UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA

"DISEÑO DE UNA MESA DE CORTE BIDIMENSIