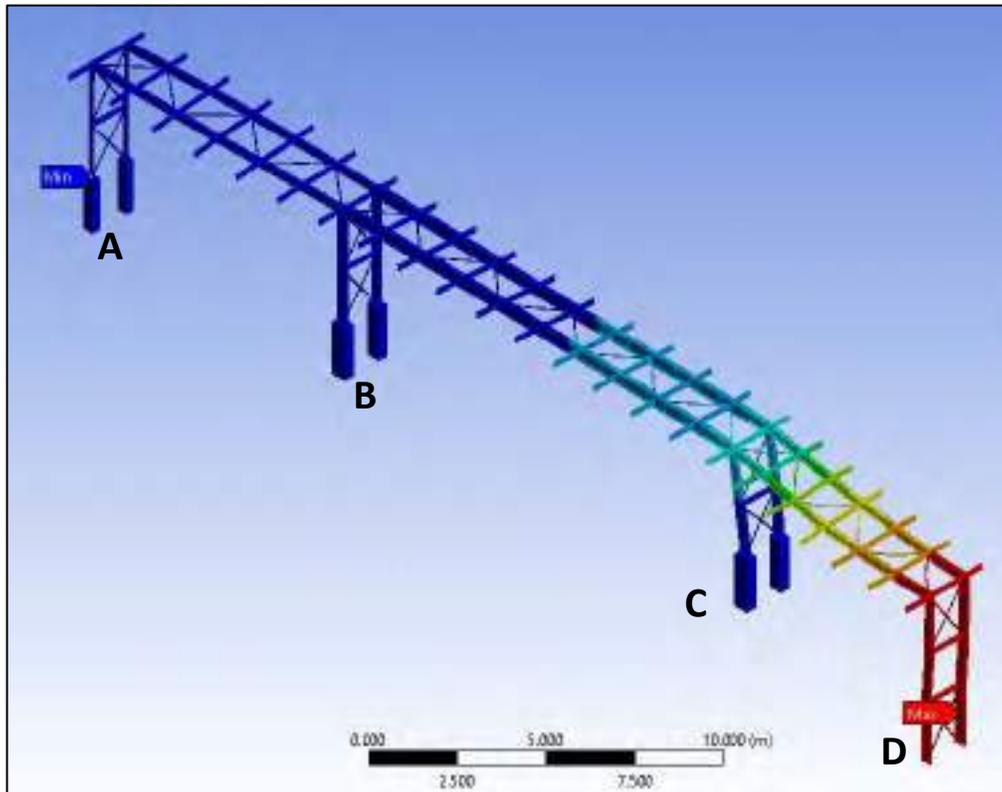


Figura 94. Cuarto Modo de vibración a 5.4 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

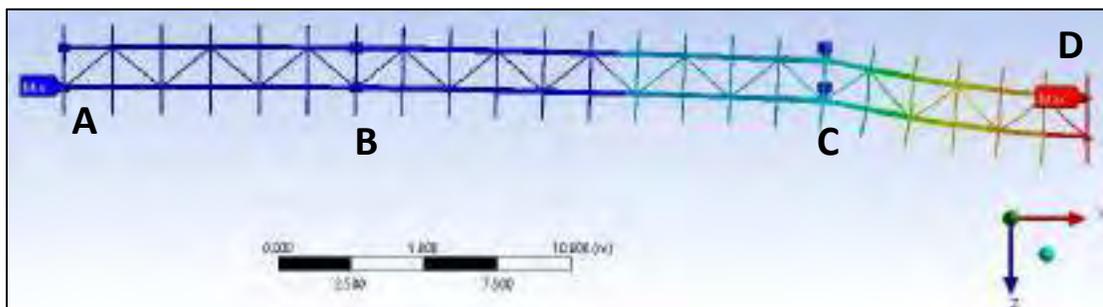


Figura 95. Cuarto Modo de vibración a 5.4 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **QUINTO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 6.5 Hz**

Para una frecuencia natural de 6.5 Hz, como se muestra en las Figura 96 y Figura 97 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo torsional en el tramo 2 – 3.

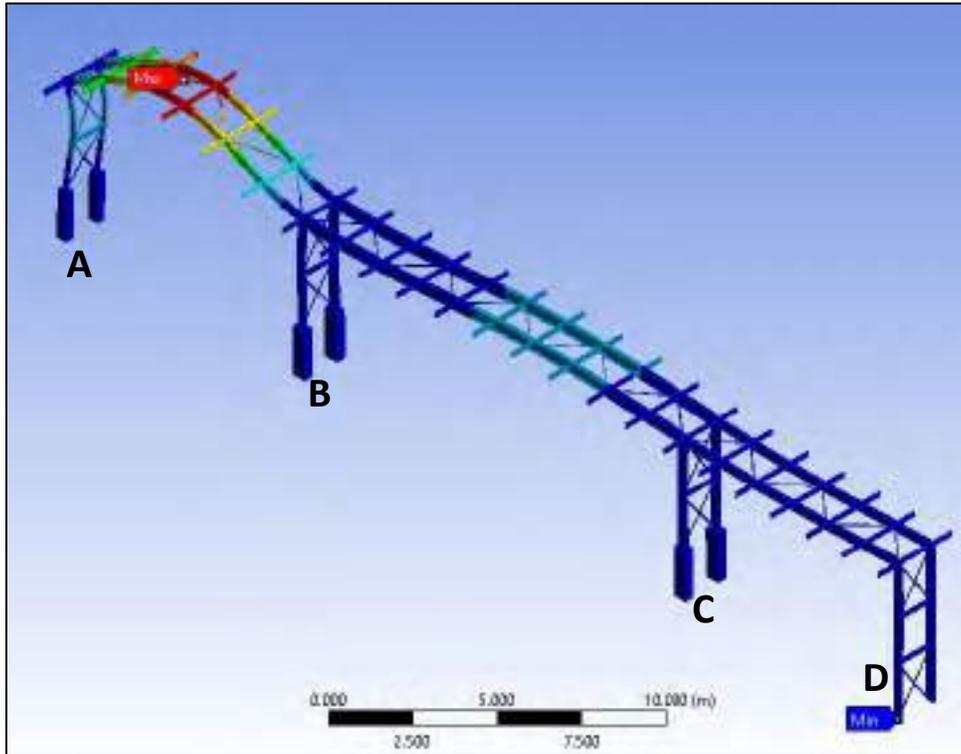


Figura 96. Quinto Modo de vibración a 6.5 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

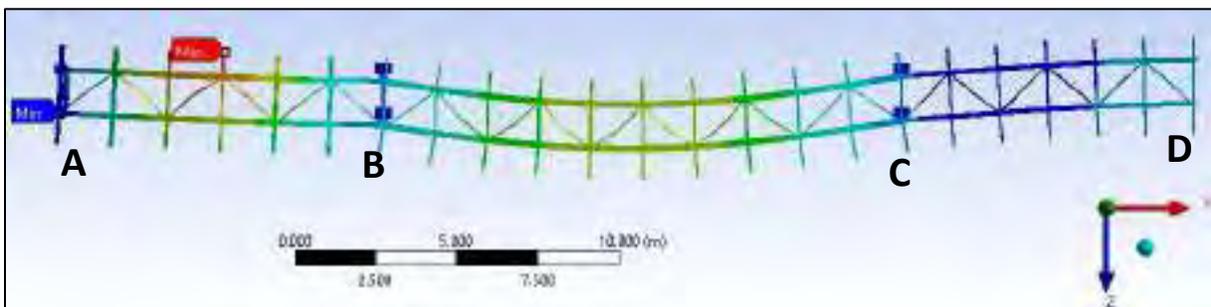


Figura 97. Quinto Modo de vibración a 6.5 Hz (Vista de planta).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **SEXTO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 6.6 Hz**

Para una frecuencia natural de 6.6 Hz, como se muestra en las Figura 98 y Figura 99 donde se observa:

- Un modo de torsión de menor intensidad en el tramo 1 – 2.
- Un modo de torsión y flexión en el tramo 2 – 3.
- Un modo de torsión de menor intensidad en el tramo 3 – 4.

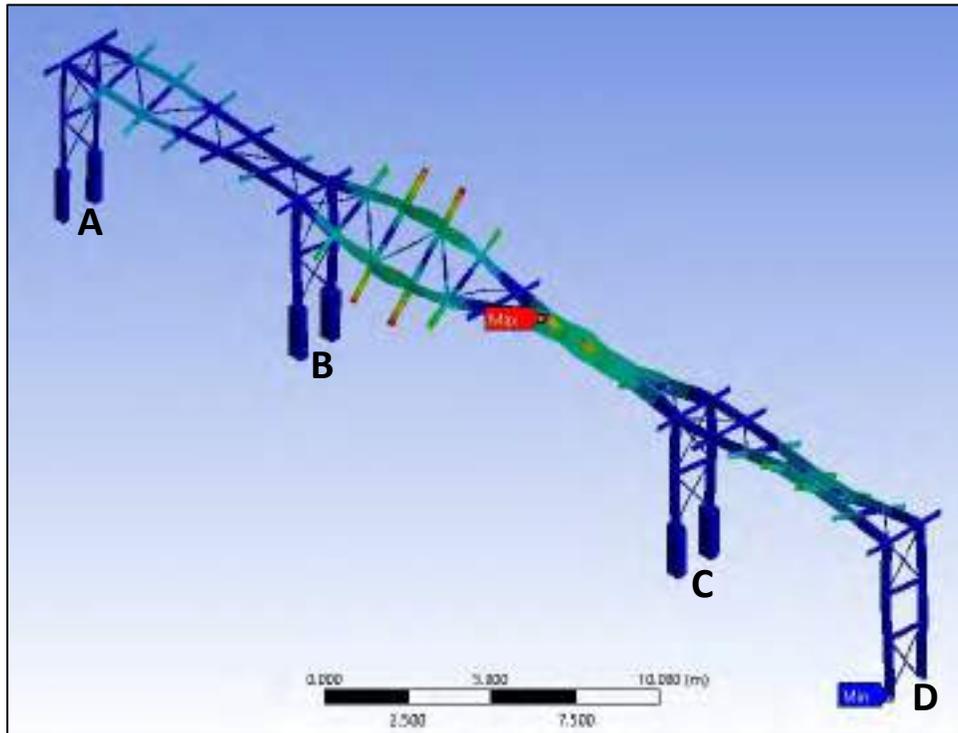


Figura 98. Sexto Modo de vibración a 6.6 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

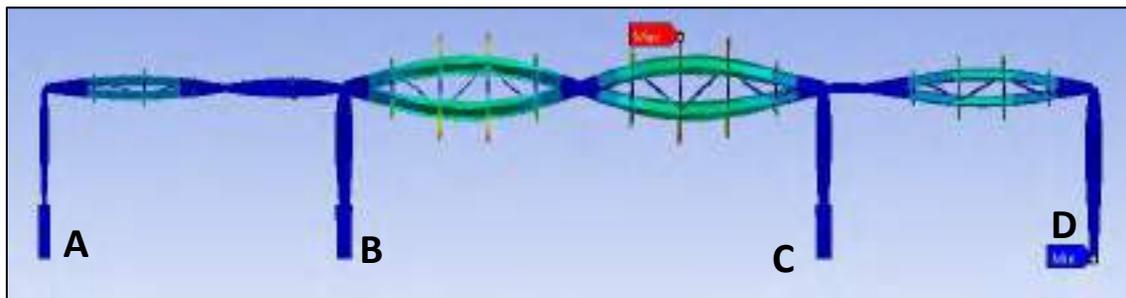


Figura 99. Sexto Modo de vibración a 6.6 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **SEPTIMO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 8.5 Hz**

Para una frecuencia natural de 8.5 Hz, como se muestra en las Figura 100 y Figura 101 donde se observa:

- Un modo de torsión y flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo de torsión en el tramo 3 – 4.

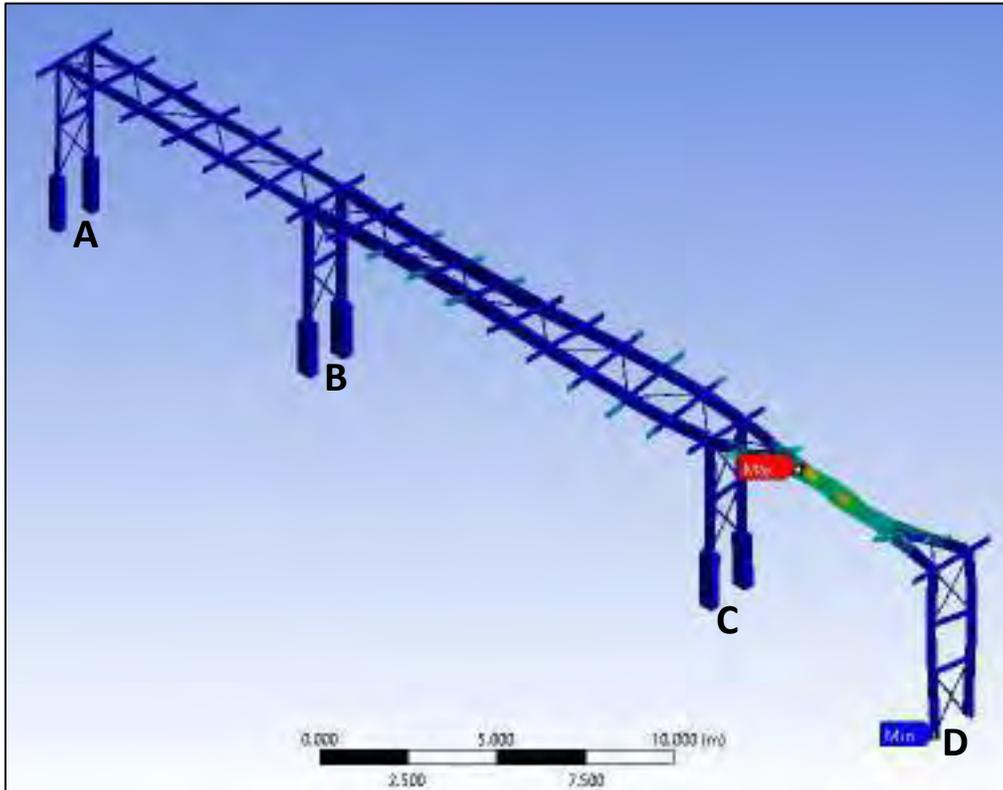


Figura 100. Séptimo Modo de vibración a 8.5 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

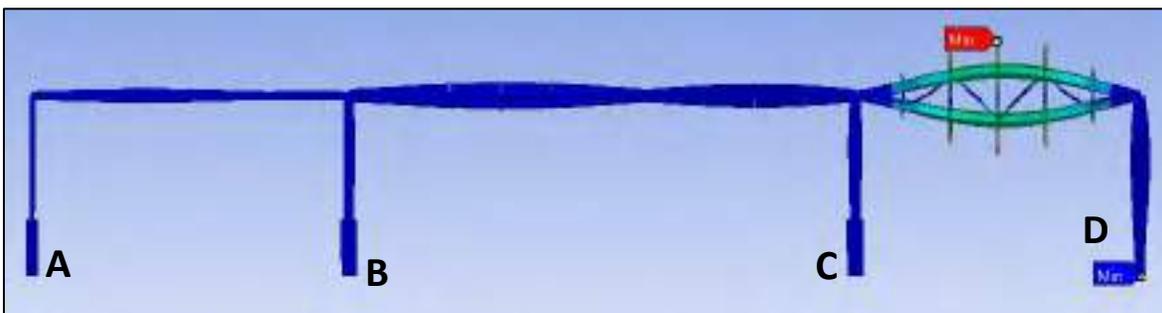


Figura 101. Séptimo Modo de vibración a 8.5 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **OCTAVO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 9.8 Hz**

Para una frecuencia natural de 9.8 Hz, como se muestra en las Figura 102 y Figura 103 donde se observa:

- Un modo de torsión y flexión en el tramo 2 – 3.
- Un modo de torsión de menor intensidad en el tramo 3 – 4.

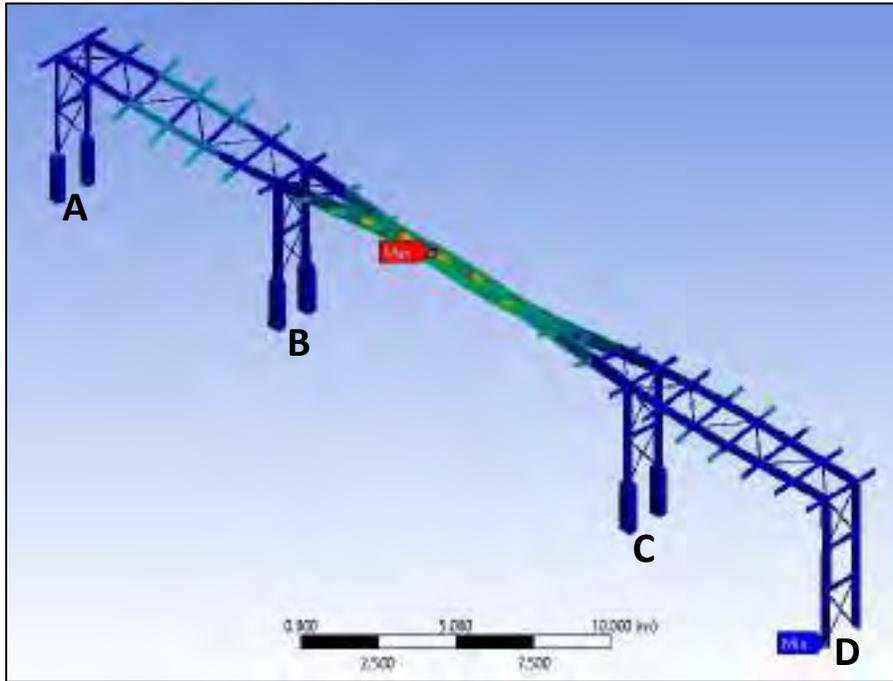


Figura 102. Octavo Modo de vibración a 9.8 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

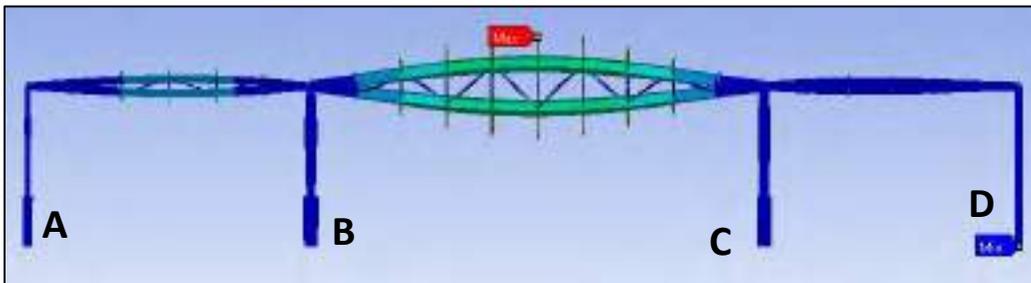


Figura 103. Octavo Modo de vibración a 9.8 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **NOVENO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 10.5 Hz**

Para una frecuencia natural de 10.5 Hz, como se muestra en las Figura 104 y Figura 105 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 2 – 3.
- Un modo de flexión menor intensidad en el tramo 3 – 4.

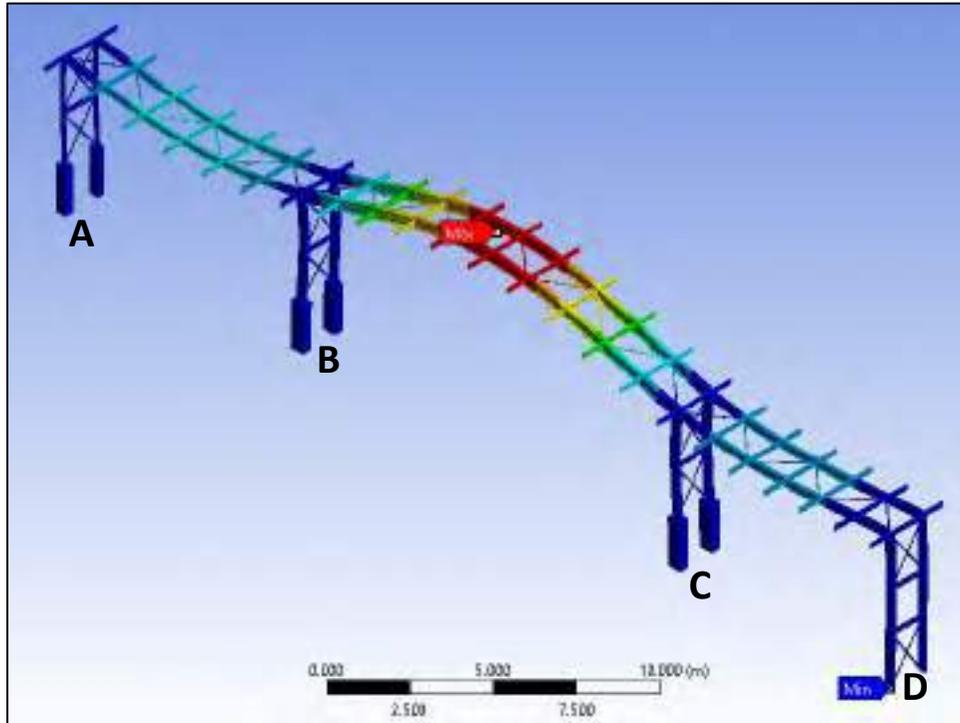


Figura 104. Noveno Modo de vibración a 10.5 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

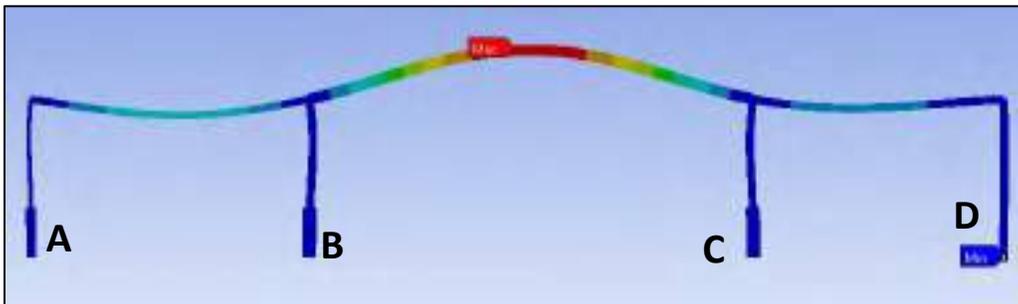


Figura 105. Noveno Modo de vibración a 10.5 Hz (Vista de perfil).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

➤ **DECIMO MODO A FRECUENCIA NATURAL DE 11.5 Hz**

Para una frecuencia natural de 11.5 Hz, como se muestra en las Figura 106 y Figura 107 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo de torsión y flexión en el tramo 2 – 3.

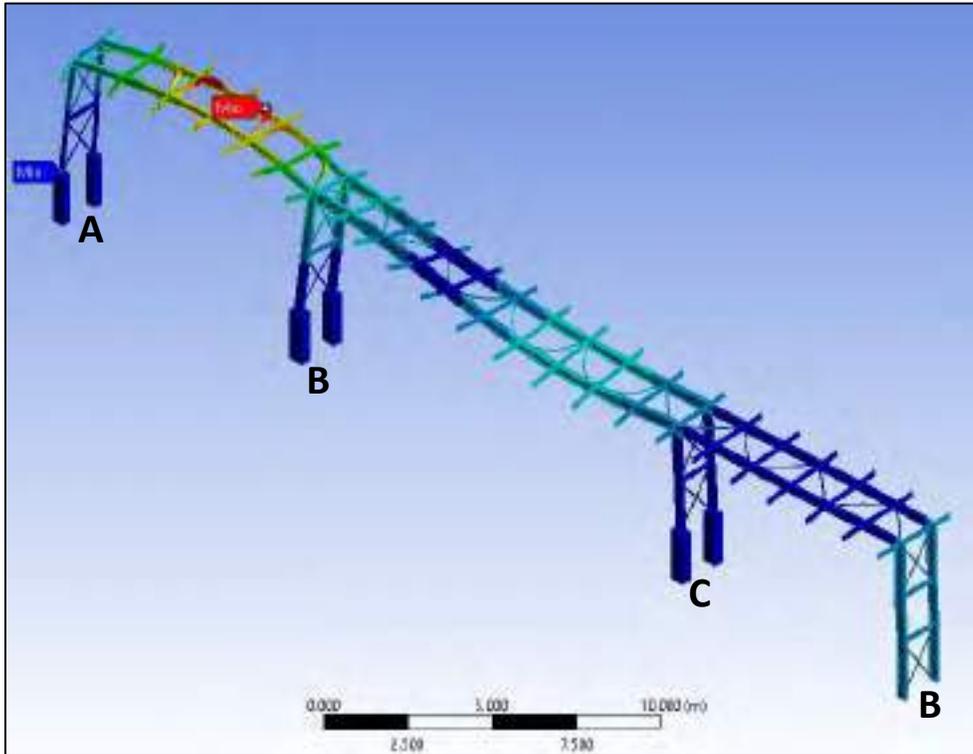


Figura 106. Décimo Modo de vibración a 11.5 Hz (Vista isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

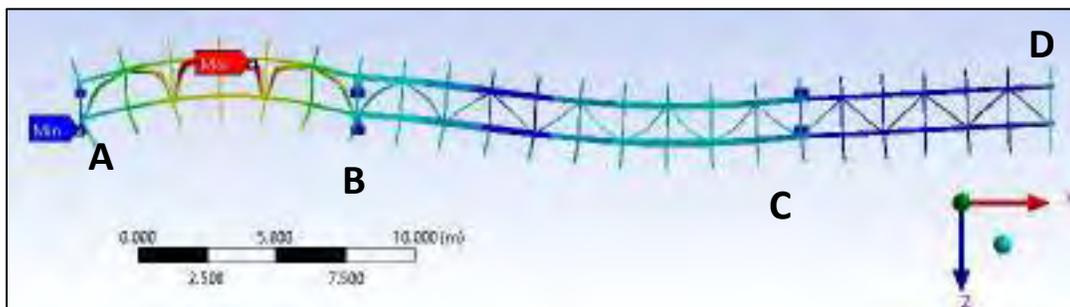


Figura 107. Décimo Modo de vibración a 11.5 Hz (Vista de planta).

Fuente: Elaboración propia – (ANSYS)

3.4 ANÁLISIS EXPERIMENTAL EN CAMPO

3.4.1. Adquisición de data vibracional

3.4.1.1. LabVIEW.

LabVIEW es un software netamente de National Instruments donde proporciona un entorno de desarrollo gráfico para el diseño de aplicaciones de ingeniería en la adquisición de data, análisis y presentación de datos, con un lenguaje de programación sin la complejidad de otras herramientas de desarrollo, como se muestra en la Figura 108.

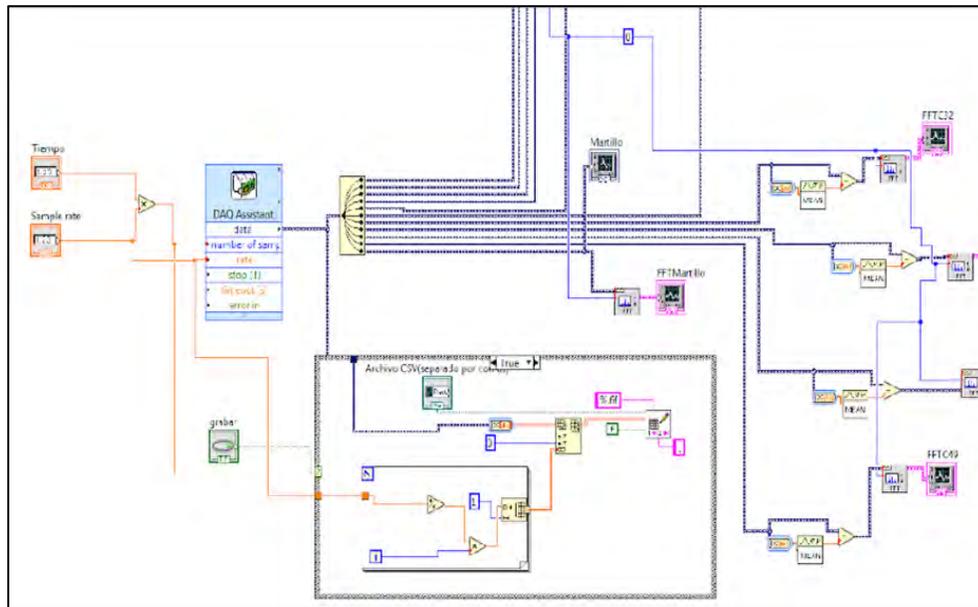


Figura 108. Esquema de adquisición de data en LabVIEW.

Fuente: Elaboración propia.

3.4.1.2. Programación LabVIEW

Los programas de LabVIEW se llaman instrumentos virtuales – VI, porque su apariencia y operación imitan a los instrumentos físicos, como los osciloscopios y los multímetros. LabVIEW contiene un conjunto completo de herramientas para adquirir, analizar, mostrar y almacenar datos, así como herramientas para ayudarlo a resolver problemas con el código que escribe.

El programa debe incluir un exportador de datos medidos a formato .CSV, Para luego manejar las mediciones en un programa de procesamiento de datos, donde, se programó según el número de sensores necesarios para esta adquisición de data de la faja transportadora tramo 1 – 4.

3.4.2. *Procesamiento de data vibracional*

3.4.2.1. **Artemis modal**

Es una herramienta fundamental para el análisis modal operacional, donde se basa en la tecnología del software del Artemis Extractor, en la que hay nuevas herramientas que forman la nueva plataforma del Artemis Modal, como muestra la Figura 109.

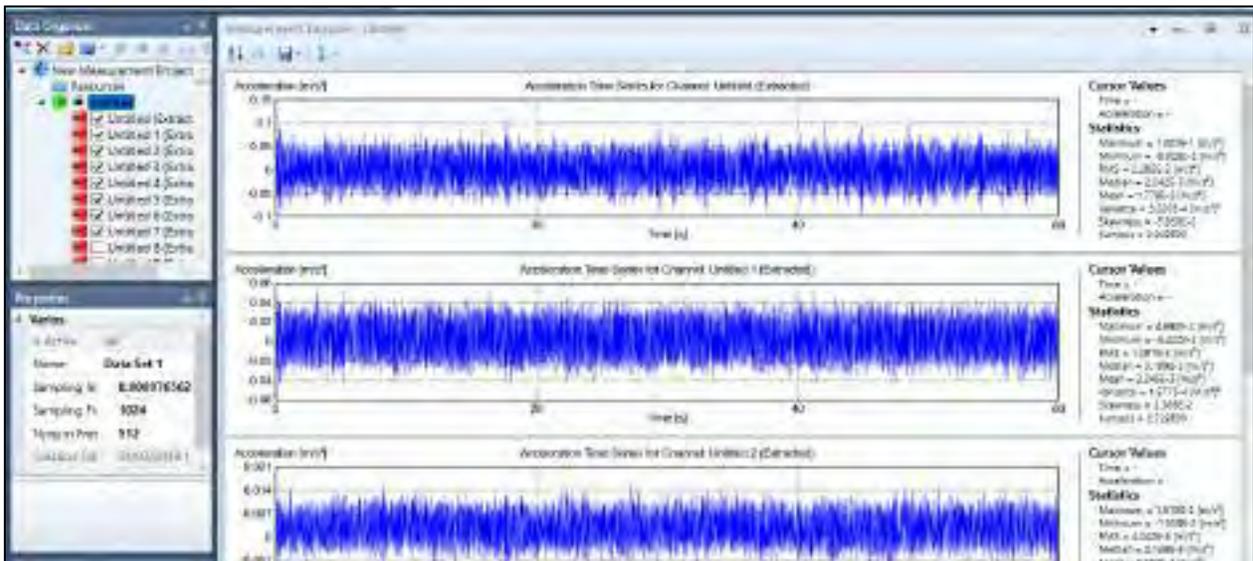


Figura 109. Interfaz del Artemis Modal.

Fuente: Elaboración propia.

Usos

- Identificación modal de estructuras en condiciones de operación o ambiente.
- Análisis modal sin uso de agitador o excitación con martillo.
- Modo de animación de formas y comparación de diferentes modos de estimación de formas.

Características

- Generación de geometría directa o importación de geometría.
- Número de canales procesados y cantidad de muestras limitadas por PC.
- Identificación rápida en el dominio de la frecuencia de formas de modo, frecuencias naturales y amortiguación.
- Algoritmos controlados por datos en el dominio del tiempo para la identificación imparcial de formas de modo, naturales.

3.4.3. Identificación de la faja transportadora en campo

Se realizó un recorrido por los alrededores de la estructura de la faja transportadora para identificar los reforzamientos que se le hicieron y verificar la integridad de los elementos y las conexiones.

3.4.3.1. Inspección visual

La inspección visual es uno de los métodos de ensayos no destructivos más utilizado en todas las unidades mineras, así como también en industrias de fabricación de materiales. Consta en la observación de discontinuidades visibles a simple vista lo cual permite un control en todas las etapas de mantenimiento de instalaciones o del proceso de fabricación.

La inspección visual básicamente se detecta las fallas que son visualmente perceptibles como las deformaciones, fenómenos de corrosión y defectos de soldadura. Durante las inspecciones se utilizan numerosas herramientas convencionales, como la regla, los calibres para socavamientos y cordones de soldaduras, cámaras fotográficas, entre otros.

En la Figura 110 muestra la faja transportadora CV-002 tramo 1-4, donde se realizó el recorrido por los alrededores de la estructura de la faja, para verificar la integridad de los elementos y las conexiones.



Figura 110. Recorrido de inspección del tramo 1 al 4.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

Donde se encontró algunos miembros estructurales en estado inicial de corrosión, en la unión de la brida de los perfiles principales en mal estado como indica la Figura 111, por ende, es una causa de alta vibración por falta de rigidez en el sistema.



Figura 111. Corrosión en la unión de la brida.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

3.4.4. Plan de trabajo en campo

3.4.4.1. Hoja de ruta

Se planteó la estrategia de medición del tramo de la faja transportadora a analizar, la dirección del censado mediante los acelerómetros en la geometría de referencia, tipos de acelerómetros, el posicionamiento de la estación de monitoreo entre otros, todo ello con el propósito de realizar los trabajos en campo de manera más ordenada, con el conocimiento previo de cada uno de los puntos a registrar y toda la logística necesaria para desarrollar los trabajos sin ningún percance.

3.4.4.1.1. Diagrama de conexiones para toma de data vibracional

Para la toma de data vibracional en campo, se requiere básicamente de energía eléctrica de 220 Voltios para energizar los equipos de monitoreo y laptop.

A su vez es fundamental mantener el orden y limpieza en el área de trabajo, para lo cual se realizó el siguiente diagrama de conexiones como indica en la Figura 112, que nos da a conocer una idea de cómo instalar la parte eléctrica y así evitar incidentes.

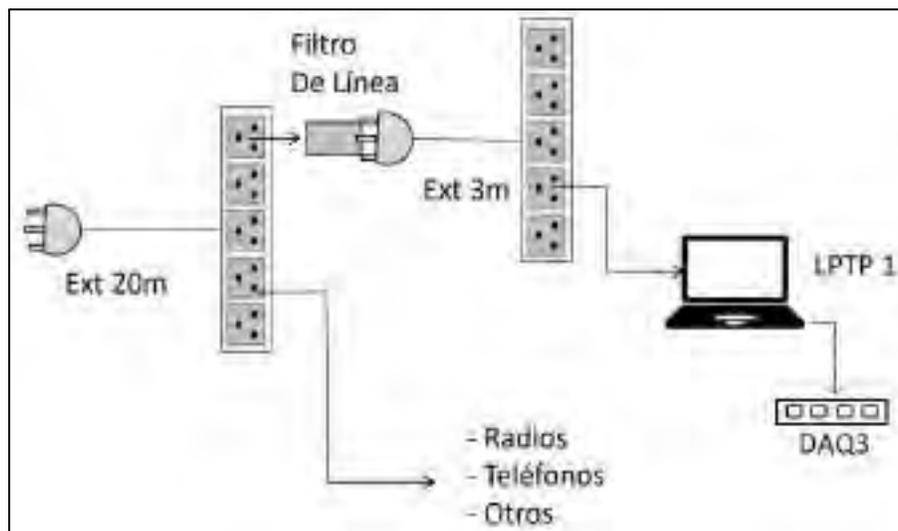


Figura 112. Esquema para reordenamiento eléctrico.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

3.4.4.1.2. Definición de puntos de medición.

Para definir los puntos de medición relevantes, se revisó los planos As-Built otorgados por la unidad Minera El Brocal.

Se contrastó la geometría de nuestro interés de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, para la definición de puntos de medición, cantidad de canales y recopilación de data vibracional, en la Figura 113 se muestra el tramo de 1 – 4 de la faja transportadora vista de perfil y planta.

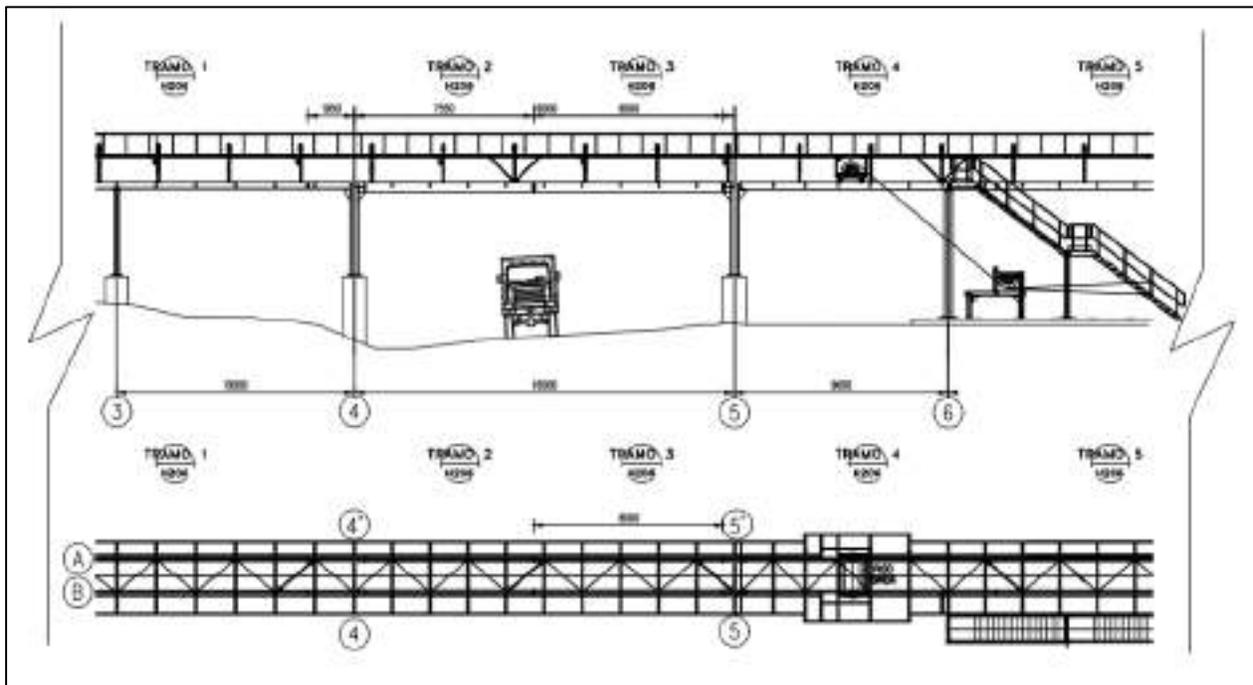


Figura 113. Esquema de perfil del tramo 1 al 4.

Fuente: (Unidad Minera El Brocal, 2019)

Se procedió a ubicar los puntos de medición, así como también las direcciones en la faja transportadora tramo 1 -4. para ello es importante contar con el modelo 3D para tener una mejor idea y familiarizarnos con el componente a analizar mediante el software SolidWorks como se indica en la Figura 114.



Figura 114. Puntos de medición en ensamblaje de SolidWorks del tramo 1 al 4.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Ya teniendo definido los puntos de medición se procede con el metrado de los cables, donde la longitud de los cables estará en función de:

- Las dimensiones de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4.
- Ubicación del centro de mediciones (punto de adquisición de datos).
- Tomas eléctricas disponibles.
- Espacio disponible para la instalación del centro de medición.

Así mismo se ubican las direcciones tentativas según el criterio del analista de vibraciones para la toma de data correspondiente, como muestra la Figura 115.



Figura 115. Direcciones tentativas de medición en el tramo 1 al 4.

Fuente: Elaboración propia – (SolidWorks)

Con la distribución de puntos en sus respectivas direcciones, utilizaremos 24 de 32 canales disponibles en el Adquisición de datos (cDAQ) como se muestra en la Figura 116.

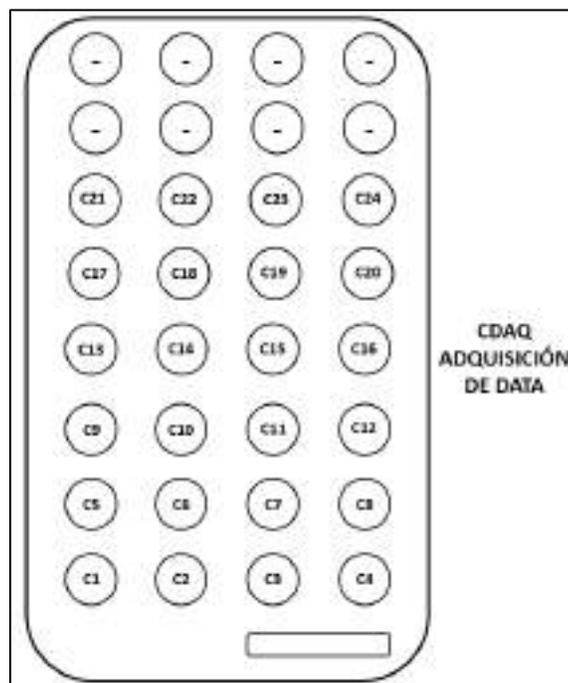


Figura 116. Adquisición de data de los 24 canales.

Fuente: Elaboración propia.

3.4.5. Instalación de equipos de medición

3.4.5.1. Instalación de sensores.

Se realizó la limpieza retirando el mineral en el punto de instalación de sensores uniaxiales tanto como triaxiales para lograr un mejor agarre de la base magnética para lograr óptimas datas de medición de señales, así como también, el tendido de cables codificados según proyección de la hoja de ruta manteniendo el orden y limpieza. En la Figura 117, muestra la instalación del sensor uniaxial en los sentidos indicados según hoja de ruta.



Figura 117. Instalación de sensor uniaxial en campo.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

Así mismo en la Figura 118 nos muestra la instalación del sensor triaxial.



Figura 118. Instalación de sensor triaxial en campo.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

3.4.5.2. Instalación de la tarjeta de adquisición de data.

Para la adquisición de data vibracional en campo se realizó la instalación de la tarjeta de adquisición de data cDAQ con 24 canales, como muestra la Figura 119.

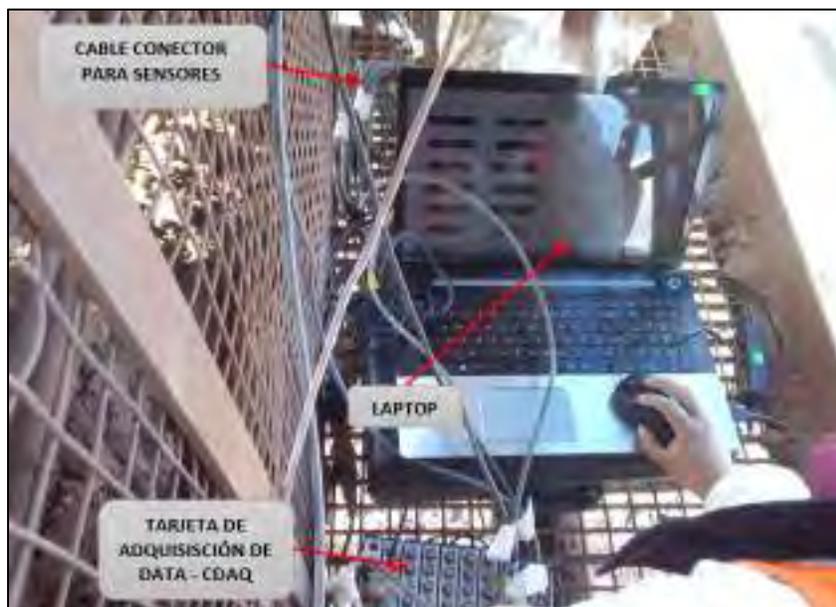


Figura 119. Instalación de la tarjeta de adquisición de data.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

3.4.6. Resultados en campo

Una vez conectados todos los acelerómetros se procedió con la verificación de señales con el fin de asegurar que todos los canales de lectura del colector de datos estén recibiendo la señal adecuadamente; después de realizar las verificaciones, se realizó la toma de datos de línea base de referencia y de operación continua.

3.4.6.1. Geometría de la faja transportadora.

Podemos observar en la Figura 120, las direcciones colocadas en el software Artemis Modal en cada punto, como antes mencionado en la hoja de ruta para después realizar la toma de datos respectiva.

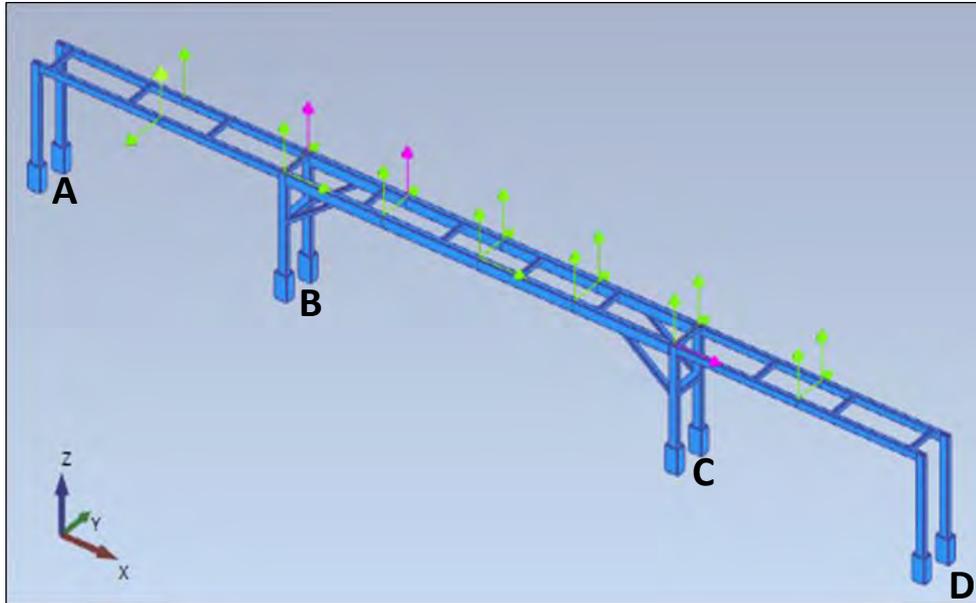


Figura 120. Puntos de toma de medición en Artemis.

Fuente: Elaboración propia – (Unidad Minera El Brocal)

3.4.6.2. Técnicas o estimaciones del análisis modal operacional.

3.4.6.2.1. Descomposición en el dominio de la frecuencia – FDD.

Una de las técnicas principales del análisis modal operacional en la que usaremos es la descomposición en el dominio de la frecuencia – FDD, donde la idea de esta técnica es realizar una descomposición aproximada de la respuesta del sistema en un conjunto de sistemas independientes de un solo grado de libertad, uno para cada modo.

Esta técnica se realiza simplemente descomponiendo cada una de las matrices de densidad espectral estimadas. En la Figura 121 se muestra que los valores singulares son estimaciones de la densidad espectral automática de los sistemas en coordenadas modales.



Figura 121 Diagrama de descomposición en el dominio de frecuencias – FDD.

Fuente: Manual Artemis Modal.

3.4.6.2.2. Descomposición de dominio de la frecuencia mejorada – EFDD.

Realizando una comparación con la técnica de la descomposición en el dominio de la frecuencia – FDD, esta técnica agrega una capa de estimación modal. Donde la estimación modal ahora se divide en dos pasos.

- Primero es realizar FDD, encontrar los picos dominantes.
- Segundo es usar las formas de modo identificadas FDD para identificar las funciones de campana espectral de un solo grado de libertad a partir de estos se estima tanto la frecuencia como la relación de amortiguamiento.

3.4.6.2.3. Descomposición del dominio de frecuencia de ajuste de curva – CFDD.

Esta técnica agrega una capa de estimación modal al FDD, al igual que lo hace la EFDD. Por lo tanto, la estimación modal se divide en dos pasos.

- Primero es realizar la selección de picos FDD.

- Segundo es utilizar las formas de modo identificadas por FDD para identificar las funciones de campana espectral de un solo grado de libertad y, a partir de estas campanas espectrales, estimar tanto la frecuencia y relación de amortiguamiento utilizando una técnica de ajuste de curvas en el dominio de la frecuencia.

3.4.6.3. Diagrama de descomposición de espectros.

Utilizando la técnica de descomposición en el dominio de frecuencia – FDD, donde la siguiente Figura 122, muestra el diagrama de descomposición de valor singular encontrados en la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, siendo los puntos rojos las frecuencias naturales y los puntos verdes las frecuencias de excitación detectadas automáticamente.

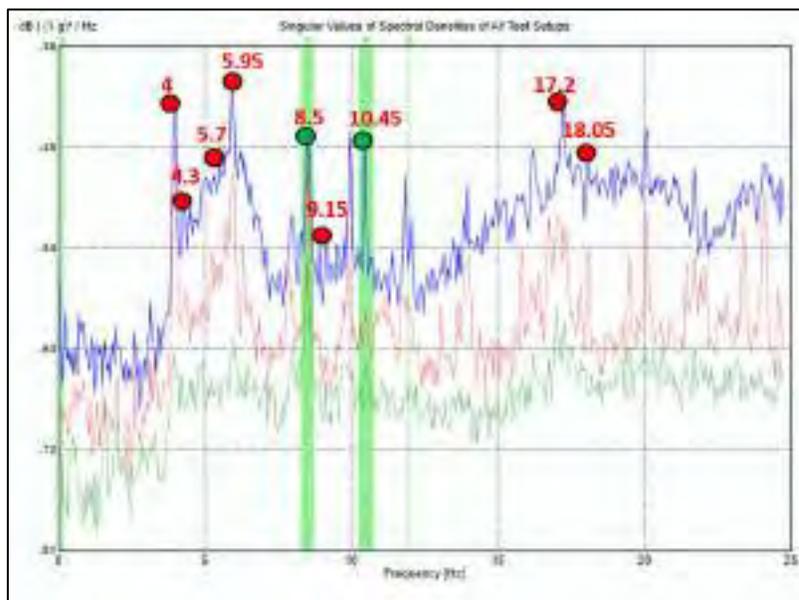


Figura 122. Diagrama de descomposición de valor singular.

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

Así mismo este diagrama presenta la coherencia de la función de densidad espectral estimada entre dos mediciones. Tenga en cuenta que solo se puede mostrar la coherencia entre los transductores de referencia cuando el elemento del proyecto de medición se ha seleccionado en el organizador de datos.

Luego de seleccionar los picos, se verificó la ortogonalidad de los modos detectados.

3.4.6.4. Modos de vibración y frecuencias naturales.

Después del procesamiento con los datos de las mediciones en campo, se obtuvo los espectros de los catorce puntos de medición donde se detallan en el Anexo I, de lo cual se obtiene los picos de vibración en los espectros, donde se obtuvieron frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4. En la Figura 123 y Figura 124, muestran espectros de Velocidad vs Frecuencia del punto 8 – 14.

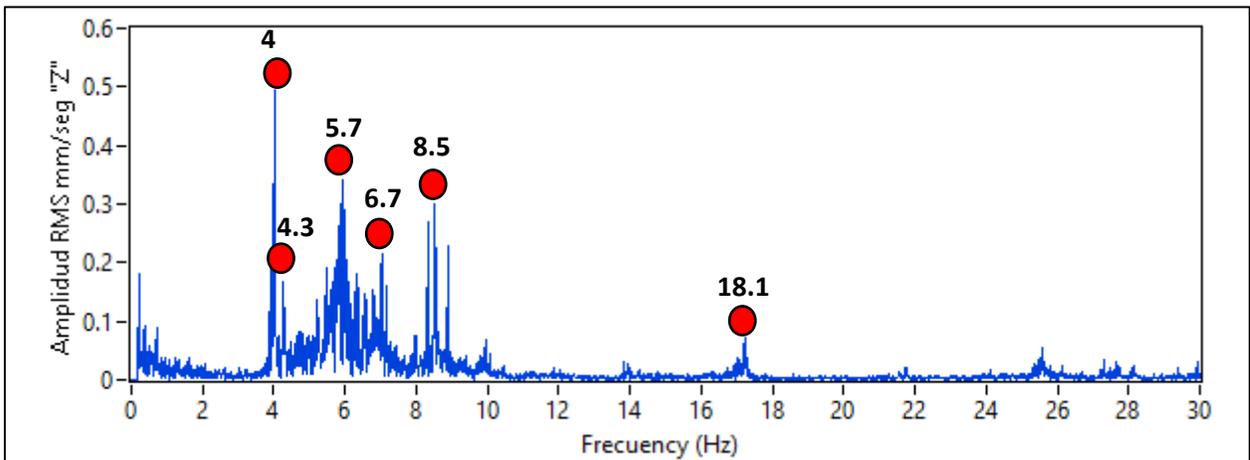


Figura 123 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 08 dirección Z

Fuente: Elaboración propia – (Software LabVIEW)

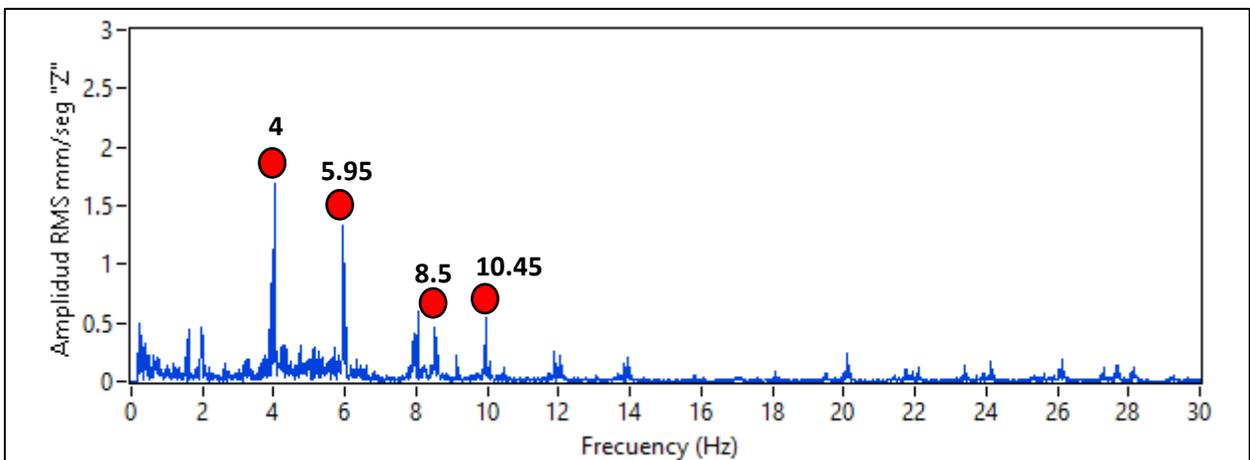


Figura 124 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 14 dirección Z

Fuente: Elaboración propia – (Software LabVIEW)

En la Tabla 31, nos muestra el resumen de los modos de vibración y frecuencias naturales encontradas en la faja transportadora CV-002 tramo 1 – 4, en la Unidad Minera El Brocal.

Tabla 31. Frecuencias naturales en campo.

MODO	FRECUENCIA (Hz)
1	4
2	4,3
3	5,7
4	5,95
5	6,75
6	8,5
7	9,15
8	10,45
9	17,2
10	18,05

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, en la Figura 125, se muestran las simulaciones encontradas en el software Artemis Modal, de los resultados de frecuencias naturales y sus modos de vibración respectivo.

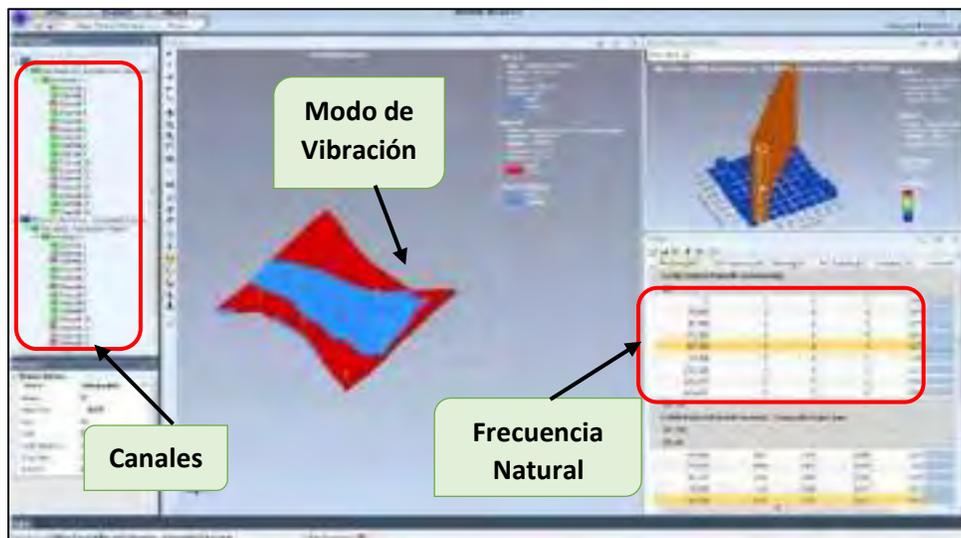


Figura 125. Detección de frecuencias naturales.

Fuente: Manual Artemis Modal.

➤ **PRIMER MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 4 Hz**

Al recolectar los parámetros modales en campo de la estructura de la faja transportadora se puede observar una frecuencia natural de 4 Hz, donde muestran la Figura 126 y Figura 127 donde presenta:

- Un modo torsional ligero en el tramo 2 – 3
- Un modo torsional en el tramo 3 – 4.

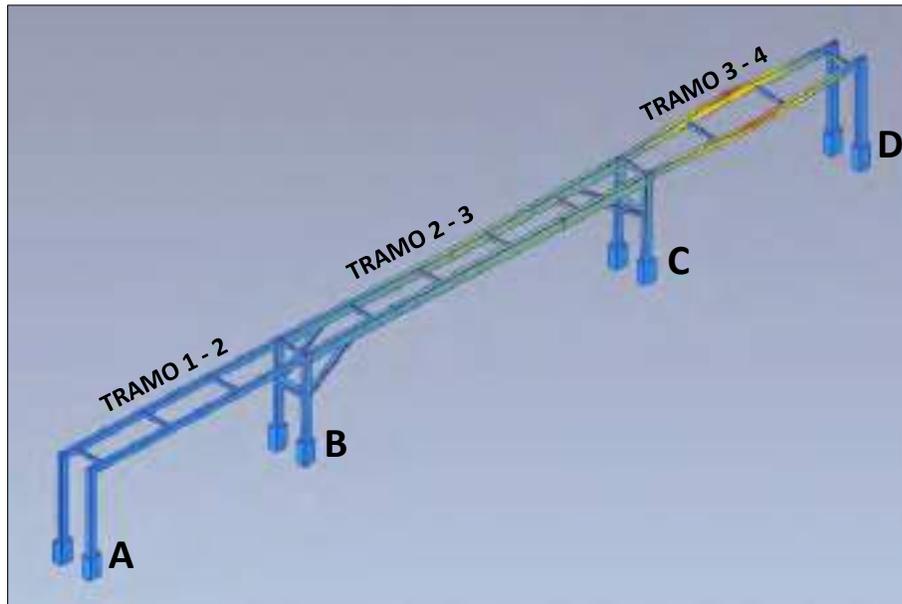


Figura 126. Primer Modo de 4 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

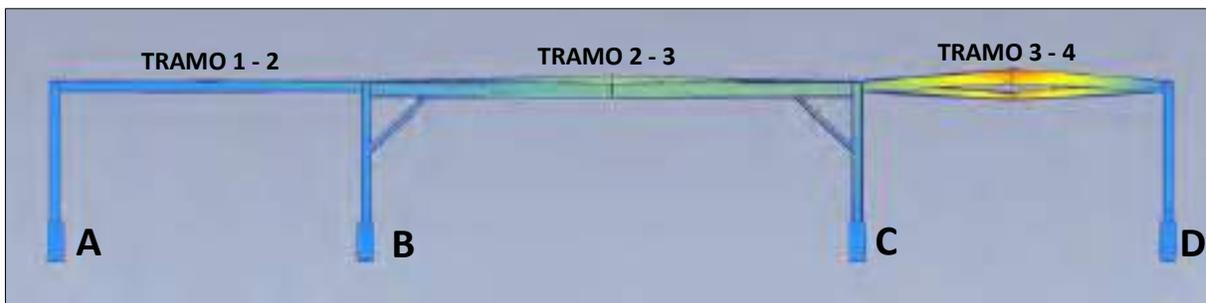


Figura 127. Primer Modo de 4 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **SEGUNDO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 4.3 Hz**

De la misma manera a una frecuencia natural de 4.3 Hz, como se muestra en la Figura 128 y Figura 129 donde se observa:

- Un modo de flexión ligero en el tramo 1 - 2.
- Un modo de flexión en el tramo 2 - 3.
- Un modo de flexión y torsión ligero en el tramo 3 - 4.

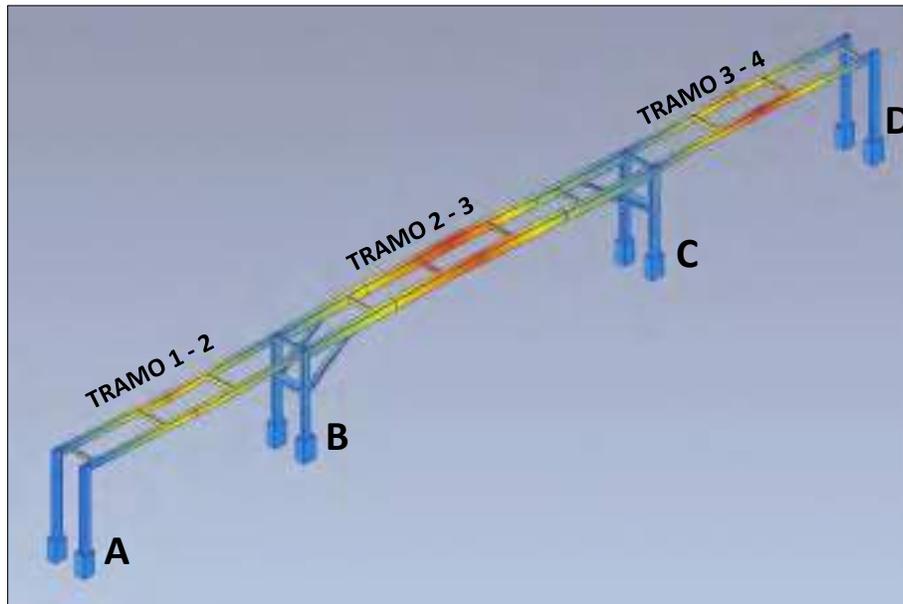


Figura 128. Segundo Modo de 4.3 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

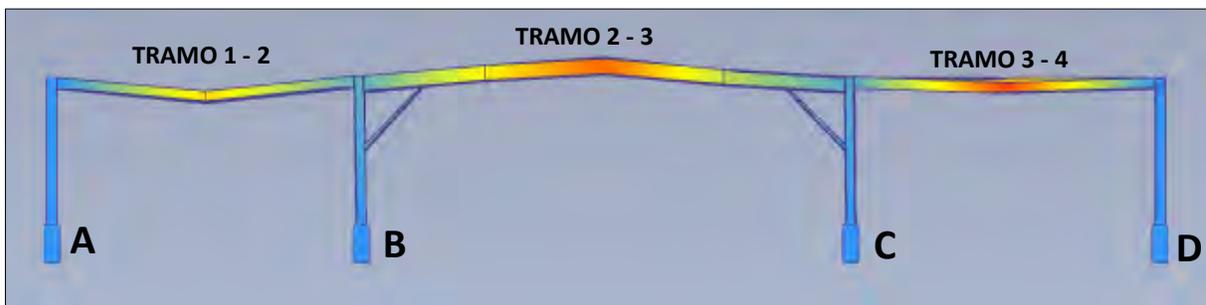


Figura 129. Segundo Modo de 4.3 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **TERCER MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 5.7 Hz**

Para una frecuencia natural de 5.7 Hz, como se muestra en la Figura 130 y Figura 131 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo de flexión y torsión ligero en el tramo 2 - 3.

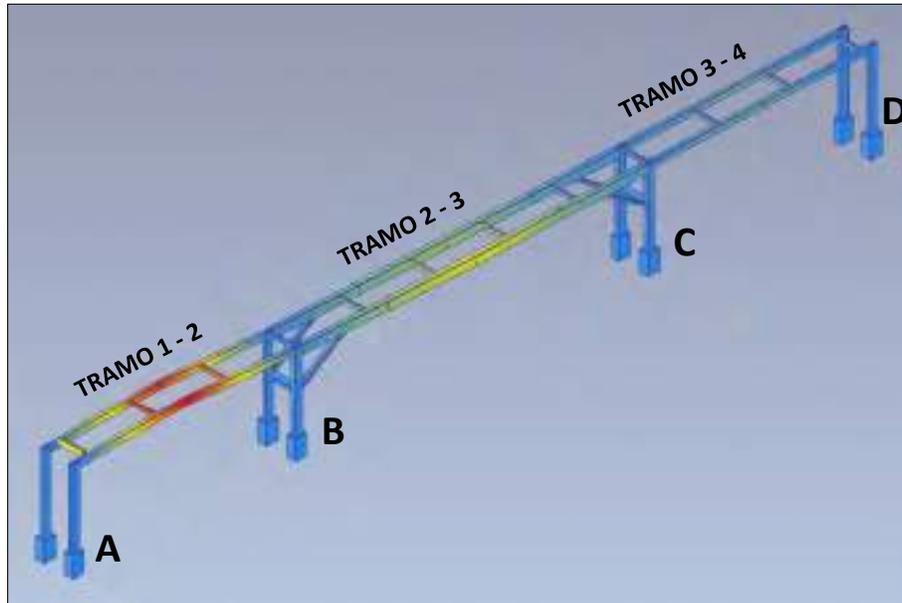


Figura 130. Tercer Modo de 5.7 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

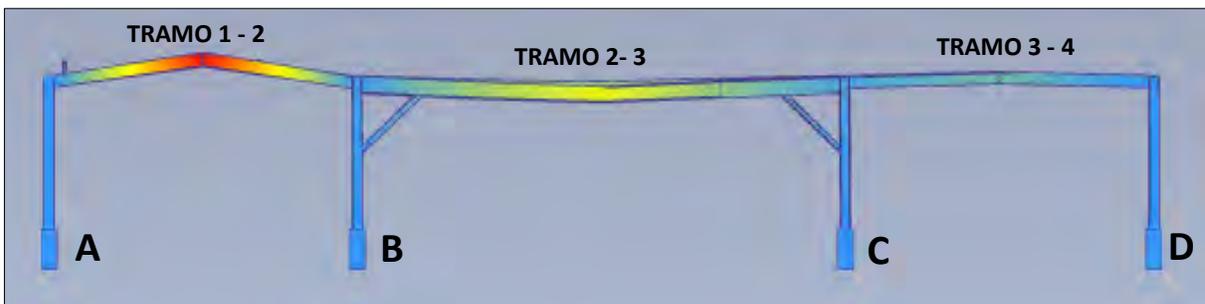


Figura 131. Tercer Modo de 5.7 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **CUARTO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 5.95 Hz**

Para una frecuencia natural de 5.95 Hz, como se muestra en la Figura 132 y Figura 133 donde se observa:

- Un modo de torsión ligero en el tramo 2 – 3.
- Un modo de flexión en el tramo 3 – 4.

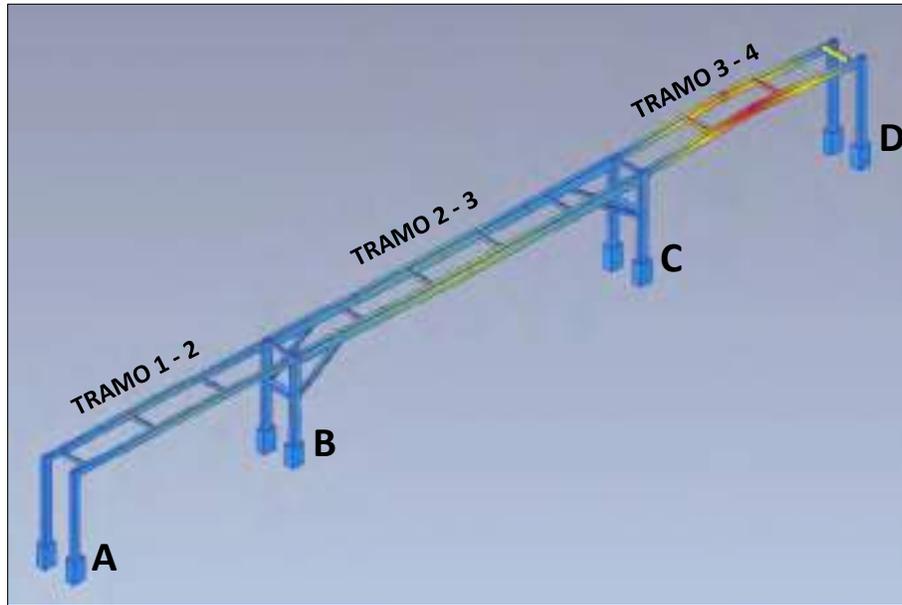


Figura 132. Cuarto Modo de 5.95 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

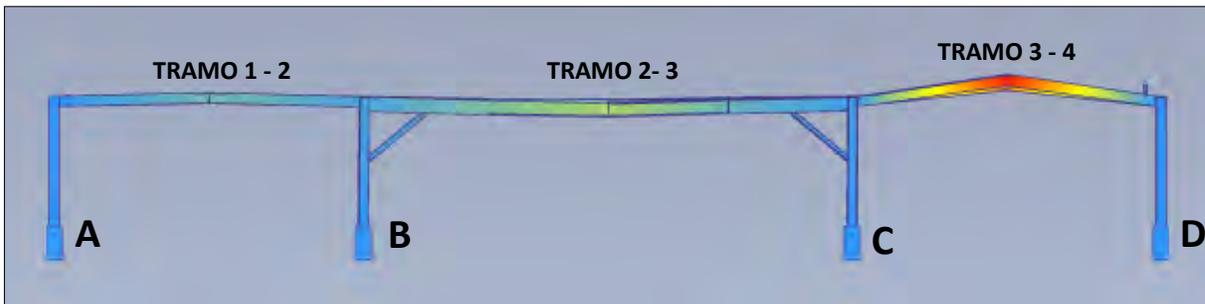


Figura 133. Cuarto Modo de 5.95 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **QUINTO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 6.75 Hz**

Para una frecuencia natural de 6.75 Hz, como se muestra en la Figura 134 y Figura 135 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 - 2.
- Un modo de torsión ligero en el tramo 2 - 3.

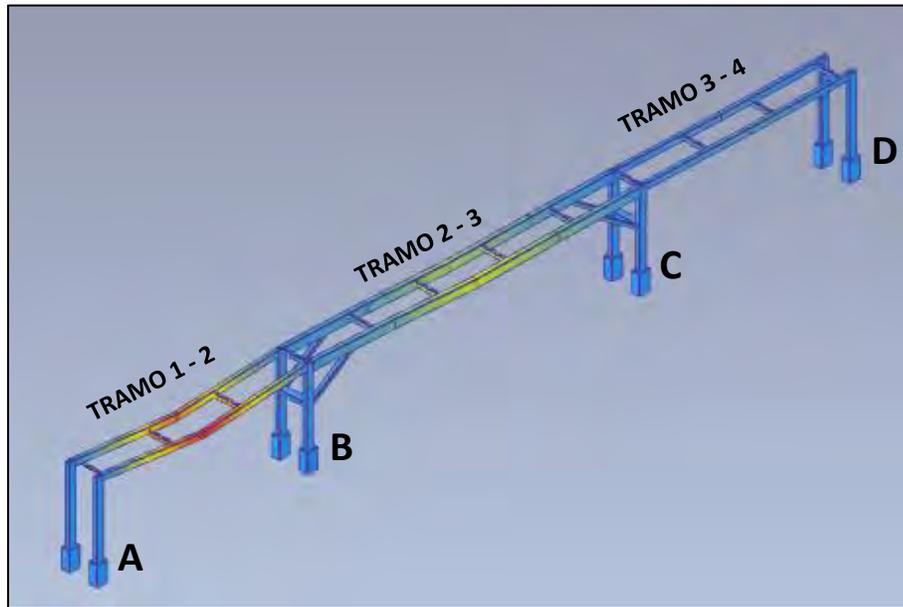


Figura 134. Quinto Modo de 6.75 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

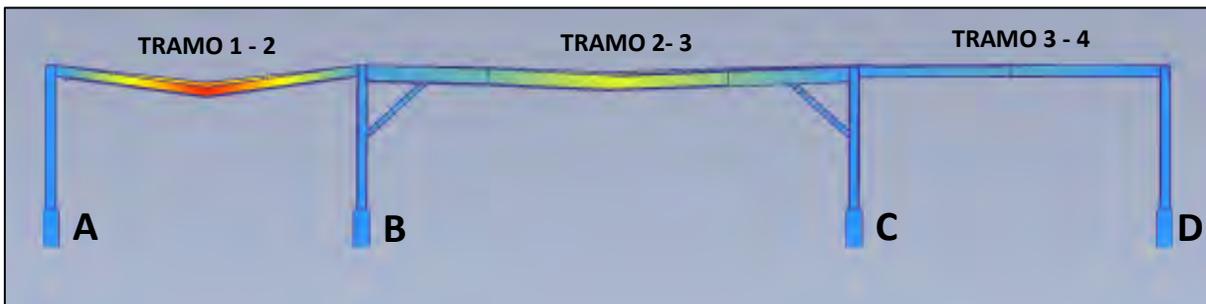


Figura 135. Quinto Modo de 6.75 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **SEXTO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 8.5 Hz**

Para una frecuencia natural de 8.5 Hz, como se muestra en la Figura 136 y Figura 137 donde se observa:

- Un modo de flexión y torsión en el tramo 2 – 3.
- Un modo de torsión en el tramo 3 - 4.

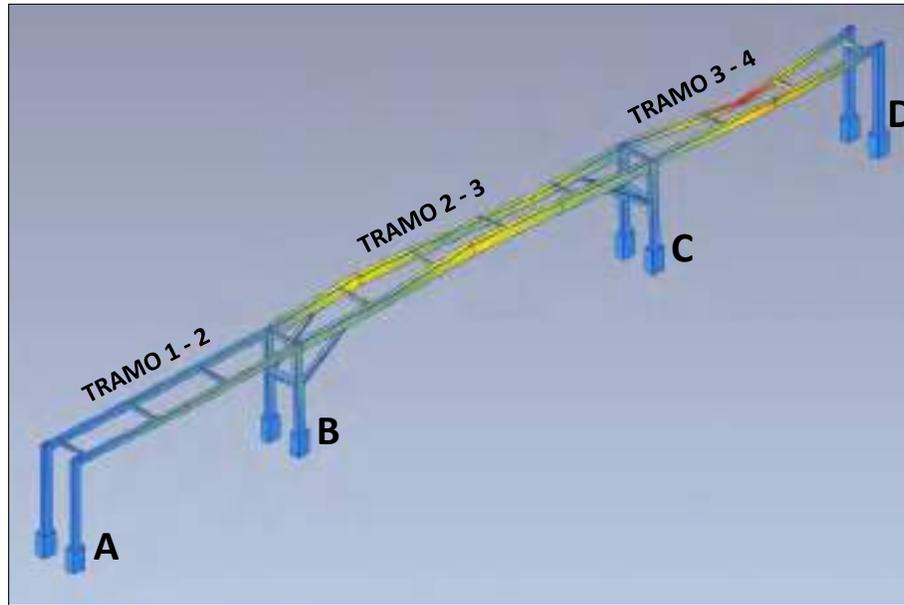


Figura 136. Sexto Modo de 8.5 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

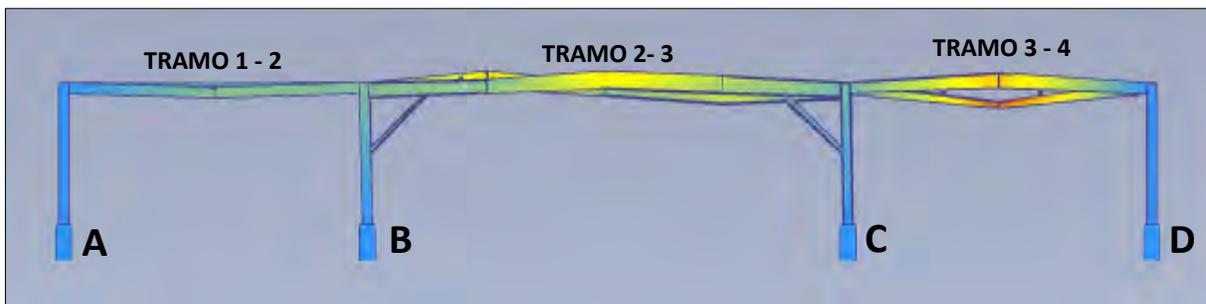


Figura 137. Sexto Modo de 8.5 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **SÉPTIMO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 9.15 Hz**

Para una frecuencia natural de 9.15 Hz, como se muestra en la Figura 138 y Figura 139 donde se observa:

- Un modo de flexión y torsión ligero en el tramo 1- 2.
- Un modo de flexión y torsión ligero en el tramo 3 – 4.

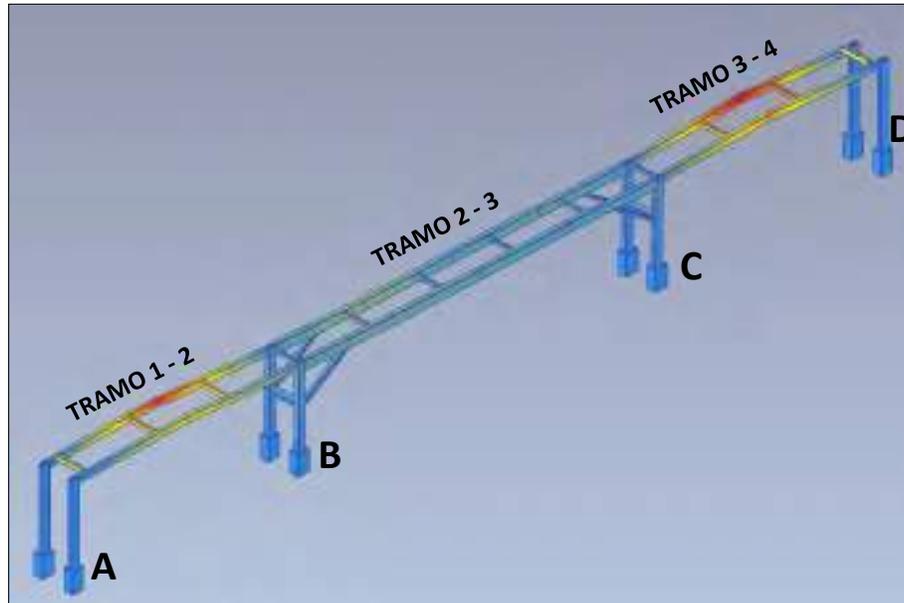


Figura 138. Séptimo Modo de 9.15 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

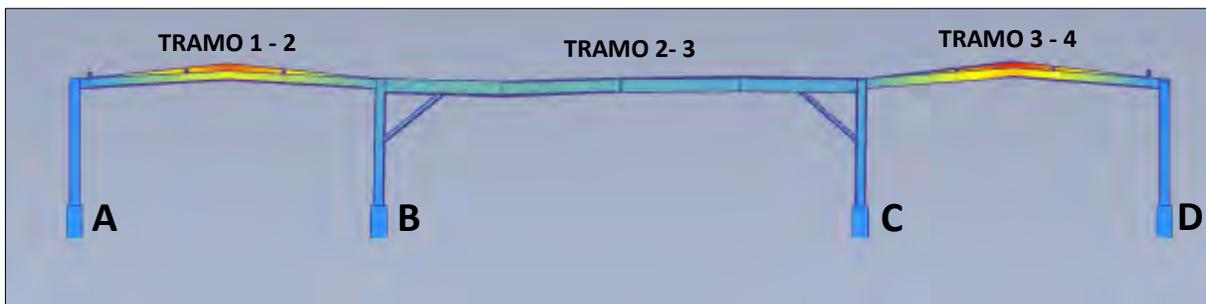


Figura 139. Séptimo Modo de 9.15 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **OCTAVO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 10.45 Hz**

Para una frecuencia natural de 10.45 Hz, como se muestra en la Figura 140 y Figura 141 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 2 - 3.
- Un modo de torsión en el tramo 3 - 4.

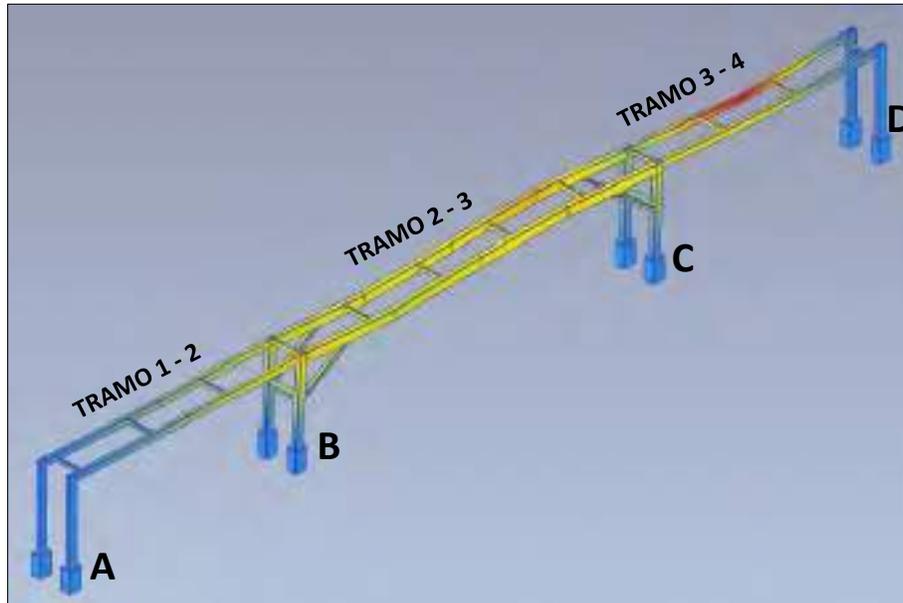


Figura 140. Octavo Modo de 10.45 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)



Figura 141. Octavo Modo de 10.45 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **NOVENO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 17.20 Hz**

Para una frecuencia natural de 17.20 Hz, como se muestra en la Figura 142 y Figura 143 donde se observa:

- Un modo de torsión doble en el tramo 2 – 3.

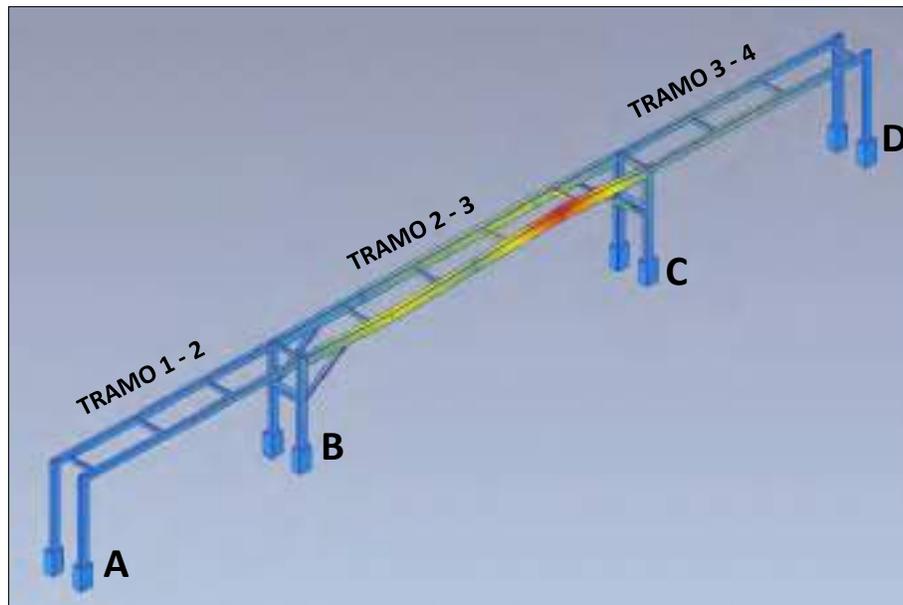


Figura 142. Noveno Modo de 17.20 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

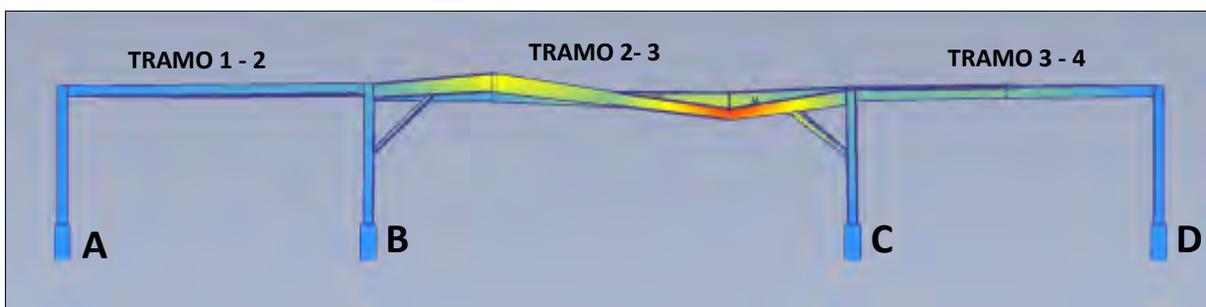


Figura 143. Noveno Modo de 17.20 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

➤ **DECIMO MODO - FRECUENCIA NATURAL DE 18.05 Hz**

Para una frecuencia natural de 18.05 Hz, como se muestra en la Figura 144 y Figura. 145 donde se observa:

- Un modo de flexión en el tramo 1 – 2.
- Un modo de flexión ligero en el tramo 2 – 3.
- Un modo de torsión ligero en el tramo 3 - 4.

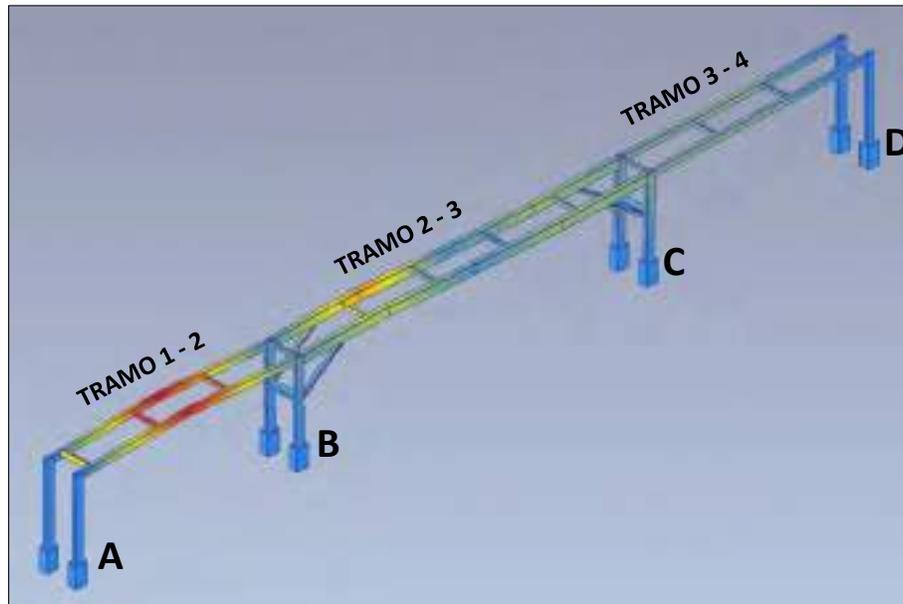


Figura 144. Décimo Modo de 18.05 Hz (Vista Isométrica).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

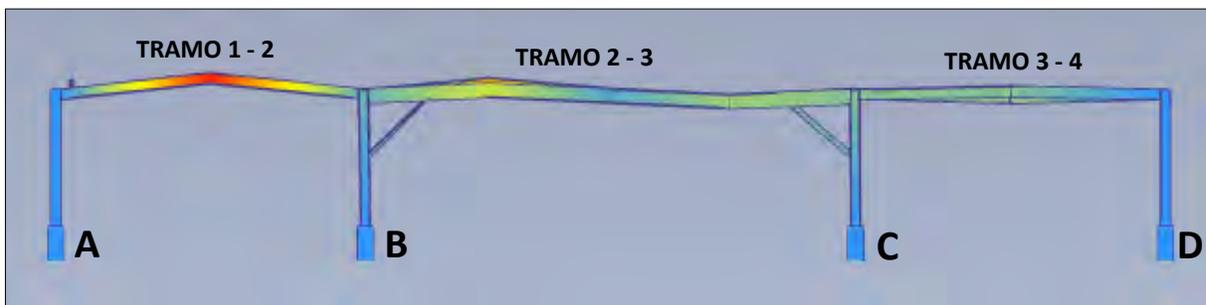


Figura. 145. Décimo Modo de 18.05 Hz (Vista Perfil).

Fuente: Elaboración propia – (Software Artemis Modal)

CAPITULO IV

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1 AMPLITUD DE VELOCIDAD

Las gráficas de amplitud vs frecuencia se detallan en el Anexo L, por ende, se resume en la siguiente Tabla 32.

Tabla 32 Amplitudes máximas de velocidad RMS

	AMPLITUD RMS (mm/s)					
	X		Y		Z	
PUNTO	f - (Hz)	V-(mm/s)	f - (Hz)	V-(mm/s)	f - (Hz)	V-(mm/s)
1	-	-	8,5	0,24	5,9	0,43
2	-	-	-	-	5,9	0,3
3	-	-	-	-	0,9	0,1
4	4,9	0,1	8,4	0,1	0,9	0,1
5	-	-	4	0,15	4	0,25
6	-	-	-	-	4	0,22
7	-	-	-	-	4	0,55
8	4,9	0,1	4	0,38	4	0,51
9	-	-	4	0,45	4	0,25
10	-	-	-	-	4	0,1
11	-	-	-	-	0,9	0,1
12	1	0,1	4	0,5	1	0,1
13	-	-	1	0,9	4	3
14	-	-	-	-	4	1,7

Fuente: Elaboración propia.

Los niveles de vibración estructural se encuentran dentro de los valores permisibles para este tipo de estructuras según la norma DIN 4150-3 (Structural vibration - Effects of Vibration on Structures) detallado en el Anexo H, siendo la máxima amplitud de vibración es de 3 mm/s a 4 Hz, como muestra la Figura 146

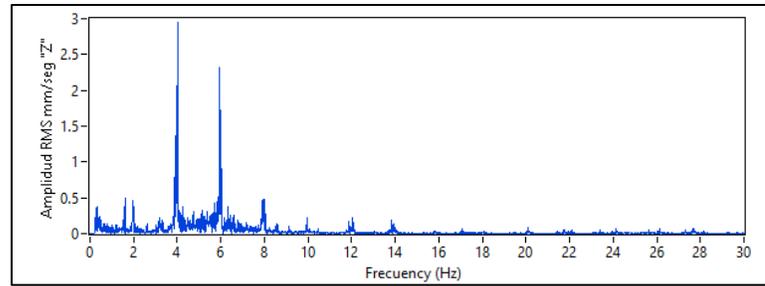


Figura 146 Espectro de Velocidad vs Tiempo – Punto 13 dirección Z

Fuente: Elaboración propia

4.2 MODOS DE VIBRACIÓN Y FRECUENCIAS NATURALES

A continuación, se representa los modos de vibración y frecuencias naturales más relevantes de este estudio, debido a que representan el modo de máxima energía obtenida en campo a su vez es una frecuencia muy baja para la estabilidad de la estructura.

4.2.1. Primer modo a 4 Hz

El primer modo de vibración a 4 Hz, obtenidos tanto en el FEM y en campo demuestran una similitud de la forma de movimiento de la estructura como es el modo torsional en todos los tramos como se muestra en la Figura 147.

- Modo torsional en el tramo 3 – 4.
- Modo torsional ligero en el tramo 2 – 3.

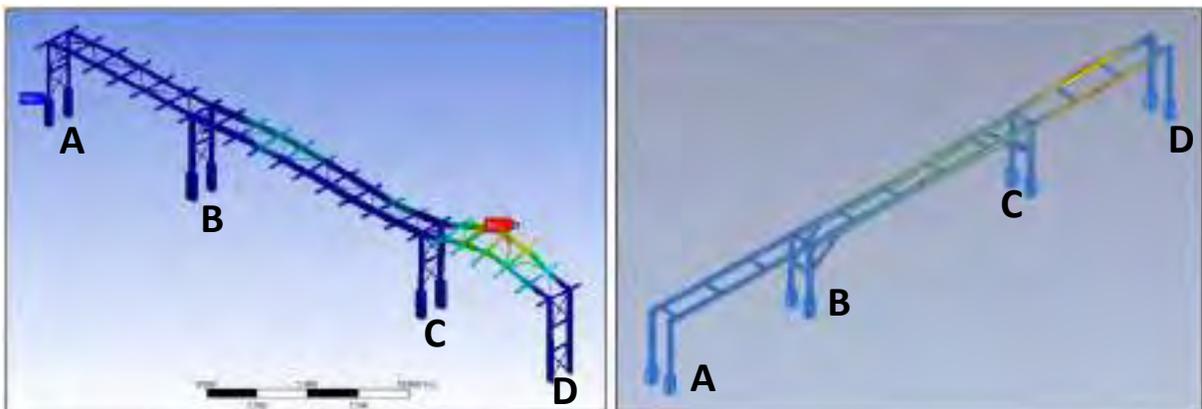


Figura 147 Primer modo.

Fuente: Elaboración propia

4.2.2. Segundo modo a 4.3 Hz

Segundo modo de vibración a 4.3 Hz, obtenidos tanto en el FEM y en campo demuestran una similitud de la forma de movimiento de la estructura como es el modo de flexión en todos los tramos como muestra en la Figura 148.

- Modo de flexión en el tramo 1 – 3.
- Modo de flexión y torsión ligero en el tramo 3 - 4.

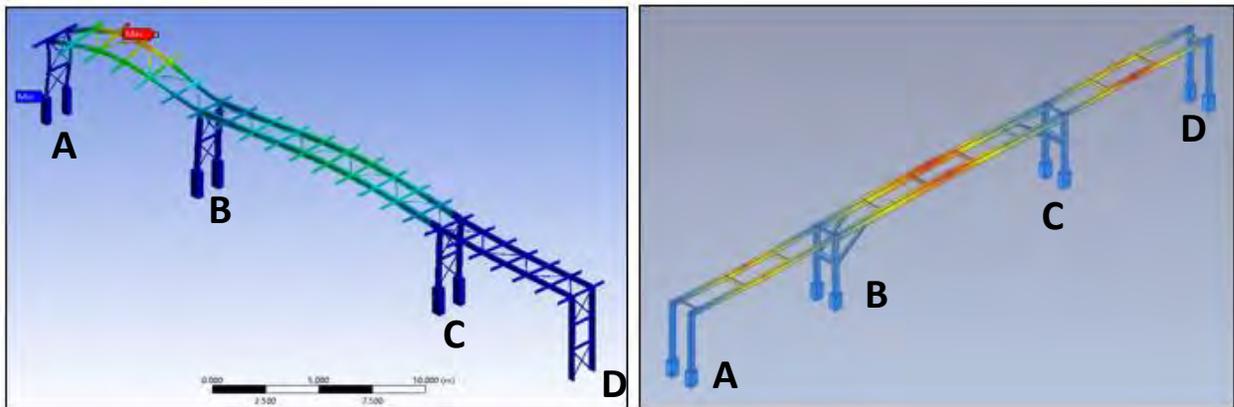


Figura 148 Segundo modo.

Fuente: Elaboración propia

4.2.3. Tercer modo a 5.7 Hz

En el tercer modo de vibración a 5.7 Hz, obtenidos tanto en el FEM y en campo demuestran una similitud de la forma de movimiento de la estructura como es el modo de flexión en todos los tramos como se muestra la Figura 149.

- Modo de flexión en el tramo 1 – 2.
- Modo de flexión y torsión ligero en el tramo 2 - 3.

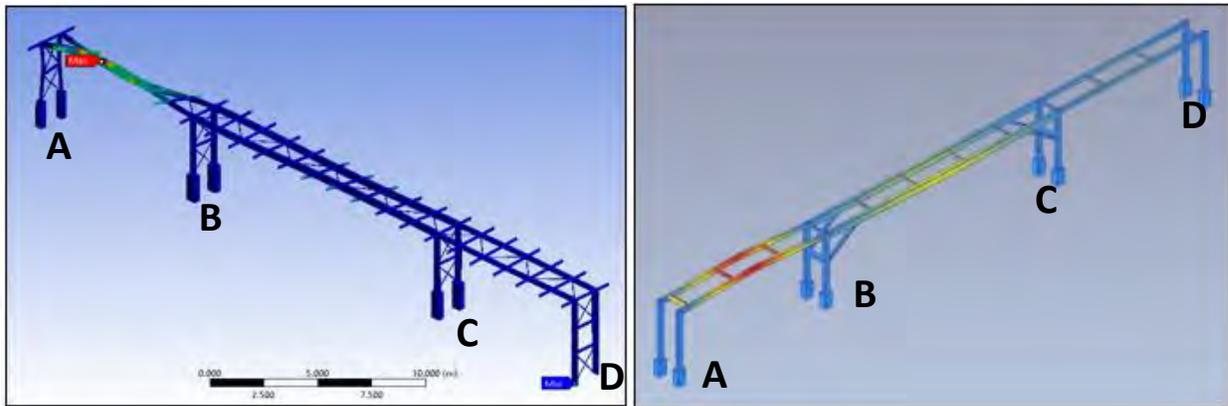


Figura 149 Tercer modo.

Fuente: Elaboración propia

4.2.4. Cuarto modo a 8.5 Hz

En el cuarto modo de vibración a 8.5 Hz obtenidos tanto en el FEM y en campo demuestran una similitud de la forma de movimiento de la estructura como es el modo de torsión en todos los tramos, como se muestra en la Figura 150.

- Modo de flexión y torsión en el tramo 2 – 3.
- Modo de torsión en el tramo 3 - 4.

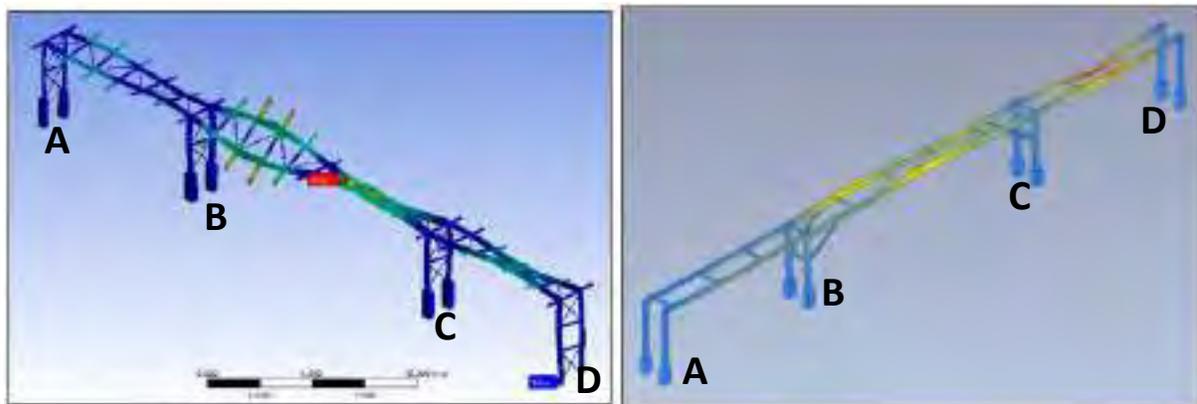


Figura 150 Cuarto modo.

Fuente: Elaboración propia

4.3 Comparación de resultados

4.3.1. Comparación de resultados de frecuencias halladas.

En la Tabla 33 muestra el cuadro comparativo de las frecuencias naturales obtenidas tanto en el cálculo analítico, método de elementos finitos con el software ANSYS y lo obtenido en campo con los equipos requeridos.

Tabla 33. Comparación de resultados de frecuencias naturales

MODO	FRECUENCIA EN CALCULO (Hz)	FRECUENCIA EN FEM (Hz)	FRECUENCIA EN CAMPO (Hz)
1	3.8	3.9	4
2	4.1	4.6	4.3
3	5.5	4.8	5.7
4	5.7	5.4	5.9
5	6.3	6.5	6.7
6	6.6	6.6	8.5
7	12.8	8.5	9.2
8	13.2	9.8	10.5
9	23.3	10.5	17.2
10	25.8	11.5	18.1

Fuente: Elaboración propia

Se realizó la obtención de frecuencias naturales por los tres métodos para constatar los valores donde se puede observar que hay una variación por el método analítico de frecuencias naturales ya que se consideraron grados de libertad en el plano bidimensional X-Y.

Para el análisis estructural de la faja transportadora se realizaron mediciones o adquisición de señales en campo para la obtención de frecuencias naturales y modos de vibración reales ya que fueron adquiridos con los parámetros y condiciones de operación en ese intervalo de tiempo.

4.3.2. Comparación de resultados de frecuencias con los excitadores.

Por último, en las siguientes tablas se muestra el cuadro comparativo de las frecuencias naturales obtenidas tanto en el cálculo analítico, en el FEM y lo obtenido en campo con las frecuencias de los equipos excitadores.

Donde los equipos de excitación son los siguientes:

- Motor
- Polea
- Reductor
- Polines

Donde en la Tabla 34 muestra la comparación de frecuencias naturales mediante el cálculo analítico con las frecuencias de excitación del equipo.

Tabla 34. Comparación de frecuencias naturales analítico vs Excitación.

	Equipo	RPM	Frec. (Hz)	Frecuencias Naturales del Cálculo Analítico (Hz)									
				3.5	3.6	4.7	4.8	5	6.6	12.8	13.2	23.3	25.8
FRECUENCIA DE EXCITACION	Motor	1785.00	29.75	8.50	8.26	6.33	6.20	5.95	4.51	2.32	2.25	1.28	1.15
		79.26	1.32	0.38	0.37	0.28	0.28	0.26	0.20	0.10	0.10	0.06	0.05
	Polea/ Reductor	158.52	2.64	0.75	0.73	0.56	0.55	0.53	0.40	0.21	0.20	0.11	0.10
		237.78	3.96	1.13	1.10	0.84	0.83	0.79	0.60	0.31	0.30	0.17	0.15
		317.04	5.28	1.51	1.47	1.12	1.10	1.06	0.80	0.41	0.40	0.23	0.20
		396.30	6.61	1.89	1.83	1.41	1.38	1.32	1.00	0.52	0.50	0.28	0.26
	Polea de bajada	121.20	2.02	0.58	0.56	0.43	0.42	0.40	0.31	0.16	0.15	0.09	0.08
		242.40	4.04	1.15	1.12	0.86	0.84	0.81	0.61	0.32	0.31	0.17	0.16
		363.60	6.06	1.73	1.68	1.29	1.26	1.21	0.92	0.47	0.46	0.26	0.23
		484.80	8.08	2.31	2.24	1.72	1.68	1.62	1.22	0.63	0.61	0.35	0.31
		606.00	10.10	2.89	2.81	2.15	2.10	2.02	1.53	0.79	0.77	0.43	0.39
	Polines	527.72	8.80	2.51	2.44	1.87	1.83	1.76	1.33	0.69	0.67	0.38	0.34
		1055.44	17.59	5.03	4.89	3.74	3.66	3.52	2.67	1.37	1.33	0.75	0.68
		1583.16	26.39	7.54	7.33	5.61	5.50	5.28	4.00	2.06	2.00	1.13	1.02

Fuente: Elaboración propia

Donde en la Tabla 35 muestra la comparación de frecuencias naturales mediante el cálculo analítico con las frecuencias de excitación del equipo.

Tabla 35. Comparación de frecuencias naturales con el FEM vs Excitación.

	Equipo	RPM	Frec. (Hz)	Frecuencias Naturales del FEM (Hz)									
				3,0	4,6	4,8	5,4	6,5	6,6	8,5	9,3	10,5	11,3
FRECUENCIA DE EXCITACIÓN	Motor	1785,00	29,75	7,63	6,47	6,20	5,51	4,58	4,51	3,50	3,44	2,81	2,50
	Polea/ Reductor	79,26	1,32	0,34	0,29	0,28	0,24	0,20	0,20	0,16	0,13	0,13	0,11
		158,52	2,64	0,66	0,57	0,55	0,49	0,41	0,40	0,31	0,27	0,25	0,23
		237,78	3,96	0,99	0,86	0,83	0,73	0,61	0,60	0,47	0,44	0,38	0,34
		317,04	5,28	1,32	1,13	1,10	0,98	0,81	0,80	0,62	0,54	0,50	0,46
	Polea de bajada	396,30	6,61	1,65	1,44	1,38	1,22	1,06	1,06	0,78	0,67	0,61	0,57
		121,20	2,02	0,51	0,44	0,42	0,37	0,31	0,31	0,24	0,21	0,19	0,18
		242,40	4,04	1,01	0,88	0,84	0,75	0,62	0,61	0,48	0,41	0,38	0,35
		363,60	6,06	1,52	1,32	1,26	1,12	0,91	0,92	0,71	0,62	0,58	0,53
	Polines	484,80	8,08	2,02	1,76	1,68	1,50	1,24	1,22	0,95	0,82	0,77	0,70
		606,00	10,10	2,53	2,20	2,10	1,87	1,57	1,53	1,19	1,07	0,96	0,88
		527,72	8,80	2,26	1,91	1,83	1,63	1,35	1,33	1,00	0,90	0,84	0,78
		1055,44	17,59	4,51	3,82	3,66	3,26	2,71	2,67	2,07	1,79	1,68	1,53
		1583,16	26,39	6,77	5,74	5,50	4,89	4,08	4,00	3,10	2,89	2,51	2,29

Fuente: Elaboración propia

Donde en la Tabla 36 muestra la comparación de frecuencias naturales mediante la adquisición de data vibracional en campo con las frecuencias de excitación del equipo.

Tabla 36. Comparación de frecuencias naturales con lo de Campo vs Excitación.

	Equipo	RPM	Frec. (Hz)	Frecuencias Naturales de Campo (Hz)									
				4	4,3	5,7	5,95	6,75	8,5	9,15	10,45	17,2	18,05
FRECUENCIA DE EXCITACIÓN	Motor	1785,00	29,75	7,44	6,92	5,22	5,00	4,41	3,50	3,25	2,85	1,73	1,65
	Polea/ Reductor	79,26	1,32	0,33	0,31	0,23	0,22	0,20	0,16	0,14	0,13	0,08	0,07
		158,52	2,64	0,66	0,61	0,46	0,44	0,39	0,31	0,29	0,25	0,15	0,15
		237,78	3,96	0,99	0,92	0,70	0,67	0,59	0,47	0,43	0,38	0,23	0,22
		317,04	5,28	1,32	1,23	0,93	0,89	0,78	0,62	0,58	0,51	0,31	0,29
	Polea de bajada	396,30	6,61	1,65	1,54	1,16	1,11	0,98	0,78	0,72	0,63	0,38	0,37
		121,20	2,02	0,51	0,47	0,35	0,34	0,30	0,24	0,22	0,19	0,12	0,11
		242,40	4,04	1,01	0,94	0,71	0,68	0,60	0,48	0,44	0,39	0,23	0,22
		363,60	6,06	1,52	1,41	1,06	1,02	0,90	0,71	0,66	0,58	0,35	0,34
	Polines	484,80	8,08	2,02	1,88	1,42	1,36	1,20	0,95	0,88	0,77	0,47	0,45
		606,00	10,10	2,53	2,35	1,77	1,70	1,50	1,19	1,10	0,97	0,59	0,56
		527,72	8,80	2,20	2,05	1,54	1,48	1,30	1,03	0,96	0,84	0,51	0,49
		1055,44	17,59	4,40	4,09	3,09	2,96	2,61	2,07	1,92	1,68	1,02	0,97
		1583,16	26,39	6,60	6,14	4,63	4,43	3,91	3,10	2,88	2,52	1,53	1,46

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

1. Las frecuencias naturales halladas en el cálculo analítico difieren un porcentaje de error de 3.7% respecto a las 5 frecuencias predominantes encontrados en campo, debido a que solo se consideró grados de libertad en el plano X-Y.
2. Mediante la simulación modal con el software ANSYS, se obtiene las frecuencias naturales de 4.8 Hz y 9.8 Hz, donde presenta mayor participación de masas y se asemeja a la realidad, por ende, muestra mayor inestabilidad en la estructura de la faja transportadora CV-002B.
3. Mediante el Análisis Modal Operacional (OMA) se obtuvo el comportamiento dinámico donde se encontró frecuencias naturales y modos de vibración, se utilizó el acelerómetro piezoeléctrico con una sensibilidad de 100 mV/g, donde las frecuencias predominantes son:
 - 4 Hz - modo de torsión en el tramo 3 – 4.
 - 4.3 Hz - modo de flexión tramo en el tramo 1 – 3 y torsión en el tramo 3 – 4.
 - 5.7 Hz - modo de flexión en el tramo 1 – 2.
 - 8.5 Hz - modo de flexión y torsión en el tramo 2 – 3.
4. En lo operacional para evitar el fenómeno de la resonancia se concluye que la faja transportadora CV-002B no debe trabajar a una velocidad de 238.8 RPM, 242.4 RPM y 363.6 RPM; ya que con estos valores existe el fenómeno de la resonancia con la estructura, debido a que no se encuentra en el rango de +/- 10% con respecto a la frecuencia natural de la estructura.
5. Mediante el Análisis Modal Operacional (OMA) se demuestra la validez de las reparaciones estructurales realizados por la empresa OHL, que son confiables para asegurar la estabilidad estructural de la faja transportadora CV-002B tramo 1 – 4, ya que

los niveles de vibración estructural se encuentran dentro de los parámetros permisibles para este tipo de estructuras según la norma DIN 4150-3 (Structural vibration - Effects of Vibration on Structures), siendo 3 mm/s la máxima amplitud de velocidad a 4 Hz.

RECOMENDACIONES

1. Realizar el cálculo analítico en tres dimensiones del plano cartesiano, para obtener un resultado de frecuencias naturales más preciso de la estructura tipo pórtico.
2. Realizar el cálculo analítico de fatiga a los concentradores de esfuerzo (uniones empernadas y soldadas), con los resultados obtenidos mediante el método de elementos finitos - FEM calibrado con las condiciones de contorno del análisis modal operacional - OMA en distintas condiciones de carga.
3. Realizar un estudio de la forma de deflexión operacional - ODS de la estructura donde muestra una imagen temporal de los desplazamientos relativos de un conjunto de puntos registrados en una estructura bajo ciertas condiciones de operación.

BIBLIOGRAFIA

- CHOPRA, Anil K. (2014). DINAMICA DE ESTRUCTURAS. Pearson Educación de México, S.A., 4ª Edición.
- RAO, Singiresu S. (2012). VIBRACIONES MECANICAS. Pearson Educación de México, S.A., 5ª Edición.
- VENTURA, Carlos E. & BRINCKER, Rune (2015). INTRODUCTION TO OPERATIONAL MODAL ANALYSIS. University of British Columbia, Canadá.
- RAINIERI, Carlo & FABBROCINO, Giovanni (2014). OPERATIONAL MODAL ANALYSIS OF CIVIL ENGINEERING. University of Molise Termoli, Italy.
- SIU, Kui A. (2017). OPERATIONAL MODAL ANALYSIS. Uncertainly University of Liverpool and Institute for Risk.
- ESCUDERO, Pablo (2011). Diplomatura en Máquinas Navales. Realización de una maqueta para el análisis de vibraciones. (05 de enero del 2022, p. 5,7,8,13,14 y 17). Obtenido de https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/13649/TFC_DMN_Pablo_Escudero.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- GERE, James (2009). MECANICA DE MATERIALES. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., Séptima Edición, capítulo 4, p. 325,326, capítulo 12, p. 912,913,916 y 917.
- LEON, José/QUINDE, Pablo (2010). Proyecto de graduación. Estudio comparativo de diferentes procedimientos de aglutinamiento de matrices de masas para pórticos bidimensionales. (08 de enero del 2022, p. 50). Obtenido de <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/737/1/ti864.pdf>
- MP CONVEYOR (2018). Catálogo Manufactura de Polines S.A. (05 de enero del 2022). Obtenido de <http://mpconveyor.cl/Cat2018.pdf>

NATIONAL INSTRUMENT (2021). CompactDAQ – 9178. (10 de enero del 2022). Obtenido de
<<https://www.ni.com/pdf/manuals/374046a.pdf>>

NATIONAL INSTRUMENT (2021). Datasheet – 9234. (10 de enero del 2022). Obtenido de
<https://www.ni.com/pdf/manuals/374238a_02.pdf>

PCB PIEZOTRONICS (2021). Modelo: 602D01/Acelerómetro ICP Industrial de bajo costo de platino. (12 de enero del 2022). Obtenido de
<<https://www.pcb.com/products?model=602D01>>

PCB PIEZOTRONICS (2021). Modelo: 629A31/Acelerómetro ICP Industrial triaxial de precisión. (12 de enero del 2022). Obtenido de <<https://www.pcb.com/products?m=629a31>>

PCB PIEZOTRONICS (2021). Modelo: 080A130 / Imán de superficie curva. (15 de enero del 2022). Obtenido de <<https://www.pcb.com/products?m=080a130>>

SPINOZZI (2020). Tecnología en Movimiento. (15 de enero del 2022). Obtenido de
<<https://www.spinozziargentina.com/post/3-causas-de-desalineamiento-en-cintas-transportadoras>>

TOTUMAT. Tu Guía de Matemáticas. (20 de enero del 2022). Obtenido de
<<https://totumat.com/2020/06/21/determinantes-metodo-de-sarrus/>>

TUTORIAL N°84 (2022). Cálculo y Diseño de Cintas Transportadoras. (15 de enero del 2022). Obtenido de <<https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn84.html>>

URIBE, Jairo E. (2000). ANALISIS DE ESTRUCTURAS. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, Quebecor World Bogotá S.A., 2da. Edición, capítulo 11, p. 488,491.

PERFILES LAMINADOS (2021). Propiedades típicas del material – Perfil IPE. (24 de noviembre del 2021).

Obtenido de < <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php> >

PERFILES LAMINADOS (2021). Propiedades típicas del material – Perfil Angular. (24 de noviembre del 2021).

Obtenido de < <https://www.acerone.cl/productos-ipe.php> >

TUTORIAL ARTEMIS MODAL (2017). Structural Vibration Solutions

Obtenido de < <https://www.ni.com/pdf/manuals/374046a.pdf>>

TUTORIAL LABVIEW (2013). Getting Started with LabVIEW

Obtenido de < <https://www.ni.com/pdf/manuals/374046a.pdf>>

DIN 4150-3 (1999). Structural Vibration – Parte 3: Effects of Vibration on Structures

Obtenido de International Organization for Standardization - ISO.

ESHLEMAN, Ronald L. (1999). VIBRACIONES BASICAS DE MAQUINAS.

Clarendon Hills, Illinois

ANEXOS

A. ACELERÓMETRO UNIAxIAL – 602D01

Model Number 602D01	INDUSTRIAL ICP® ACCELEROMETER		Revision B ECN #: 25667	
Performance	ENGLISH	SI	OPTIONAL VERSIONS Optional versions have identical specifications and accessories as listed for the standard model except where noted below. More than one option may be used. EX - ATEX or ATEX and CSA Hazardous Area Approval Hazardous Area Approval: EEx II, IC T4, -40°C to +121°C, II 3 G Hazardous Area Approval: EEx II, IC T4, -40°C to +121°C, II 1 G Hazardous Area Approval: CII, Div 1, Groups A, B, C, D; CII, Div I, Groups E, F, G, CII II, Div I Hazardous Area Approval: EEx IC T4, AEx IC T4 Hazardous Area Approval: CII, Div 2, Groups A, B, C, D; EEx IC T4, AEx IC T4 M - Metric Mount Supplied Accessory: Model M081A07 CapScre mounting bolt, M6 x 1 = 25.4 mm long, hex head (1) TC - Temperature Output Temperature Output Range: +36 to +250 °F +2 to +121 °C Temperature Scale Factor: 5.56 mV/°F + 32 +10 mV/°C Electrical Connector: 3-Pin Electrical Connections(Pin A): Acceleration Output Electrical Connections(Pin B): Ground Electrical Connections(Pin C): Temperature Output	
Sensitivity(± 10 %)	100 mV/g	10.2 mV/(m/s ²)		[2]
Measurement Range	± 50 g	± 490 m/s ²		[3]
Frequency Range(± 3 dB)	30 to 480,000 cpm	0.5 to 8000 Hz		[3]
Resonant Frequency	1500 kcpm	25 kHz		[1]
Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz)	350 µg	3434 µm/s ²		[1]
Non-Linearity	± 1 %	± 1 %		[4]
Transverse Sensitivity	± 7 %	± 7 %		[4]
Environmental				[1]
Overload Limit(Shock)	5000 g pk	49,050 m/s ² pk		
Temperature Range	-65 to +250 °F	-54 to +121 °C		
Temperature Response	See Graph	See Graph		
Enclosure Rating	IP60	IP60		
Electrical				
Settling Time(within 1% of bias)	± 2.0 sec	± 2.0 sec		
Discharge Time Constant	≥ 0.3 sec	≥ 0.3 sec		
Excitation Voltage	18 to 28 VDC	18 to 28 VDC		
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 25 mA		
Output Impedance	<150 ohm	<150 ohm		
Output Bias Voltage	8 to 12 VDC	8 to 12 VDC		
Spectral Noise(10 Hz)	6.0 µg/√Hz	79.5 (µm/s ²)/√Hz	[1]	
Spectral Noise(100 Hz)	5 µg/√Hz	49.1 (µm/s ²)/√Hz	[1]	
Spectral Noise(1 kHz)	4 µg/√Hz	39.2 (µm/s ²)/√Hz	[1]	
Electrical Isolation(Case)	>10 ⁹ ohm	>10 ⁹ ohm		
Physical				
Size (Length x Width x Height)	1.05 in x 0.74 in x 0.645 in	41.9 mm x 18.8 mm x 21.5 mm		
Weight	2.61 oz	74.0 gm		
Mounting Thread	1/4-28 Male	No Metric Equivalent	[5]	
Mounting Torque	3 to 5 ft-lb	2.7 to 6.8 N-m		
Sensing Element	Ceramic	Ceramic		
Sensing Geometry	Shear	Shear		
Housing Material	Stainless Steel	Stainless Steel		
Sealing	Welded Hermetic	Welded Hermetic		
Electrical Connector	2-Pin MIL-C-5015	2-Pin MIL-C-5015		
Electrical Connection Position	Side	Side		
	Typical Sensitivity Deviation vs Temperature 			
All specifications are at room temperature unless otherwise specified. In the interest of constant product improvement, we reserve the right to change specifications without notice. ICP® is a registered trademark of PCB Group, Inc.				
NOTES: [1] Typical [2] Conversion Factor 1g = 9.81 m/s ² [3] The high frequency tolerance is accurate within ±10% of the specified frequency. [4] Zero-based, least-squares, straight line method. [5] 1/4-28 has no equivalent in S.I. units. [6] See PCB Declaration of Conformance P3023 or P5000 for details.				
SUPPLIED ACCESSORIES: Model 081A07 Thru bolt 1/4-28 (1)				
Entered	Engineer	Sales	Approved	Spec Number
Date: 1-29-07	Date: 1/29/07	Date: 1/29/07	Date: 1/30/07	29429
			Phone: 800-859-4464 Fax: 716-684-3823 E-Mail: imi@pcb.com	
A PCB PIEZOTRONICS DIV. 3425 Valden Avenue, Depew, NY 14043				

B. CHASIS NI cDAQ – 9178

Bus Interface

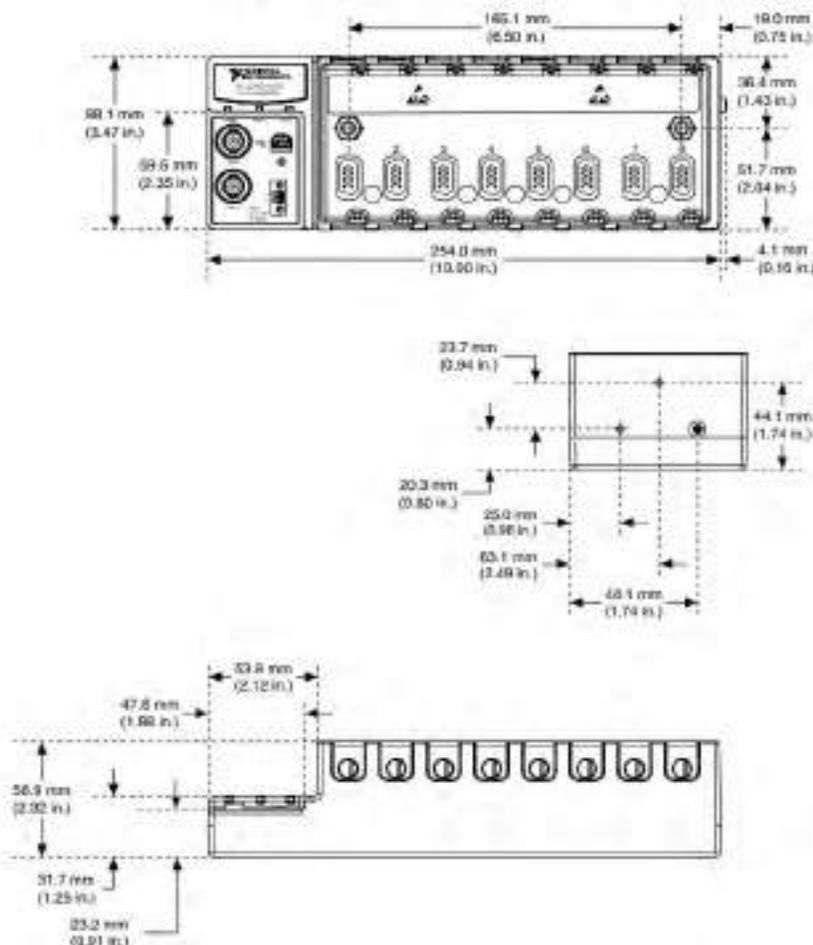
USB specification.....	USB 2.0 Hi-Speed
High-performance data streams.....	7
Data stream types available.....	Analog input, analog output, digital input, digital output, counter/timer input, counter/timer output, NI-XNET [®]

 **Note** If you are connecting the NI cDAQ-9178 chassis to a USB hub, the hub must be externally powered.

Physical Characteristics

Weight (unloaded).....	Approx. 878 g (31.0 oz)
Dimensions (unloaded).....	254.0 mm × 88.1 mm × 58.9 mm (10 in. × 3.47 in. × 2.3 in.) Refer to the following figure.

Figure 1. NI cDAQ-9178 Dimensions



C. TARJETA DE DATOS – NI9234

DATASHEET

NI 9234

4 AI, ± 5 V, 24 Bit, 51.2 kS/s/ch Simultaneous, AC/DC Coupling, IEPE AC Coupling



- Software-selectable AC/DC coupling (AC coupled at 0.5 Hz)
- Software-selectable IEPE signal conditioning with AC coupling (2 mA)
- -40 °C to 70 °C operating, 5 g vibration, 50 g shock
- 24-bit resolution
- Anti-aliasing filters
- 102 dB dynamic range
- Smart TEDS sensor compatibility

The NI 9234 is a four-channel dynamic signal acquisition module for making high-accuracy measurements from IEPE sensors. The NI 9234 delivers 102 dB of dynamic range and incorporates Integrated Electronics Piezoelectric (IEPE) signal conditioning at 2 mA constant current for accelerometers and microphones. The four input channels simultaneously acquire at rates up to 51.2 kS/s. In addition, the module includes built-in anti-aliasing filters that automatically adjust to your sampling rate. Compatible with a single-module USB carrier and NI CompactDAQ and CompactRIO hardware, the NI 9234 is ideal for a wide variety of mobile or portable applications such as industrial machine condition monitoring and in-vehicle noise, vibration, and harshness testing.

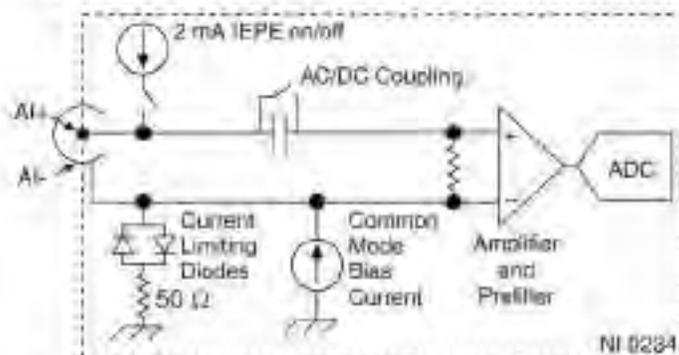
 <p>KIT Contents</p>	<ul style="list-style-type: none"> • NI 9234 • NI 9234 Getting Started Guide
 <p>Recommended Accessories</p>	<ul style="list-style-type: none"> • BNC Cable (x4) (779697-02)

C SERIES ANALOG MODULE COMPARISON							
Product Name	Signal Ranges	Channels	Sample Rate	Input Configurations	Noise at Maximum Sample Rate	Connectivity	Isolation Continuous
NI 9218	± 5 V	2	51.2 kS/s/ch	IEPE with AC Coupling	50 μ Vrms	9-Position DSUB, LEMO	60 VDC Ch-Ch
NI 9230	± 30 V	3	12.8 kS/s/ch	IEPE with AC Coupling, AC Coupling, DC Coupling	106 μ Vrms	Screw Terminal	60 VDC Ch-Earth
NI 9232	± 30 V	3	102.4 kS/s/ch	IEPE with AC Coupling, AC Coupling, DC Coupling	251 μ Vrms	Screw Terminal	60 VDC Ch-Earth
NI 9234	± 5 V	4	51.2 kS/s/ch	IEPE with AC Coupling, AC Coupling, DC Coupling	50 μ Vrms	BNC	None
NI 9251	± 4.24 Vpk	2	102.4 kS/s/ch	AC Coupling, DC Coupling	8.8 μ Vrms	mini XLR	None

Circuitry

The input signal on each channel is buffered, conditioned, and then sampled by a 24-bit Delta-Sigma ADC.

Figure 1. NI 9234 Input Circuitry for One Channel



The NI 9234 analog input channels are referenced to chassis ground through a 50 Ω resistor. To minimize ground noise, make sure the chassis ground is connected to earth ground. Each channel is protected from overvoltages.

AC/DC Coupling

You can configure each channel in software for AC or DC coupling. For channels set to AC coupling, you can turn the IEPE excitation current on or off. Refer to your software help for more information about configuring AC/DC coupling and enabling excitation current.

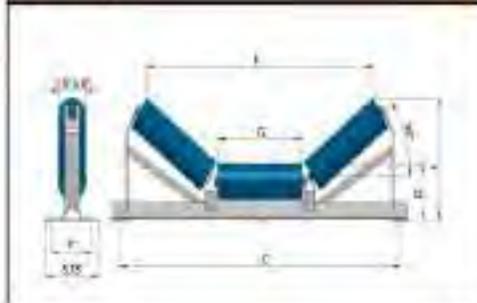
D. FICHA TECNICA DE LA CINTA TRANSPORTADORA – EL BROCAL

TECHNICAL DATA SHEET FOR A STEEL CORD CONVEYOR BELT					
Sempercord 914 ST 1250 12+5L50 X					
CHARACTERISTIC	UNIT	STANDARD	SEMPERTRANS OFFERED VALUE		
1 BASIC INFORMATION					
1.1	Belt width	mm	ISO 15236-1	914	±1 %
1.2	Strength of belt	N/mm	ISO 7622-2	min. 1250	
1.3	Top cover thickness	mm	ISO 7590	nominal 12.0	
1.4	Bottom cover thickness	N/mm	ISO 7590	nominal 5.0	
1.5	Rubber grade	-	DIN 22131-1	X	
1.6	Cord pitch	mm	ISO 15236-1	nominal 12.0	
1.7	Number of cords	pcs.	ISO 15236-1	71	
1.8	Total belt thickness	mm	ISO 7590	21.0	+ 10 %/-1.5 mm
1.9	Weight of belt	kg/m	-	approx. 25.8	
1.10	Belt length tolerance	%	ISO 15236-1		-0/+2.5 %
2 STEEL CORD					
2.1	Cord construction	-	-	7x7	
2.2	Cord diameter	mm	-	4.0	
3 COVER RUBBER					
3.1	Tensile strength	MPa	ISO 37	min. 25.0	
3.2	Elongation at break	%	ISO 37	min. 450	
3.3	Abrasion resistance	mm ³	ISO 4649	max. 120	
3.4	Hardness	Shore A	ISO 7619-1	64	±5
4 ADHESION					
4.1	Top cover to core rubber	N/mm	ISO 8094	min. 12	
4.2	Bottom cover to core rubber	N/mm	ISO 8094	min. 12	
5 CORD PULL-OUT STRENGTH FROM READY BELT					
5.1	Before aging	N/mm	ISO 7623	min. 75	
5.2	After reheating (150 min. at 145°C)	N/mm	ISO 7623	min. 65	
6 ADDITIONAL INFORMATION					
6.1	Loops included in the bottom cover every 50 m				
DATE			1/22/2019		
PREPARED BY			Julian Nieto		
					
This Technical Data Sheet is valid only for the offer mentioned above.					

E. CATALOGO MP-CONVEYOR – MANUFACTURA DE POLINES



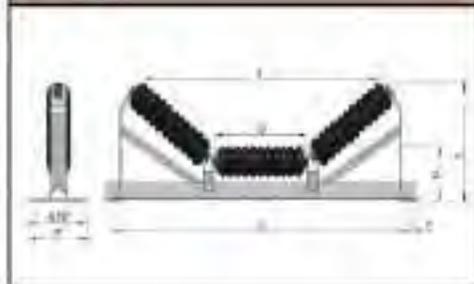
CEMA C ESTACIÓN DE CARGA 35°



CEMA C			PULGAS					codigo
Angulo	Pulgada cones	Peso (kg)	B	C	D	F	G	
35°	18	26,25	34,58	27,00	8,25	12,25	6,80	MPC35-ECA-170-M5
	20	27,55	29,88	29,00	8,25	12,50	7,44	MPC35-ECA-180-M5
	24	24,75	16,12	19,00	8,25	13,84	8,81	MPC35-ECA-223-M5
	30	28,75	41,25	35,00	8,62	15,06	10,83	MPC35-ECA-275-M5
	36	32,85	46,50	45,00	8,62	16,12	12,83	MPC35-ECA-325-M5
	42	41,4	29,88	51,00	9,00	17,83	15,12	MPC35-ECA-384-M5
	48	45,45	35,12	57,00	9,00	19,94	17,12	MPC35-ECA-434-M5
	54	48,85	41,25	63,00	9,00	23,12	19,18	MPC35-ECA-483-M5
	60	54,9	46,50	69,00	9,00	26,15	21,18	MPC35-ECA-538-M5

CEMA C			PULGAS					codigo
Angulo	Pulgada cones	Peso (lib)	B	C	D	F	G	
35°	18	26,3	23,82	13,00	8,75	13,00	6,80	MPC35-ECA-170-M6
	20	26,55	29,00	19,00	9,00	15,31	7,44	MPC35-ECA-180-M6
	24	31,85	14,31	41,00	9,00	16,44	8,81	MPC35-ECA-223-M6
	30	32,85	40,48	51,00	9,00	17,75	10,83	MPC35-ECA-275-M6
	36	37,75	45,75	57,00	9,00	18,94	12,83	MPC35-ECA-325-M6
	42	46,9	29,88	65,00	9,50	19,94	15,12	MPC35-ECA-384-M6
	48	50,85	35,12	75,00	9,50	21,12	17,12	MPC35-ECA-434-M6
	54	54,45	41,25	81,00	9,50	23,44	19,18	MPC35-ECA-483-M6
	60	62,45	46,50	87,00	9,50	26,16	21,18	MPC35-ECA-538-M6

ESTACION DE IMPACTO 35°



CEMA E			PULGAS					codigo
Angulo	Pulgada cones	Peso (kg)	B	C	D	F	G	
35°	18	26,4	18,25	27,00	8,25	12,00	6,80	MPC35-EM-154-M5
	20	29,4	18,13	29,00	8,25	12,50	6,81	MPC35-EM-173-M5
	24	25,05	28,85	31,00	8,25	13,75	8,10	MPC35-EM-208-M5
	30	33,25	28,12	39,00	8,50	14,81	10,19	MPC35-EM-258-M5
	36	34,85	34,38	45,00	8,50	15,84	12,19	MPC35-EM-303-M5
	42	44,75	40,50	51,00	9,00	17,51	14,12	MPC35-EM-358-M5
	48	48,6	46,25	57,00	9,00	19,81	16,81	MPC35-EM-408-M5
	54	54,9	52,19	63,00	9,00	23,44	19,16	MPC35-EM-463-M5
	60	63,85	58,13	69,00	9,00	26,17	21,55	MPC35-EM-523-M5

CEMA E			PULGAS					codigo
Angulo	Pulgada cones	Peso (kg)	B	C	D	F	G	
35°	18	23,85	17,62	27,00	8,75	12,50	6,80	MPC35-EM-154-M6
	20	27,45	18,62	29,00	8,75	12,83	6,81	MPC35-EM-173-M6
	24	29,7	23,15	31,00	8,75	13,80	8,10	MPC35-EM-208-M6
	30	35,1	28,63	39,00	9,12	15,19	10,19	MPC35-EM-258-M6
	36	40,85	33,75	45,00	9,12	16,44	12,19	MPC35-EM-303-M6
	42	48,95	39,69	51,00	9,50	18,00	14,12	MPC35-EM-358-M6
	48	55,8	46,25	57,00	9,50	19,21	16,81	MPC35-EM-408-M6
	54	62,55	52,62	63,00	9,50	22,16	19,16	MPC35-EM-463-M6
	60	68,4	58,94	69,00	9,50	25,10	21,50	MPC35-EM-523-M6



CEMA C ESTACIÓN DE RETORNO V 10°



CEMA C			POLINE						
Angulo	Paleta curva	Peso (Kgs)	A	B	C	F	G	H	codigo
30°	24	35,2	35,75	25,62	33,00	34,89	12,81	6,00	MPC18-ERV-125-MS
	30	38,7	41,75	32,89	38,00	35,25	16,00	6,50	MPC18-ERV-160-MS
	36	42,3	47,75	39,29	45,00	35,75	19,29	7,00	MPC18-ERV-187-MS
	42	48,81	53,75	45,94	51,00	36,31	22,62	7,50	MPC18-ERV-176-MS
	48	52,81	58,75	51,88	57,00	36,81	25,62	8,00	MPC18-ERV-150-MS
	54	56,25	65,75	57,25	63,00	37,38	28,52	8,50	MPC18-ERV-124-MS
	60	62,55	71,75	63,49	68,00	38,79	31,62	9,00	MPC18-ERV-103-MS
66	66,6	77,75	69,56	75,00	39,75	34,62	9,50	MPC18-ERV-876-MS	

CEMA C			POLINE						
Angulo	Paleta curva	Peso (Kgs)	A	B	C	F	G	H	codigo
30°	24	17,31	35,75	25,44	33,00	34,89	12,81	5,50	MPC18-ERV-125-M0
	30	18,81	41,75	32,75	38,00	35,25	16,00	6,00	MPC18-ERV-160-M0
	36	19,45	47,75	39,80	45,00	35,75	19,29	6,50	MPC18-ERV-187-M0
	42	23,1	53,75	45,25	51,00	36,31	22,62	7,00	MPC18-ERV-176-M0
	48	24,25	58,75	51,89	57,00	36,81	25,62	7,50	MPC18-ERV-150-M0
	54	26,1	65,75	57,56	63,00	37,38	28,52	8,00	MPC18-ERV-124-M0
	60	28,6	71,75	63,50	68,00	38,79	31,62	8,50	MPC18-ERV-103-M0
66	31,1	77,75	69,38	75,00	39,75	34,62	9,12	MPC18-ERV-876-M0	

RETORNO ANILLADO V 10°



CEMA C			ITONA						
Angulo	Paleta curva	Peso (Kgs)	A	B	C	F	G	H	codigo
30°	24	38,7	35,75	24,44	33,00	34,89	12,89	5,50	MPC18-ERA-122-M0
	30	40,95	41,75	30,66	38,00	35,25	15,88	6,00	MPC18-ERA-163-M0
	36	44,33	47,75	38,96	45,00	35,75	18,86	6,50	MPC18-ERA-184-M0
	42	51,3	53,75	43,75	51,00	36,31	22,75	7,00	MPC18-ERA-177-M0
	48	51,55	58,75	49,42	57,00	36,81	25,77	7,50	MPC18-ERA-154-M0
	54	61,2	65,75	55,58	63,00	37,38	28,71	8,00	MPC18-ERA-110-M0
	60	65,7	71,75	64,41	68,00	38,79	31,71	8,50	MPC18-ERA-106-M0
66	67,5	77,75	67,38	75,00	39,75	34,71	9,12	MPC18-ERA-102-M0	

F. ACERO ESTRUCTURAL - ASTM A36



1. Descripción: Acero al carbono estructural conocido como hierro negro, de calidad estructural para el uso en puentes y edificaciones remachadas, atornilladas o soldadas.

2. Normas involucradas: ASTM A 36/A 36M - D4

3. Propiedades mecánicas: Esfuerzo a la fluencia mínimo: 250 MPa (36300 PSI)
 Esfuerzo a la tensión: 400 - 550 MPa (58000 - 79800 PSI)
 Elongación mínima en 50 mm (2"): 23%
 Módulo de elasticidad 200 GPa (29000 KSI)

4. Propiedades físicas: Densidad 7.85 g/cm³ (0.284 lb./in³)

5. Propiedades químicas: 0.25 - 0.29 % C
 0.60 - 1.20 % Mn
 0.15 - 0.40 % Si
 0.04 % P máx
 0.05 % S máx

6. Usos: Para componentes estructurales en general.

7. Tratamientos térmicos: Usualmente a este material no se le da tratamiento térmico debido a que son parte estructural. Puede ser cementado para aumentar la dureza superficial mientras mantiene su núcleo tenaz.

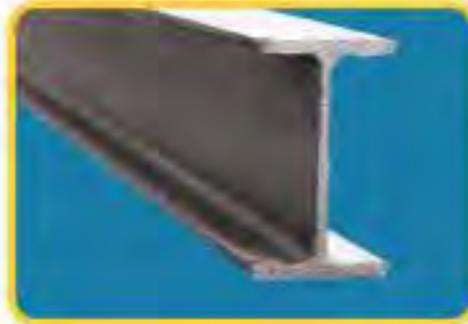
G. PROPIEDADES TÍPICAS DEL MATERIAL ASTM A36 – PERFIL IPE

PERFILES LAMINADOS IPE

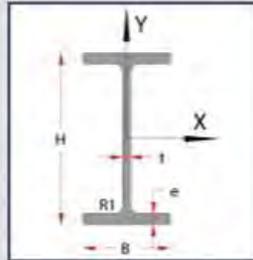
Especificaciones Generales:

Norma:	RIE/EN 101
Calidad:	ASTM A36 / EN S 235 JR / EN 10025 / ASTM A 572 GR 50 / EN 1 355 J2
Largo Normal:	6,00mts y 12mts
Acabado:	Acero negro

*Otras calidades, otros largos y otros acabados
previa consulta

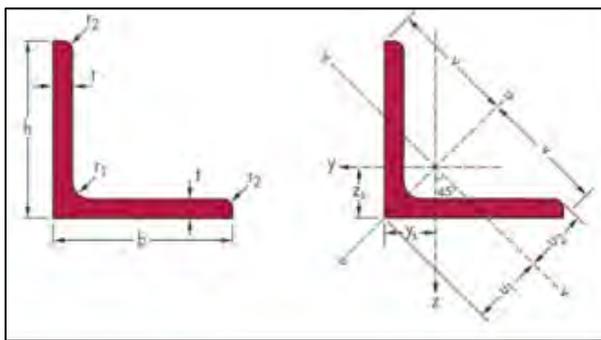


PRODUCTOS IPE



IPE	Peso Kg/m	DIMENSIONES					Sección cm ²	Momento de Inercia		Módulo Resistente		Radio de Giro	
		h	b	t	e	RT		I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y
		mm						cm ⁴		cm ³		cm	
IPE80	6,0	80	46	3,8	5,2	5	7,64	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE100	8,1	100	55	4,1	5,7	7	10,3	171	15,9	34,2	5,79	4,07	1,24
IPE120	10,4	120	64	4,4	6,3	7	13,2	318	27,7	53,0	8,65	4,9	1,45
IPE140	12,9	140	73	4,7	6,9	7	16,4	541	44,9	77,3	12,3	5,74	1,65
IPE160	15,8	160	82	5,0	7,4	9	20,1	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE180	18,8	180	91	5,3	8,0	9	23,9	1.317	101	146	22,2	7,42	2,05
IPE200	22,4	200	100	5,6	8,5	12	28,5	1.943	142	194	28,5	8,26	2,24
IPE220	26,2	220	110	5,9	9,2	12	33,4	2.772	205	252	37,3	9,11	2,48
IPE240	30,7	240	120	6,2	9,8	15	39,1	3.892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE270	36,1	270	135	6,6	10,2	15	45,9	5.790	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	53,8	8.356	604	557	80,5	12,5	3,35
IPE330	49,1	330	160	7,5	11,5	18	62,6	11.770	788	713	98,5	13,7	3,55
IPE360	57,1	360	170	8,0	12,7	18	72,7	16.270	1.043	904	123	15,0	3,79
IPE400	66,3	400	180	8,6	13,5	21	84,5	23.130	1.318	1.160	146	16,6	3,95
IPE450	77,7	450	190	9,4	14,6	21	98,8	33.740	1.676	1.500	176	18,5	4,12
IPE500	90,7	500	200	10,2	16,0	21	116	48.200	2.142	1.930	214	20,4	4,31
IPE550	106	550	210	11,1	17,2	24	134	67.120	2.670	2.440	254	22,38	4,77
IPE600	122	600	220	12,0	19,0	24	156	92.080	3.387	3.070	308	24,3	4,66

H. PROPIEDADES TÍPICAS DEL MATERIAL ASTM A36 – PERFIL ANGULAR



$I_y = I_z \rightarrow$ momento de inercia respecto a los ejes y-y/z-z
 $W_{el,y} = W_{el,z} \rightarrow$ módulo resistente elástico en los planos y-y/z-z.
 $i \rightarrow$ radio de giro.
 $I_{yz} \rightarrow$ producto de inercia.
 $I_u \rightarrow$ momento de inercia respecto al eje u
 $I_v \rightarrow$ momento de inercia respecto al eje v

Perfil	Peso G kg/m	Dimensiones (mm)					Área A (mm ²)	Posición de los ejes				Propiedades de la sección							
		h	b	t	r ₁	r ₂		z _s = y _s (mm)	v (mm)	u ₁ (mm)	u ₂ (mm)	ejes y-y/z-z				eje u-u		eje v-v	
												I _y = I _z *10 ⁴ (mm ⁴)	W _{el,y1} W _{el,z1} *10 ³ (mm ³)	W _{el,y2} W _{el,z2} *10 ³ (mm ³)	i _y = i _z (mm)	I _u *10 ⁴ (mm ⁴)	i _u (mm)	I _v *10 ⁴ (mm ⁴)	i _v (mm)
L 20x20x3	0,88	20	20	3	3,5	2	111,91	6,0	14,1	8,4	7,0	0,39	0,28	0,65	5,89	0,61	7,40	0,16	3,82
L 25x25x3	1,11	25	25	3	3,5	2	141,91	7,2	17,7	10,2	8,8	0,80	0,45	1,11	7,49	1,26	9,43	0,33	4,83
L 25x25x4	1,45	25	25	4	3,5	2	184,91	7,6	17,7	10,8	8,9	1,01	0,58	1,33	7,40	1,60	9,29	0,43	4,81
L 30x30x3	1,36	30	30	3	5	2,5	173,68	8,4	21,2	11,8	10,5	1,41	0,65	1,68	9,00	2,23	11,32	0,59	5,82
L 30x30x4	1,78	30	30	4	5	2,5	226,68	8,8	21,2	12,4	10,6	1,80	0,85	2,05	8,92	2,85	11,22	0,76	5,77
L 35x35x4	2,09	35	35	4	5	2,5	266,68	10,0	24,7	14,2	12,4	2,96	1,18	2,95	10,53	4,68	13,25	1,23	6,79
L 40x40x4	2,42	40	40	4	6	3	307,86	11,2	28,3	15,8	14,0	4,48	1,55	4,00	12,06	7,09	15,18	1,86	7,78
L 40x40x5	2,97	40	40	5	6	3	378,86	11,6	28,3	16,4	14,1	5,43	1,91	4,67	11,97	8,60	15,06	2,27	7,73
L 45x45x4,5	3,06	45	45	4,5	7	3,5	390,01	12,6	31,8	17,8	15,8	7,15	2,21	5,69	13,54	11,33	17,04	2,98	8,74
L 50x50x4	3,06	50	50	4	7	3,5	389,26	13,6	35,4	19,2	17,5	8,98	2,47	6,61	15,19	14,22	19,12	3,74	9,80
L 50x50x5	3,77	50	50	5	7	3,5	480,26	14,0	35,4	19,9	17,6	10,97	3,05	7,82	15,11	17,39	19,03	4,56	9,74
L 50x50x6	4,47	50	50	6	7	3,5	569,26	14,5	35,4	20,4	17,7	12,85	3,61	8,89	15,02	20,35	18,91	5,35	9,69
L 60x60x5	4,57	60	60	5	8	4	581,87	16,4	42,4	23,2	21,1	19,38	4,45	11,79	18,25	30,72	22,98	8,05	11,76
L 60x60x6	5,42	60	60	6	8	4	690,87	16,9	42,4	23,9	21,1	22,81	5,29	13,51	18,17	36,16	22,88	9,46	11,70

I. NORMA DIN 4150 – 3 STRUCTURAL VIBRATION

Page 4
DIN 4150-3 : 1999-02

Table 1: Guideline values for vibration velocity to be used when evaluating the effects of short-term vibration on structures

Line	Type of structure	Guideline values for velocity, v_y , in mm/s			Vibration at horizontal plane of highest floor at all frequencies
		Vibration at the foundation at a frequency of			
		1 Hz to 10 Hz	10 Hz to 50 Hz	50 Hz to 100 Hz*)	
1	Buildings used for commercial purposes, industrial buildings, and buildings of similar design	20	20 to 40	40 to 50	40
2	Dwellings and buildings of similar design and/or occupancy	5	5 to 15	15 to 20	15
3	Structures that, because of their particular sensitivity to vibration, cannot be classified under lines 1 and 2 and are of great intrinsic value (e.g. listed buildings under preservation order)	3	3 to 8	8 to 10	8

*) At frequencies above 100 Hz, the values given in this column may be used as minimum values.

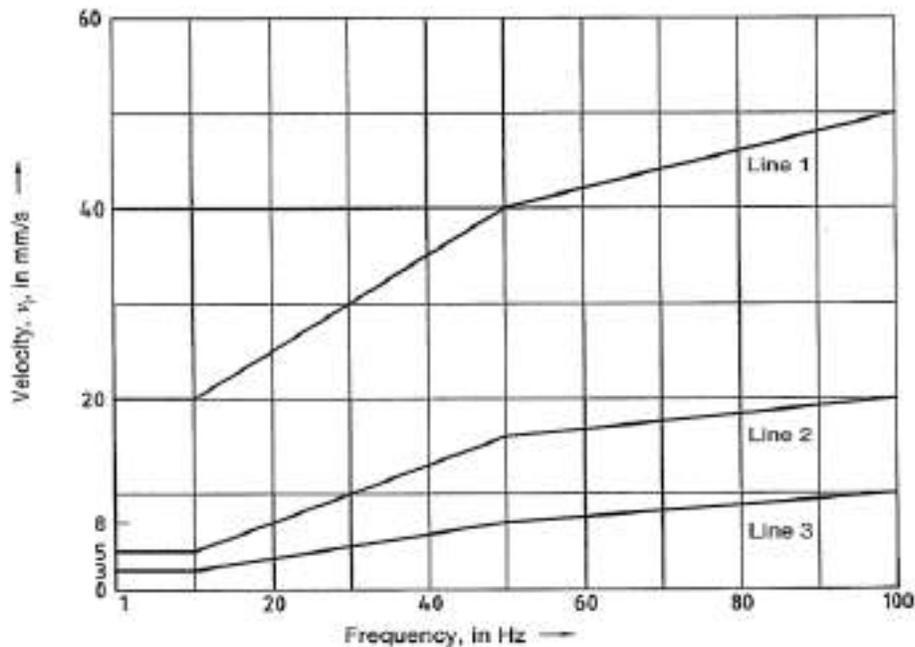


Figure 1: Curves for guideline values specified in table 1 for velocities measured at the foundation

subclause 4.4. In the case of multi-storey frame structures, the dynamic stress component can also be determined from the relative displacement of the ends of the vertical members.

If a building is subjected to harmonic vibration, then the maximum values can also occur in floors other than the top floor, or in the foundation. The values given in table 3 also apply in these cases.

When other points of reference are used, separate analysis is required.

Table 3: Guideline values for vibration velocity to be used when evaluating the effects of long-term vibration on structures

Line	Type of structure	Guideline values for velocity, v , in mm/s, of vibration in horizontal plane of highest floor, at all frequencies
1	Buildings used for commercial purposes, industrial buildings, and buildings of similar design	10
2	Dwellings and buildings of similar design and/or occupancy	5
3	Structures that, because of their particular sensitivity to vibration, cannot be classified under lines 1 and 2 and are of great intrinsic value (e.g. listed buildings under preservation order)	2,5

6.2 Effects on floors

To evaluate vibration in components such as floors and walls, the dynamic loading may be determined as in subclauses 4.2 and 4.3.

In the case of flexural vibration close to resonance, which often occurs when floors vibrate at high magnitudes, the additional dynamic stress can be approximated using the method mentioned in subclause 4.2 as described below.

For beams and one-way spanning solid slabs of rectangular cross section (i.e. $y_{\max}/i = 1,73$, where y_{\max} is the outer fibre distance and i is the radius of inertia) with a constant stiffness and weight loading, and for vibration with a natural mode, the maximum bending stress, σ_{\max} , is defined by equation (1), regardless of the dimensions of the vibrating system:

$$\sigma_{\max} = 1,73 (E_{\text{dyn}} \rho G_{\text{tot}}/G_{\text{beam}})^{0,5} k_n \dot{v}_{\max} \quad (1)$$

where

\dot{v}_{\max} is the peak velocity along the beam length;

E_{dyn} is the dynamic modulus of elasticity of the material;

ρ is the material density;

$G_{\text{tot}}/G_{\text{beam}}$ is the coefficient of loading, where the beam is to accommodate evenly distributed loads in addition to its self-weight;

G_{tot} is the self-weight of the beam, plus other loads;

k_n is the eigenmode coefficient.

The eigenmode coefficient is dependent on the boundary conditions and the degree of the mode. Both of these have only a slight influence; however, in practice, the value for k_n lies between 1 and 1,3. For two-way spanning slabs, the bending stress so calculated is also to be considered a maximum.

Experience has shown that vertical vibration velocities up to 10 mm/s do not cause damage in floors of structures as in lines 1 and 2 of table 3, even if the maximum design stresses are fully utilized. Such vibration is very clearly perceptible. For structures as in line 3 of table 3, no guideline value can be given for vertical vibration.

Minor damage (cf. subclause 4.5) should not be automatically attributed to dynamic loading and further investigations are necessary.

6.3 Effects on buried pipework

The guideline values given in table 2 may be reduced by 50 % without further analysis when evaluating the effects of long-term vibration on buried pipework.

The restrictions given in subclause 5.3 apply here by analogy.

6.4 Measurement

If a building is subjected to harmonic vibration, measurements shall be taken on several floors simultaneously in order to correctly determine the vibrational mode. For vibration having the lowest natural mode, it is normally

J. CALCULO DE LAS MATRICES DE MASAS

```
>> % Primero se define las matrices de masa de cada
>> % elemento estructural halladas en el capítulo 3
>> % Matriz de masa del perfil IPE-160 de longitud 1,35 m
>> M1=[7.1 0 0 3.55 0 0;0 7.912 1.506 0 2.739 -0.89;
0 1.506 0.37 0 0.89 -0.277;3.55 0 0 7.1 0 0;
0 2.739 0.89 0 7.912 -1.506;0 -0.89 -0.277 0 -1.506 0.37]
```

M1 =

7.1000	0	0	3.5500	0	0
0	7.9120	1.5060	0	2.7390	-0.8900
0	1.5060	0.3700	0	0.8900	-0.2770
3.5500	0	0	7.1000	0	0
0	2.7390	0.8900	0	7.9120	-1.5060
0	-0.8900	-0.2770	0	-1.5060	0.3700

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-160 de longitud 3,05 m
>> M2=[16.042 0 0 8.021 0 0;0 17.875 7.688 0 6.187 -4.543;
0 7.688 4.264 0 4.543 -3.2;8.021 0 0 16.042 0 0;
0 6.187 4.543 0 17.875 -7.688;0 -4.543 -3.2 0 -7.688 4.264]
```

M2 =

16.0420	0	0	8.0210	0	0
0	17.8750	7.6880	0	6.1870	-4.5430
0	7.6880	4.2640	0	4.5430	-3.2000
8.0210	0	0	16.0420	0	0
0	6.1870	4.5430	0	17.8750	-7.6880
0	-4.5430	-3.2000	0	-7.6880	4.2640

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-160 de longitud 3,9 m
>> M3=[20.512 0 0 10.256 0 0;0 12.571 8.914 0 7.428 -6.686;
10.256 0 0 20.512 0 0;0 7.912 7.428 0 22.856 -12.571;
0 -7.428 -6.686 0 -12.571 8.914]
```

M3 =

```
20.5120      0      0    10.2560      0      0
      0    12.5710    8.9140      0    7.4280   -6.6860
10.2560      0      0    20.5120      0      0
      0    7.9120    7.4280      0    22.8560  -12.5710
      0   -7.4280   -6.6860      0   -12.5710    8.9140
```

```
>> % Matriz de masa del perfil angular de lados iguales
>> % de longitud 0,95 m
```

```
>> M4=[1.717 0 0 0.859 0 0;0 1.914 0.256 0 0.662 -0.152;
0 0.256 0.044 0 0.152 -0.033;0.859 0 0 1.717 0 0;
0 0.662 0.152 0 1.914 -0.256;0 -0.152 -0.033 0 -0.256 0.044]
```

M4 =

```
1.7170      0      0    0.8590      0      0
      0    1.9140    0.2560      0    0.6620   -0.1520
      0    0.2560    0.0440      0    0.1520   -0.0330
0.8590      0      0    1.7170      0      0
      0    0.6620    0.1520      0    1.9140   -0.2560
      0   -0.1520   -0.0330      0   -0.2560    0.0440
```

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-270 de longitud 10 m
```

```
>> M5=[120.105 0 0 60.053 0 0;0 133.831 188.736 0 46.326 -111.526;
0 188.736 343.157 0 111.526 -257.368;60.053 0 0 120.105 0 0;
0 46.326 111.526 0 133.831 -188.736;0 -111.526 -257.368 0 -188.736 343.157]
```

M5 =

```
120.1050      0      0    60.0530      0      0
      0    133.8310    188.7360      0    46.3260  -111.5260
      0    188.7360    343.1570      0    111.5260  -257.3680
60.0530      0      0    120.1050      0      0
      0    46.3260    111.5260      0    133.8310  -188.7360
      0  -111.5260  -257.3680      0  -188.7360    343.1570
```

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-300 de longitud 3,9 m
>> M6=[54.903 0 0 27.452 0 0;0 61.178 33.648 0 21.177 -19.883;
0 33.648 23.859 0 19.883 -17.894;27.452 0 0 54.903 0 0;
0 21.177 19.883 0 61.178 -33.648;0 -19.883 -17.894 0 -33.648 23.859]
```

M6 =

```
54.9030      0      0      27.4520      0      0
      0 61.1780 33.6480      0 21.1770 -19.8830
      0 33.6480 23.8590      0 19.8830 -17.8940
27.4520      0      0 54.9030      0      0
      0 21.1770 19.8830      0 61.1780 -33.6480
      0 -19.8830 -17.8940      0 -33.6480 23.8590
```

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-300 de longitud 5,685 m
>> M7=[80.032 0 0 40.016 0 0;0 89.178 71.497 0 30.869 -42.248;
0 71.497 73.902 0 42.248 -55.426;40.016 0 0 80.032 0 0;
0 30.869 42.248 0 89.178 -71.497;0 -42.248 -55.426 0 -71.497 73.902]
```

M7 =

```
80.0320      0      0 40.0160      0      0
      0 89.1780 71.4970      0 30.8690 -42.2480
      0 71.4970 73.9020      0 42.2480 -55.4260
40.0160      0      0 80.0320      0      0
      0 30.8690 42.2480      0 89.1780 -71.4970
      0 -42.2480 -55.4260      0 -71.4970 73.9020
```

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-300 de longitud 9 m
>> M8=[126.7 0 0 63.35 0 0;0 141.179 179.189 0 48.87 -105.884;
0 149.189 293.218 0 105.884 -219.913;63.35 0 0 126.7 0 0;
0 48.87 105.884 0 141.179 -179.189;0 -105.884 -219.913 0 -179.189 293.218]
```

M8 =

```
126.7000      0      0 63.3500      0      0
      0 141.1790 179.1890      0 48.8700 -105.8840
      0 149.1890 293.2180      0 105.8840 -219.9130
63.3500      0      0 126.7000      0      0
      0 48.8700 105.8840      0 141.1790 -179.1890
      0 -105.8840 -219.9130      0 -179.1890 293.2180
```

```
>> % Matriz de masa del perfil IPE-400 de longitud 16 m
>> M9=[353.8 0 0 176.9 0 0;0 394.2 889.5 0 136.5 -525.6;
0 889.5 2587.6 0 525.6 -1940.7;176.9 0 0 353.8 0 0;
0 136.5 525.6 0 394.2 -889.5;0 -525.6 -1940.7 0 -889.5 2587.6]
```

```
M9 =
```

```
1.0e+03 *
```

```
0.3538      0      0      0.1769      0      0
      0      0.3942      0.8895      0      0.1365     -0.5256
      0      0.8895      2.5876      0      0.5256     -1.9407
0.1769      0      0      0.3538      0      0
      0      0.1365      0.5256      0      0.3942     -0.8895
      0     -0.5256     -1.9407      0     -0.8895      2.5876
```

```
>> format short
```

```
>> % Luego se calcula las matrices de masas de cada columna y
>> % viga de la estructura, según las matrices de masas
>> % definidas líneas arriba
>> % Matriz de masa de la columna Aa
>> M_Aa=M1+2*M3+4*M4
```

```
M_Aa =
```

```
54.9940      0      0      27.4970      0      0
      0      61.2790      27.6737      0      21.2120     -16.3527
      0      27.6737      18.3748      0      16.3527     -13.7811
27.4970      0      0      54.9940      0      0
      0      21.2120      16.3527      0      61.2790     -27.6737
      0     -16.3527     -13.7811      0     -27.6737      18.3748
```

```
>> % Matriz de masa de la viga ab
```

```
>> M_ab=7*M2+2*M5+6*M4
```

```
M_ab =
```

```
362.8047      0      0      181.4023      0      0
      0      404.2680      432.8303      0      139.9389     -255.7634
      0      432.8303      716.4252      0      255.7634     -537.3189
181.4023      0      0      362.8047      0      0
      0      139.9389      255.7634      0      404.2680     -432.8303
      0     -255.7634     -537.3189      0     -432.8303      716.4252
```

```
>> % Matriz de masa de la columna Bb
>> M_Bb=M1+2*M6+4*M4
```

```
M_Bb =
```

```
123.7759      0      0  61.8889      0      0
      0 137.9224  69.8278      0  47.7424 -41.2621
      0  69.8278  48.2649      0  41.2621 -36.1981
 61.8889      0      0 123.7759      0      0
      0  47.7424  41.2621      0 137.9224 -69.8278
      0 -41.2621 -36.1981      0 -69.8278  48.2649
```

```
>> % Matriz de masa de la viga bc
>> M_bc=9*M2+2*M9+10*M4
```

```
M_bc =
```

```
1.0e+03 *
```

```
0.8691      0      0  0.4346      0      0
      0  0.9684  1.8508      0  0.3353 -1.0936
      0  1.8508  5.2140      0  1.0936 -3.9105
 0.4346      0      0  0.8691      0      0
      0  0.3353  1.0936      0  0.9684 -1.8508
      0 -1.0936 -3.9105      0 -1.8508  5.2140
```

```
>> % Matriz de masa de la columna Cc
>> M_Cc=M1+2*M6+4*M4
```

```
M_Cc =
```

```
123.7759      0      0  61.8889      0      0
      0 137.9224  69.8278      0  47.7424 -41.2621
      0  69.8278  48.2649      0  41.2621 -36.1981
 61.8889      0      0 123.7759      0      0
      0  47.7424  41.2621      0 137.9224 -69.8278
      0 -41.2621 -36.1981      0 -69.8278  48.2649
```

```
>> % Matriz de masa de la viga cd
>> M_cd=7*M2+2*M8+6*M4
```

```
M_cd =
```

```
 375.9947         0         0  187.9973         0         0
         0  418.9635  413.7354         0  145.0265 -244.4792
         0  353.7354  616.5469         0  244.4792 -462.4092
 187.9973         0         0  375.9947         0         0
         0  145.0265  244.4792         0  418.9635 -413.7354
         0 -244.4792 -462.4092         0 -413.7354  616.5469
```

```
>> % Matriz de masa de la columna Dd
>> M_Dd=2*M1+2*M7+4*M4
```

```
M_Dd =
```

```
 181.1342         0         0  90.5671         0         0
         0  201.8342  147.0321         0  69.8651  -86.8821
         0  147.0321  148.7206         0  86.8821 -111.5394
 90.5671         0         0  181.1342         0         0
         0  69.8651  86.8821         0  201.8342 -147.0321
         0 -86.8821 -111.5394         0 -147.0321  148.7206
```

K. CALCULO DE LA MATRIZ DE DESPLAZAMIENTOS

```
>> # Para hallar los desplazamientos de los grados de libertad dados,
>> # primero se define la matriz de rigidez global hallado en el capítulo 3
>> # Matriz de rigidez global
>> K=[369721.0 178856 -278000.0 0 0 0 0 0;178856 15697025.6 0 -2284800 7616000.0 0 0 0 0 0;
-278000.0 0 636789.9 0 190690.3 -360000.0 0 0 0 0;-2284800 0 1344191.6 -151050 0 -266718.8 2133750 0 0;
0 7616000.0 190690.3 -151050 38487794.9 0 -2133750 11380000.0 0 0;0 0 -260000.0 0 0 713345.5 0 190690.3 0 0;
0 0 0 -266718.8 -2133750 0 1514227.5 687731 -626995.9 2821481.5;
0 0 0 2133750 11380000.0 190690.3 687731 40184683.8 -2821481.5 8464444;
0 0 0 0 0 -626995.9 -2821481.5 1056195.5 -2821481.0 0 0 0 0 2821481.5 8464444 -2821481 20038827.3]
```

K =

1.0e+07 *

0.0370	0.0179	-0.0278	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0179	1.5697	0	-0.2285	0.7616	0	0	0	0	0	0
-0.0278	0	0.0636	0	0.0191	-0.0260	0	0	0	0	0
0	-0.2285	0	0.1344	-0.0151	0	-0.0367	0.2134	0	0	0
0	0.7616	0.0151	-0.0151	3.8488	0	-0.2134	1.1380	0	0	0
0	0	-0.0260	0	0	0	0.0713	0	0.0191	0	0
0	0	0	-0.0367	-0.2134	0	0.1614	0.0688	-0.0627	0.2821	0
0	0	0	0.2134	1.1380	0.0191	0.0688	4.0135	-0.2821	0.8464	0
0	0	0	0	0	0	-0.0627	-0.2821	0.1056	-0.2821	0
0	0	0	0	0	0	0.2821	0.8464	-0.2821	2.0039	0

```
>> format short
>> # Luego, se procede a invertir la matriz de rigidez global
>> K_inv=inv(K)
```

K_inv =

1.0e-05 *

0.4963	-0.0069	0.3293	-0.0128	-0.0001	0.0835	-0.0037	0.0003	-0.0004	0.0003	0
-0.0069	0.0058	-0.0029	0.0174	-0.0017	-0.0009	0.0009	-0.0005	-0.0012	-0.0000	0
0.3293	-0.0029	0.3031	-0.0059	-0.0012	0.1105	-0.0039	0.0000	-0.0013	0.0004	0
-0.0128	0.0174	-0.0059	0.1205	0.0006	-0.0002	0.0247	-0.0073	-0.0004	-0.0017	0
-0.0001	-0.0017	-0.0012	0.0006	0.0036	-0.0001	0.0065	-0.0011	-0.0004	-0.0005	0
0.0835	-0.0009	0.1105	-0.0002	-0.0001	0.1307	-0.0014	-0.0010	-0.0031	0.0083	0
-0.0037	0.0009	-0.0039	0.0247	0.0065	-0.0014	0.1160	-0.0000	0.0403	-0.0165	0
0.0003	-0.0005	0.0000	-0.0073	-0.0011	-0.0010	-0.0000	0.0035	0.0057	-0.0003	0
-0.0004	-0.0012	-0.0013	-0.0004	-0.0004	-0.0031	0.0403	0.0057	0.1898	0.0169	0
0.0003	-0.0000	0.0004	-0.0017	-0.0005	0.0002	-0.0165	-0.0003	0.0169	0.0050	0

```
>> % También, se requiere la matriz de fuerzas internas
>> % Matriz de fuerzas internas
>> F_in=[0;-20.249;0;-31.59;-31.59;0;-30.375;35.437;-10.935;16.403]

F_in =

     0
-20.2490
     0
-31.5900
-31.5900
     0
-30.3750
  35.4370
-10.9350
  16.4030

>> % Finalmente, se multiplica la matriz inversa de rigidez global con la
>> % matriz de fuerzas internas para calcular la matriz de desplazamientos
>> % Matriz de desplazamientos
>> delta=K_inv*F_in

delta =

  1.0e-04 *

   0.0663
  -0.0717
   0.0420
  -0.5109
  -0.0337
   0.0072
  -0.5135
   0.0305
  -0.2345
   0.0346
```

L. CALCULO DE LAS MATRICES DE REACCIONES

```

>> % En este anexo, se hallan las reacciones de las columnas
>> % de la estructura
>> % Se procede a hallar la reacción en la columna Aa
>> % Primero, se define la matriz de fuerza de empotramiento
>> % en la columna Aa hallada en el capítulo 3
>> % Matriz de fuerza de empotramiento en la columna Aa
>> Fe_Aa=[0;0;0;0;0;0]

Fe_Aa =

    0
    0
    0
    0
    0
    0
    0

>> % Luego, se define la matriz de rigidez de la columna Aa
>> % hallada en el capítulo 3
>> K_Aa=[91721.0 0 -178856.0 -91721.0 0 -178856.0;0 276923.1 0 0 -276923.1 0;
-178856.0 0 465025.6 178856.0 0 232512.8;-91721.0 0 178856.0 91721.0 0 178856.0;
0 -276923.1 0 0 276923.1 0;-178856.0 0 232512.8 178856.0 0 465025.6]

K_Aa =

1.0e+05 *

    0.9172         0    -1.7886    -0.9172         0    -1.7886
         0    2.7692         0         0    -2.7692         0
   -1.7886         0    4.6503    1.7886         0    2.3251
   -0.9172         0    1.7886    0.9172         0    1.7886
         0   -2.7692         0         0    2.7692         0
   -1.7886         0    2.3251    1.7886         0    4.6503

```

```
>> % También, se define la matriz de desplazamiento de la columna Aa
>> % hallada en el capítulo 3 y que además sale de la matriz de desplazamientos
>> delta_Aa=[0;0;0;0.0066;0;-0.0072]
```

```
delta_Aa =
```

```
      0
      0
      0
  0.0066
      0
 -0.0072
```

```
>> format short
```

```
>> % Finalmente, se halla la matriz de reacción en la columna Aa
>> R_Aa=Fe_Aa+K_Aa*delta_Aa
```

```
R_Aa =
```

```
  1.0e+03 *
      0.6824
      0
 -0.4936
 -0.6824
      0
 -2.1677
```

```

>> % Reacción en la columna Bb
>> % Primero, se define la matriz de fuerza de empotramiento en la columna Bb
>> % hallada en el capítulo 3
>> % Matriz de fuerza de empotramiento en la columna Bb
>> Fe_Bb=[0;0;0;0;0;0]

Fe_Bb =

    0
    0
    0
    0
    0
    0

>> % Luego, se define la matriz de rigidez de la columna Bb hallada en el capítulo 3
>> K_Bb=[97789.9 0 -190690.3 -97789.9 0 -190690.3;0 620512.8 0 0 -620512.8 0;
-190690.3 0 495794.9 190690.3 0 247897.4;-97789.9 0 190690.3 97789.9 0 190690.3;
0 -620512.8 0 0 620512.8 0;-190690.3 0 247897.4 190690.3 0 495794.9]

K_Bb =

1.0e+05 *

    0.9779         0   -1.9069   -0.9779         0   -1.9069
         0    6.2051         0         0   -6.2051         0
   -1.9069         0    4.9579    1.9069         0    2.4790
   -0.9779         0    1.9069    0.9779         0    1.9069
         0   -6.2051         0         0    6.2051         0
   -1.9069         0    2.4790    1.9069         0    4.9579

```

```
>> % También, se define la matriz de desplazamiento de la columna Bb
>> % hallada en el capítulo 3 y que además sale de la matriz de desplazamientos
>> delta_Bb=[0;0;0;0.0042;-0.0511;-0.0034]
```

```
delta_Bb =
```

```
      0
      0
      0
  0.0042
 -0.0511
 -0.0034
```

```
>> format short
```

```
>> % Finalmente, se halla la matriz de reacción en la columna Bb
>> R_Bb=Fe_Bb+K_Bb*delta_Bb
```

```
R_Bb =
```

```
  1.0e+04 *
      0.0238
      3.1708
     -0.0042
     -0.0238
     -3.1708
     -0.0885
```

```

>> % Reacción en la columna Cc
>> % Primero, se define la matriz de fuerza de empotramiento en la columna Cc
>> % hallada en el capítulo 3
>> % Matriz de fuerza de empotramiento en la columna Cc
>> Fe_Cc=[0;0;0;0;0;0]

Fe_Cc =

    0
    0
    0
    0
    0
    0

>> % Luego, se define la matriz de rigidez de la columna Cc hallada en el capítulo 3
>> K_Cc=[97789.9 0 -190690.3 -97789.9 0 -190690.3;0 620512.8 0 0 -620512.8 0;
-190690.3 0 495794.9 190690.3 0 247897.4;-97789.9 0 190690.3 97789.9 0 190690.3;
0 -620512.8 0 0 620512.8 0;-190690.3 0 247897.4 190690.3 0 495794.9]

K_Cc =

1.0e+05 *

    0.9779         0   -1.9069   -0.9779         0   -1.9069
         0    6.2051         0         0   -6.2051         0
   -1.9069         0    4.9579    1.9069         0    2.4790
   -0.9779         0    1.9069    0.9779         0    1.9069
         0   -6.2051         0         0    6.2051         0
   -1.9069         0    2.4790    1.9069         0    4.9579

```

```
>> % También, se define la matriz de desplazamiento de la columna Cc
>> % hallada en el capítulo 3 y que además sale de la matriz de desplazamientos
>> delta_Cc=[0;0;0;0.0007;-0.0514;0.0031]
```

```
delta_Cc =
```

```
      0
      0
      0
  0.0007
 -0.0514
  0.0031
```

```
>> format short
```

```
>> % Finalmente, se halla la matriz de reacción en la columna Cc
```

```
>> R_Cc=Fe_Cc+K_Cc*delta_Cc
```

```
R_Cc =
```

```
  1.0e+04 *
-0.0660
  3.1894
  0.0902
  0.0660
 -3.1894
  0.1670
```

```

>> % Reacción en la columna Dd
>> % Primero, se define la matriz de fuerza de empotramiento en la columna Dd
>> % hallada en el capítulo 3
>> % Matriz de fuerza de empotramiento en la columna Dd
>> Fe_Dd=[0;0;0;0;0;0]

Fe_Dd =

    0
    0
    0
    0
    0
    0

>> % Luego, se define la matriz de rigidez de la columna Dd hallada en el capítulo 3
>> K_Dd=[288677.0 0 -820564.2 -288677.0 0 -820564.2;0 429199.6 0 0 -429199.6 0;
-820564.2 0 3109938.4 820564.2 0 1554969.2;-288677.0 0 820564.2 288677.0 0 820564.2;
0 -429199.6 0 0 429199.6 0;-820564.2 0 1554969.2 820564.2 0 3109938.4]

K_Dd =

1.0e+06 *

    0.2887         0   -0.8206   -0.2887         0   -0.8206
         0    0.4292         0         0   -0.4292         0
   -0.8206         0    3.1099    0.8206         0    1.5550
   -0.2887         0    0.8206    0.2887         0    0.8206
         0   -0.4292         0         0    0.4292         0
   -0.8206         0    1.5550    0.8206         0    3.1099

```

```
>> % También, se define la matriz de desplazamiento de la columna Dd
>> % hallada en el capítulo 3 y que además sale de la matriz de desplazamientos
>> delta_Dd=[0;0;0;0;-0.0234;0.0035]
```

```
delta_Dd =
```

```
    0
    0
    0
    0
 -0.0234
  0.0035
```

```
>> format short
```

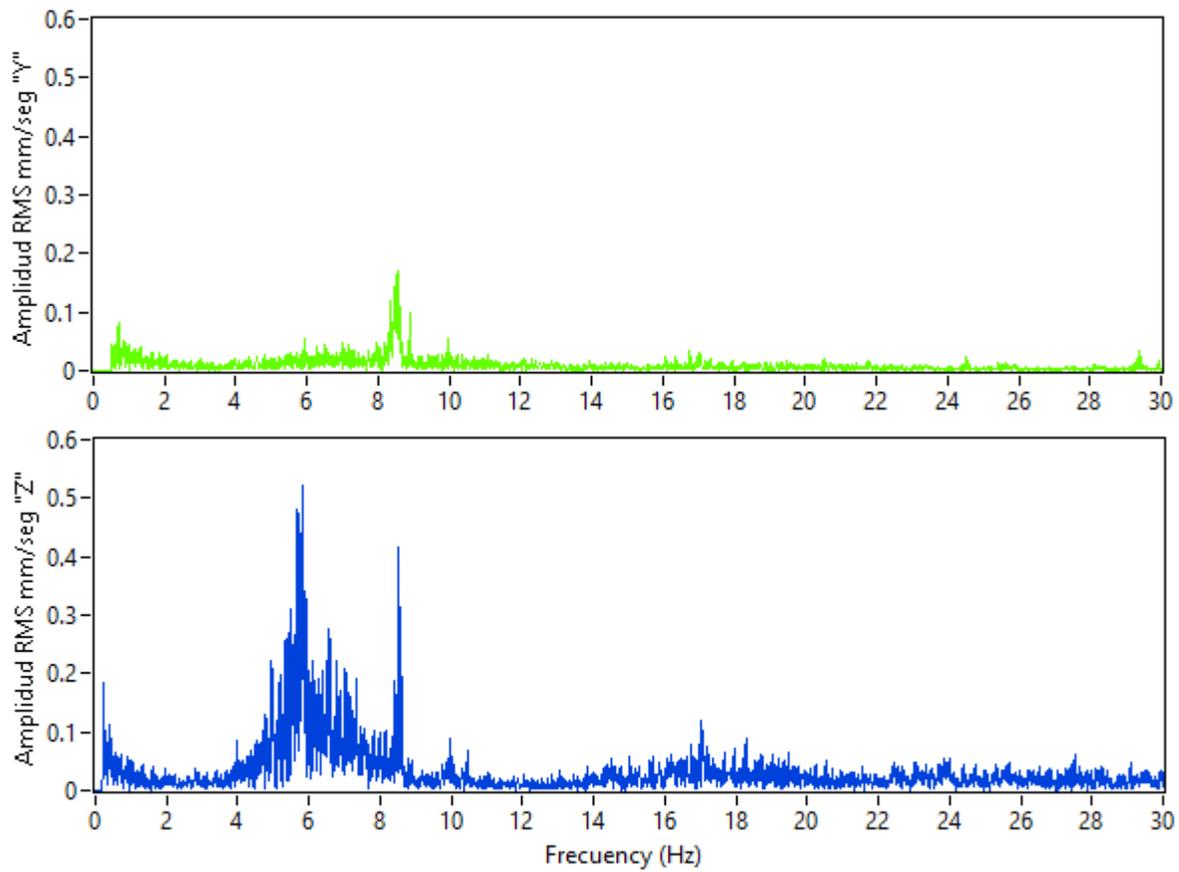
```
>> % Finalmente, se halla la matriz de reacción en la columna Dd
>> R_Dd=Fe_Dd+K_Dd*delta_Dd
```

```
R_Dd =
```

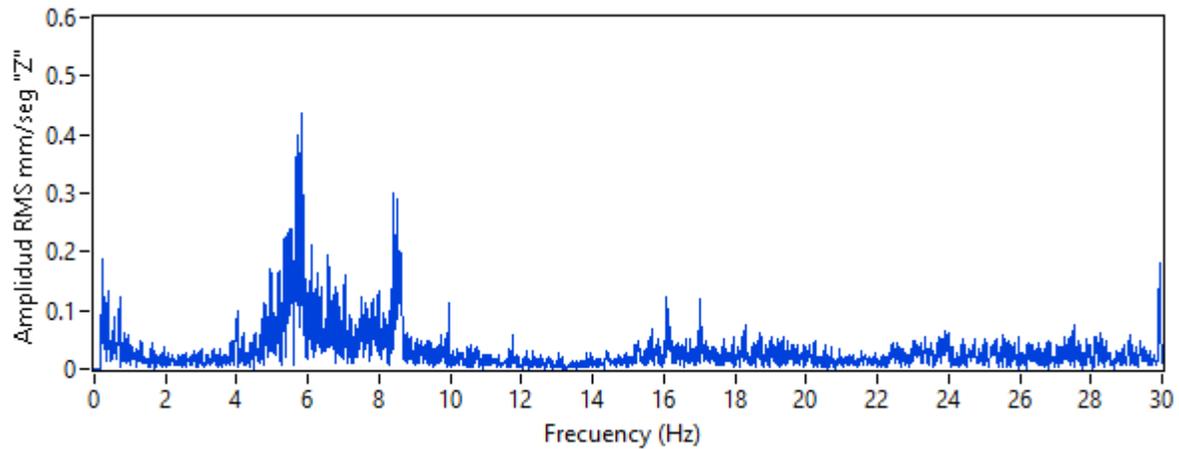
```
 1.0e+04 *
-0.2872
  1.0043
  0.5442
  0.2872
 -1.0043
  1.0885
```

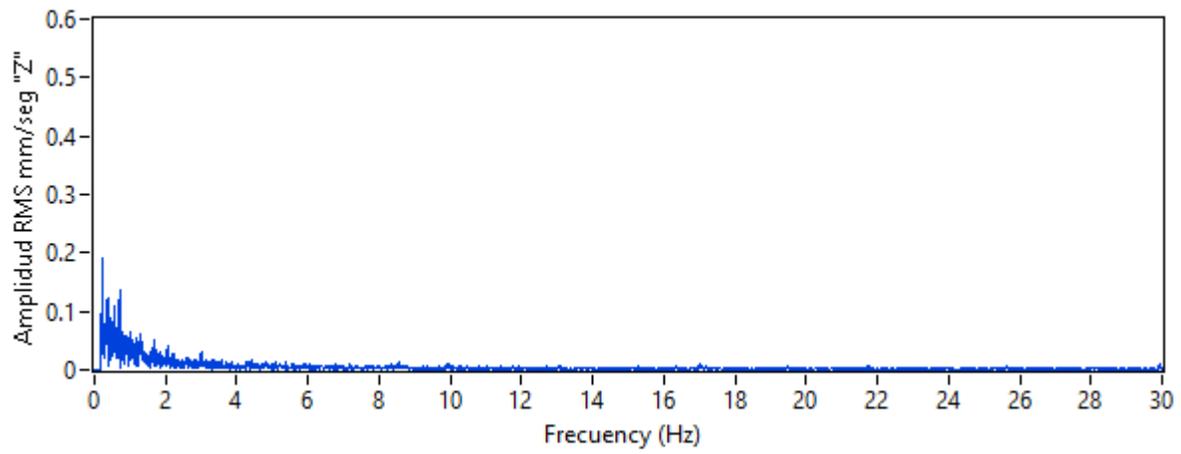
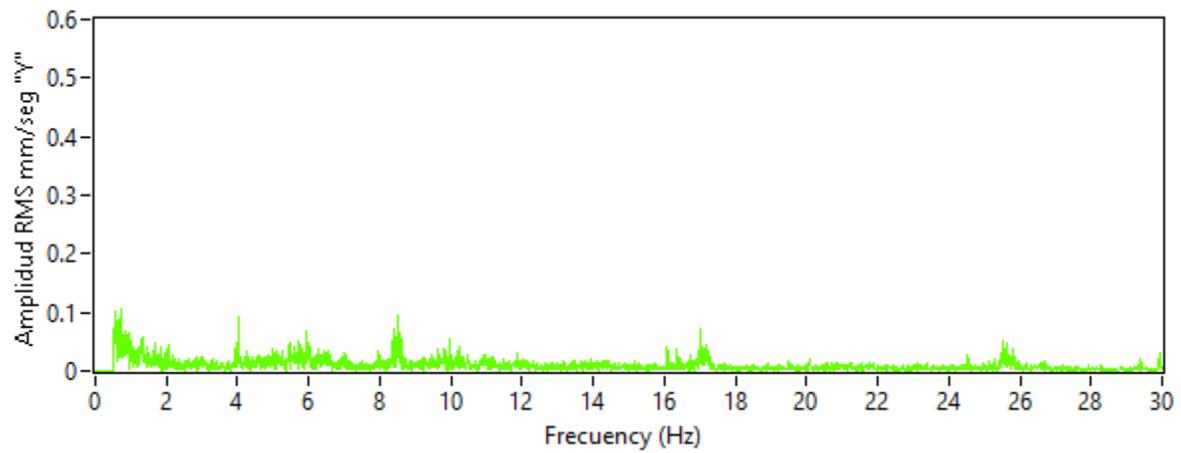
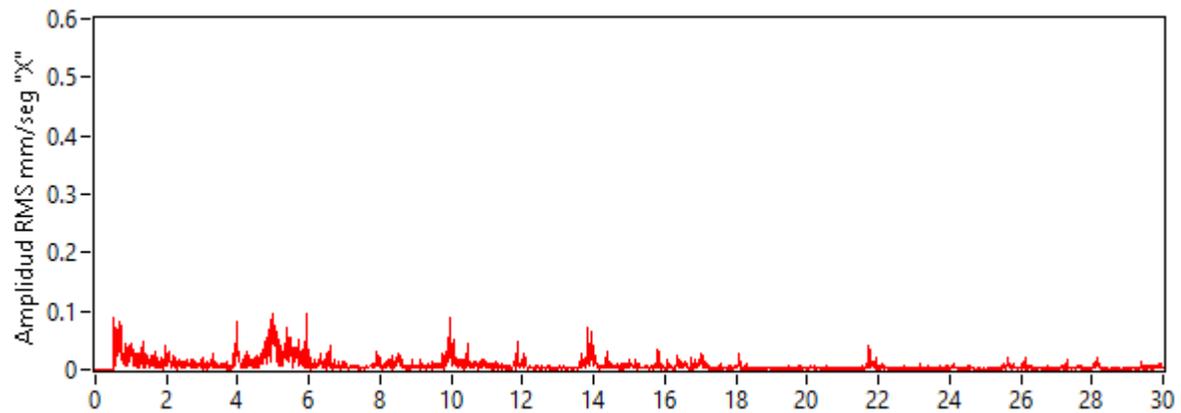
M. ESPECTROS DE EXCITACIÓN EN OPERACIÓN - LABVIEW

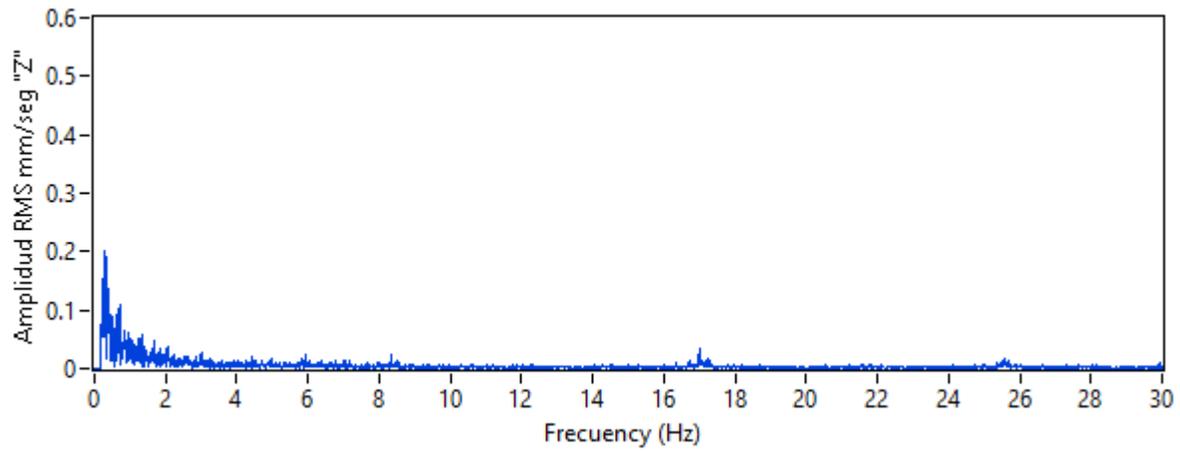
➤ PUNTO 01



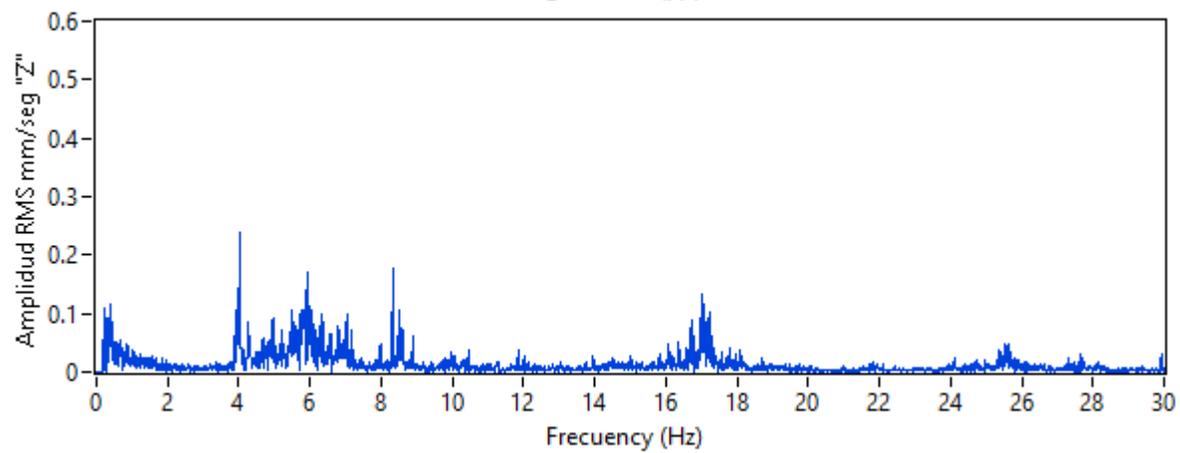
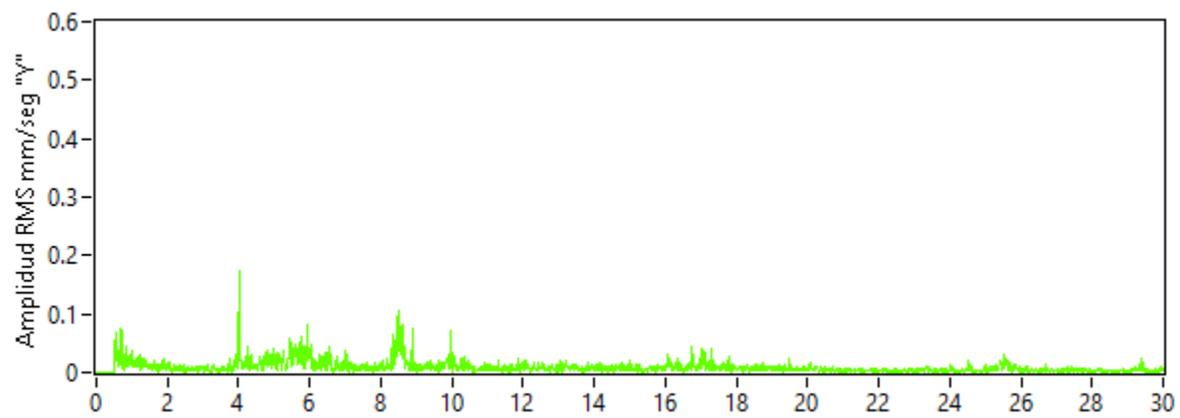
➤ PUNTO 02

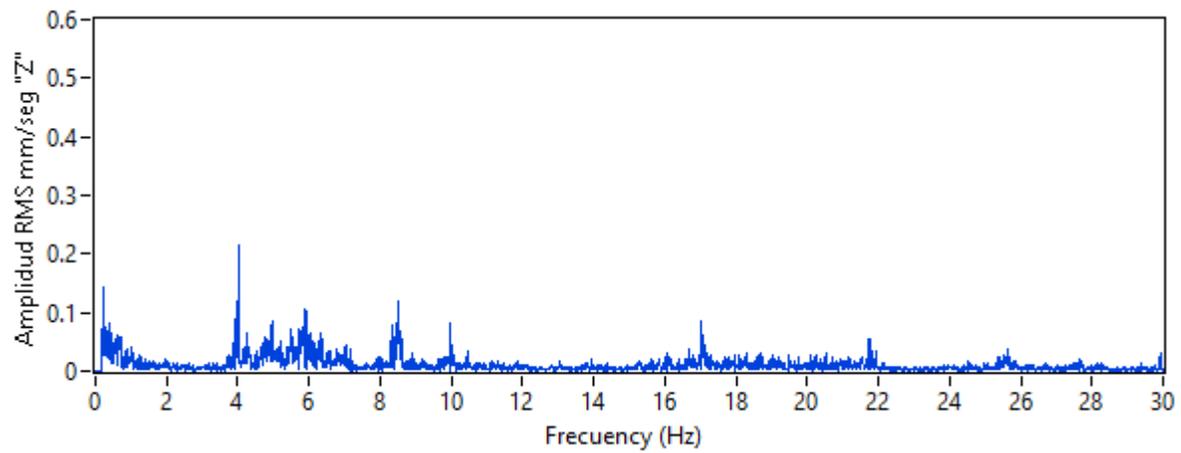
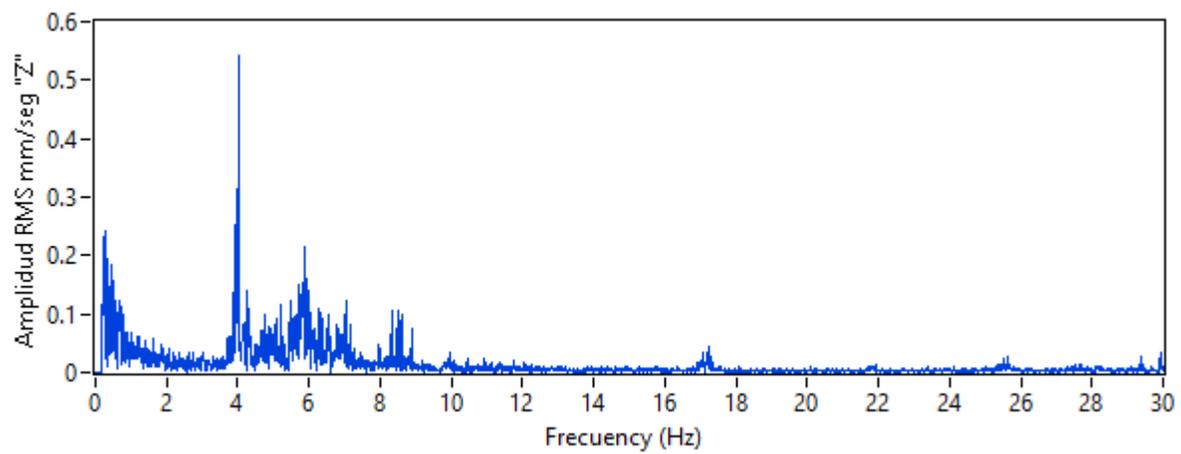
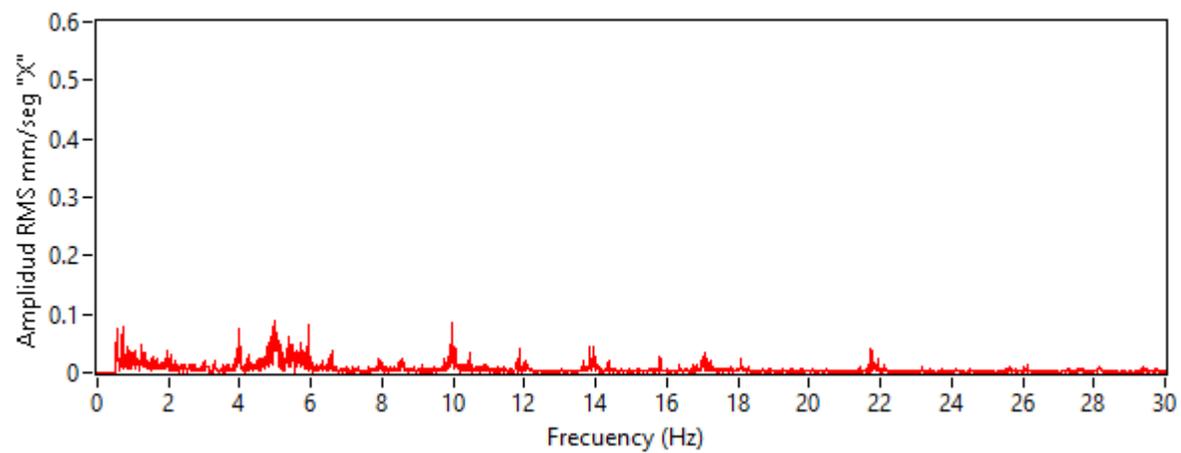


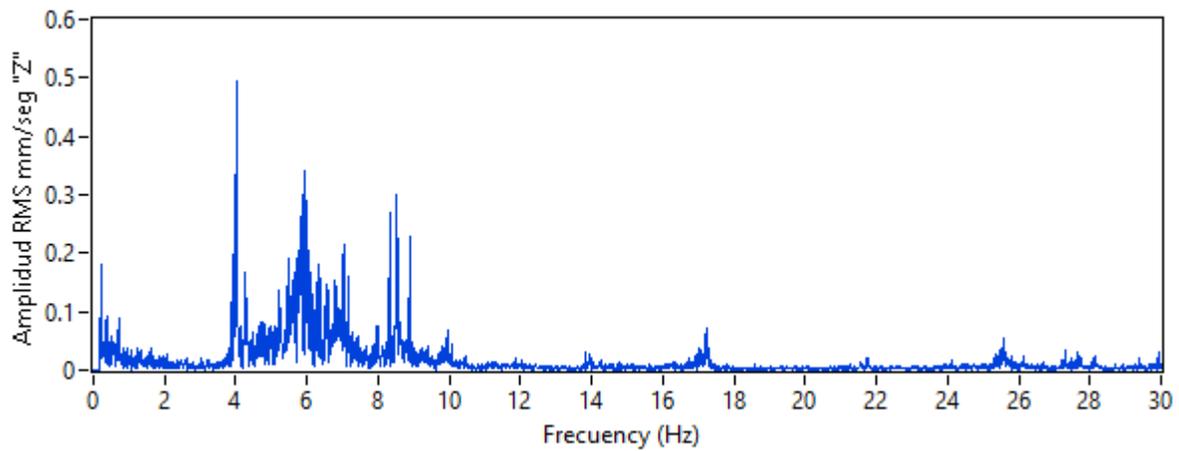
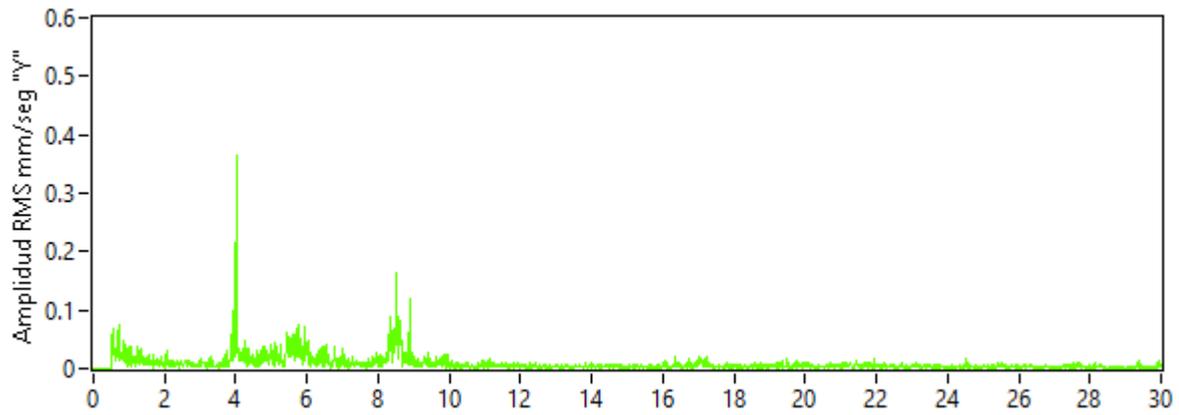
➤ PUNTO 03**➤ PUNTO 04**



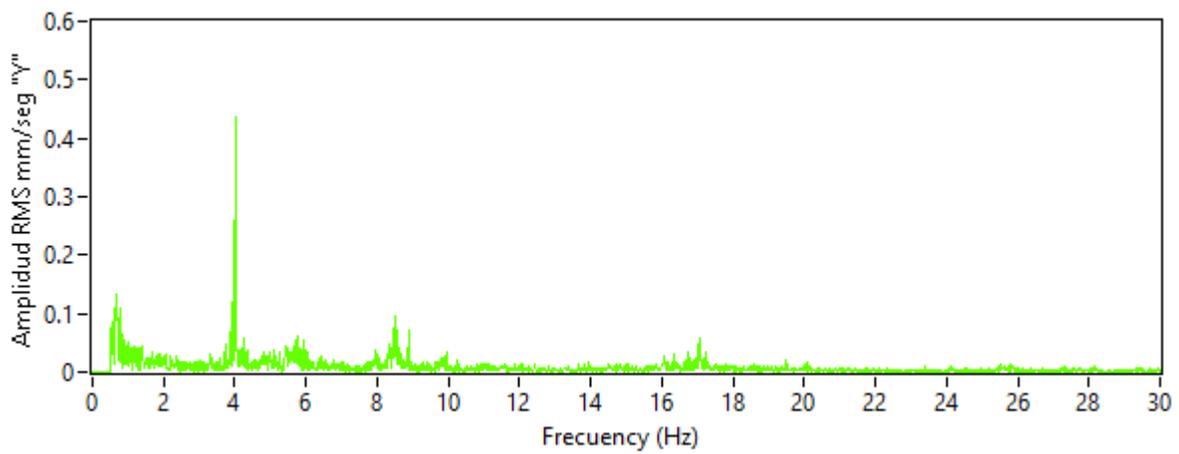
➤ **Punto 05**

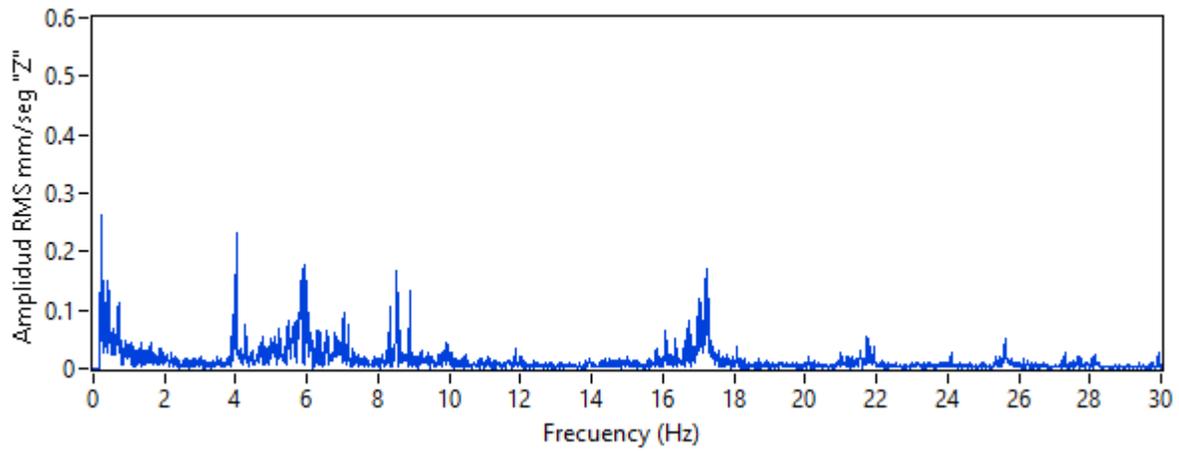


➤ **Punto 06**➤ **Punto 07**➤ **Punto 08**

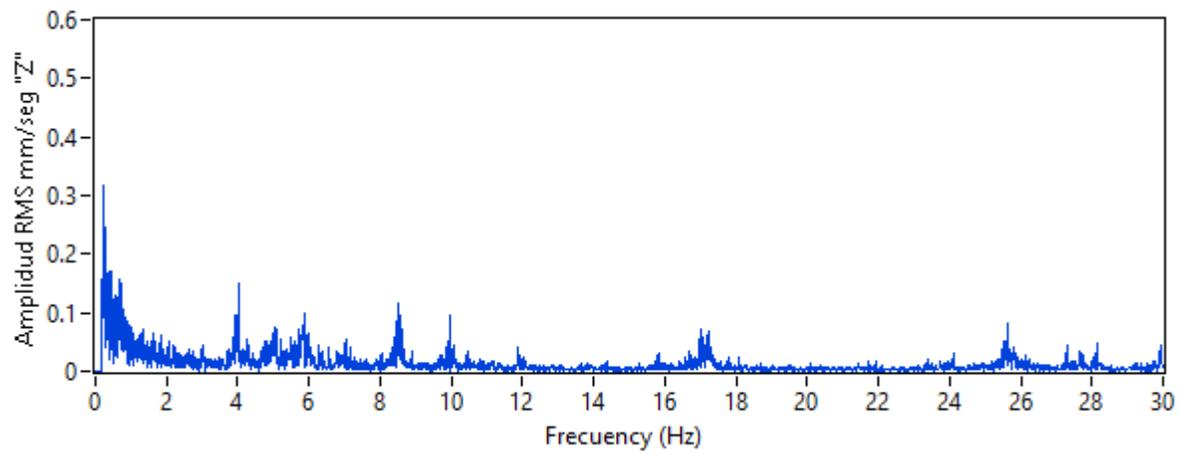


➤ **Punto 09**

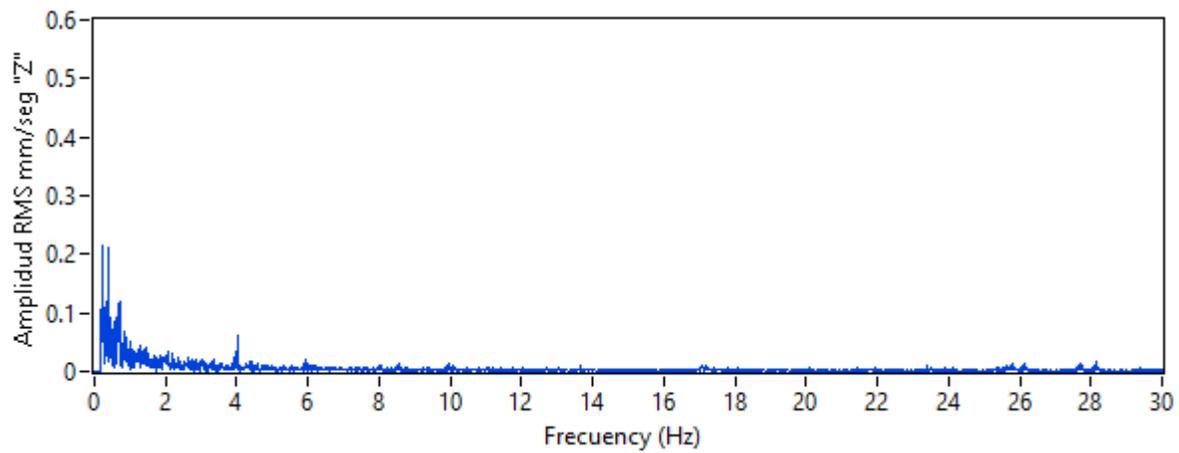


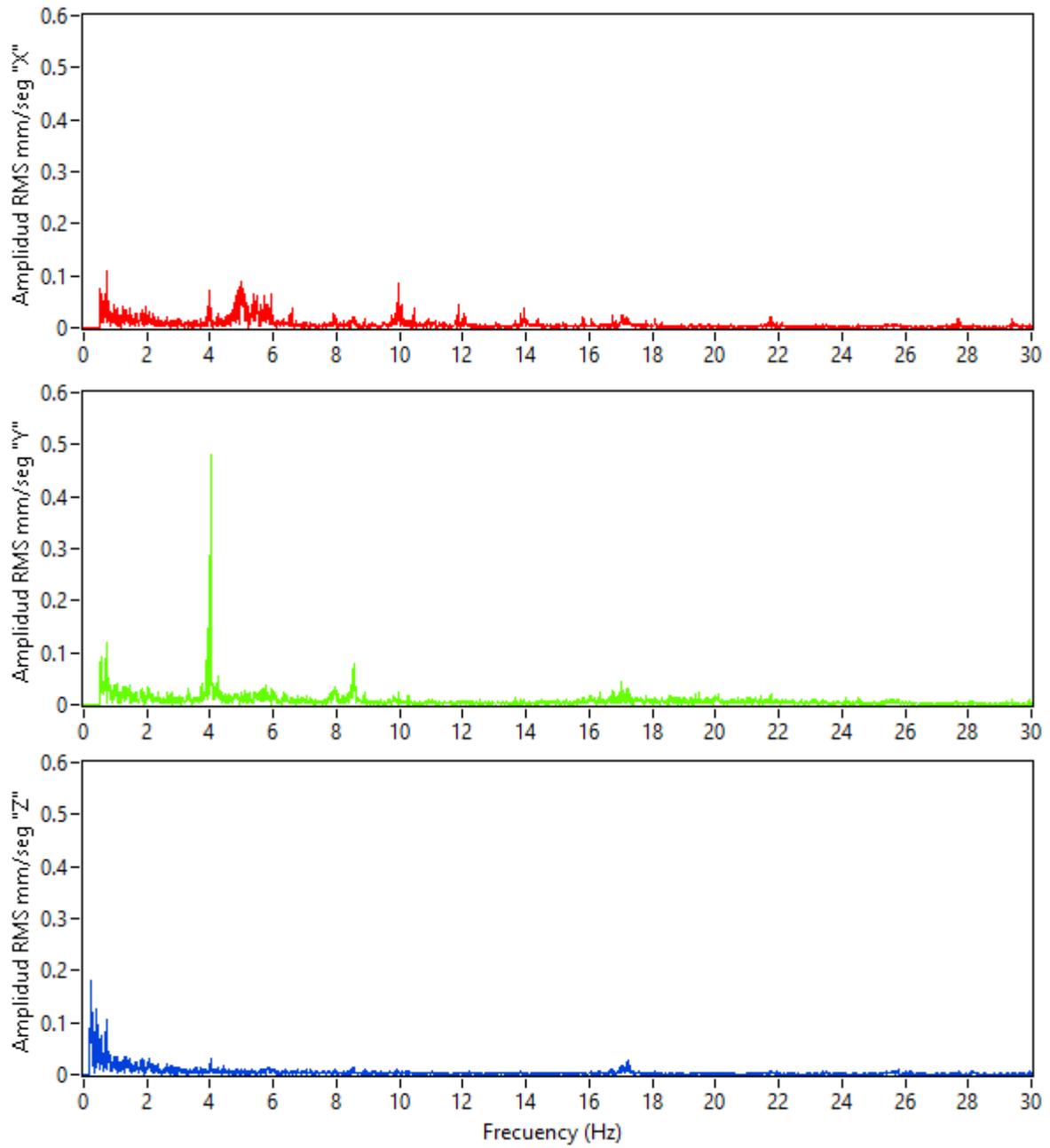


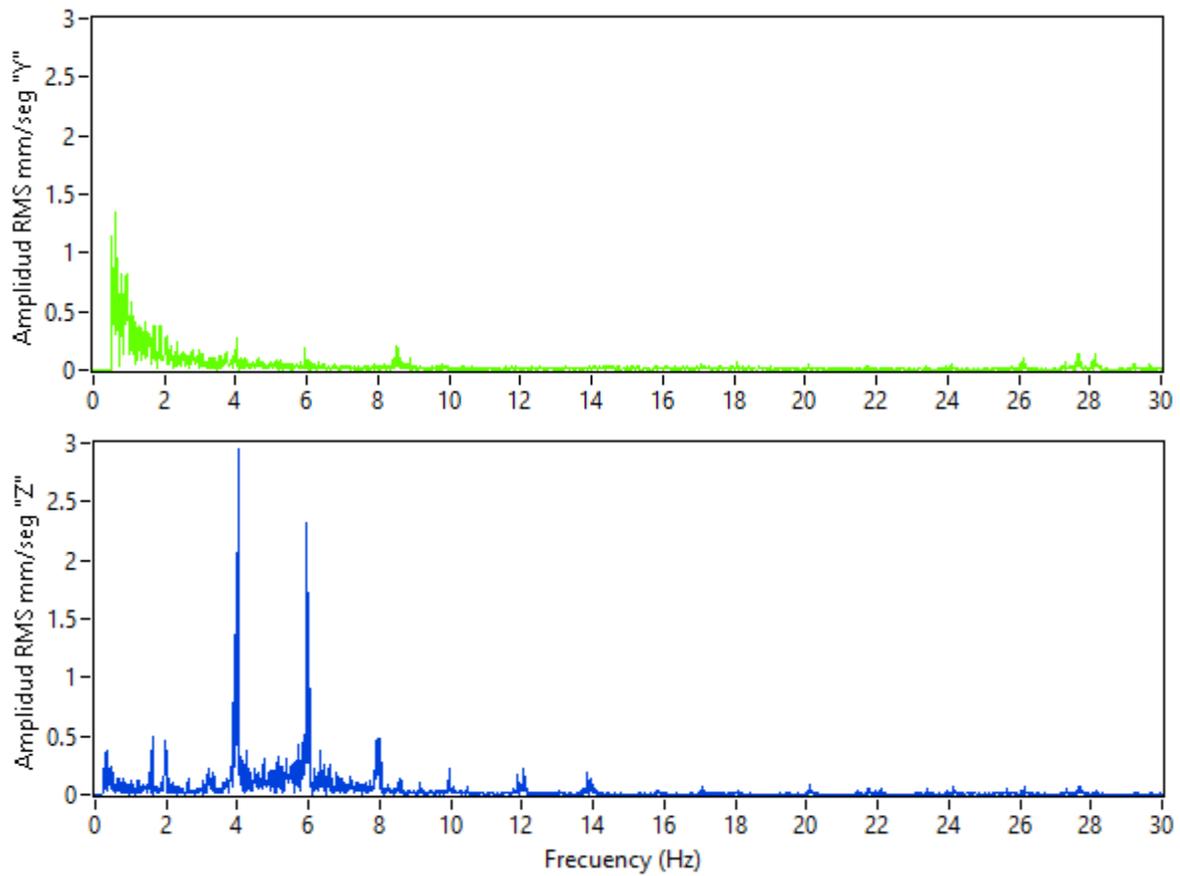
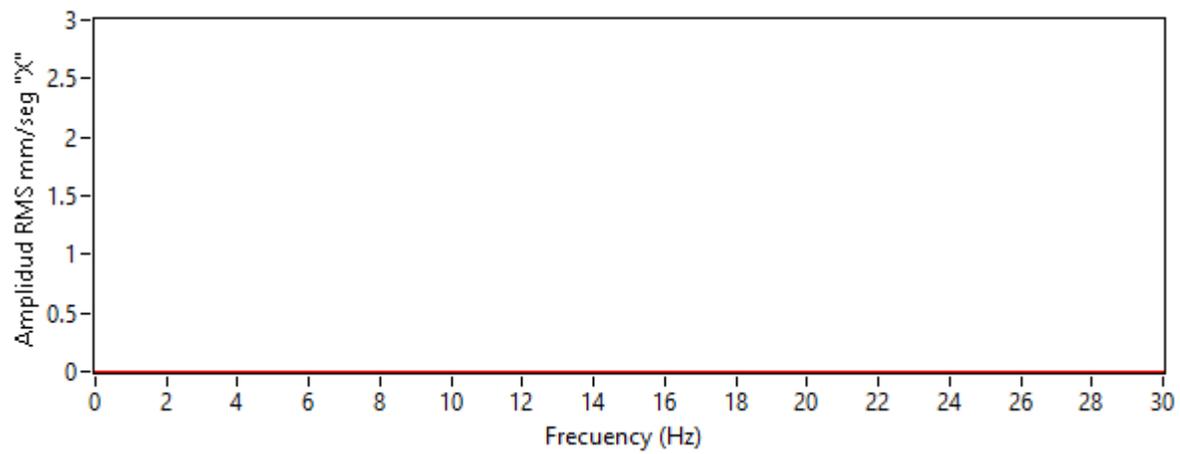
➤ **Punto 10**

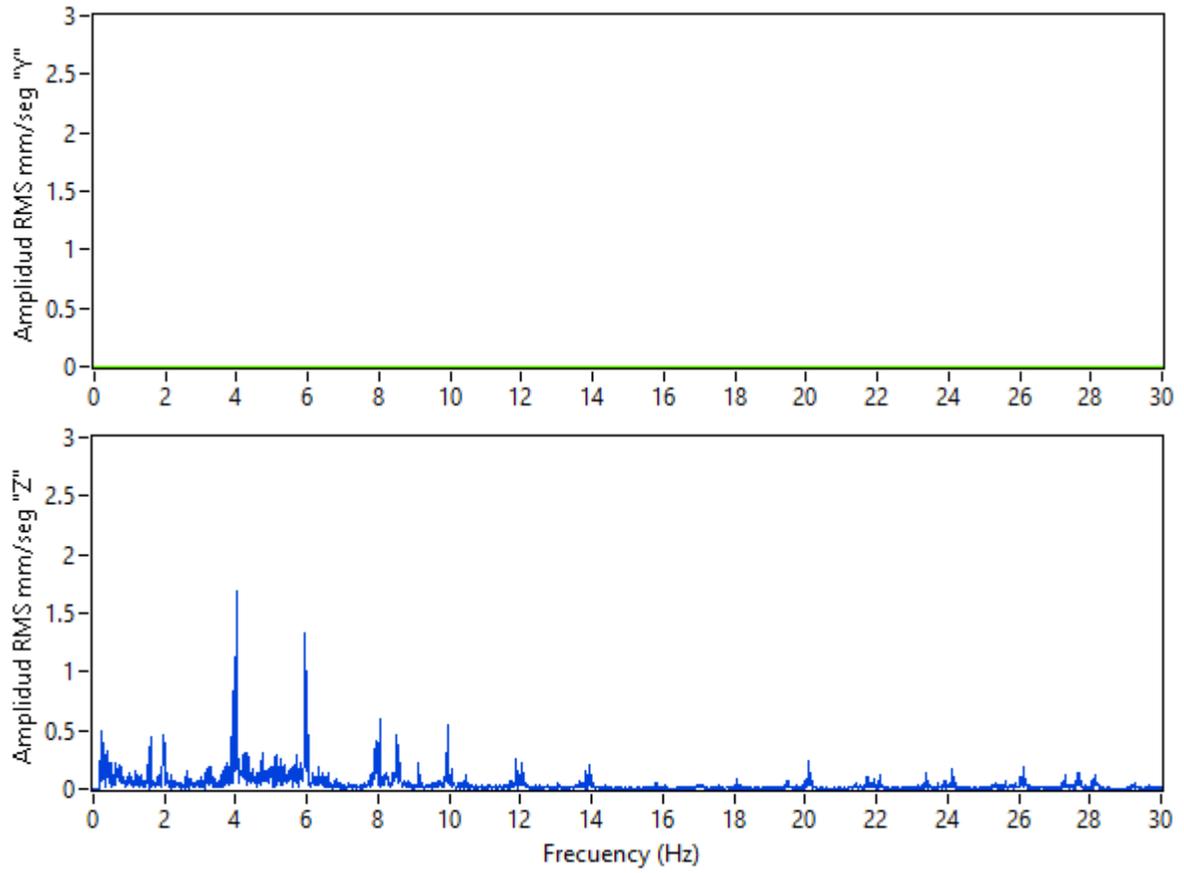


➤ **Punto 11**



➤ **Punto 12**

➤ Punto 13**➤ Punto 14**



N. PLANO AS BUILT

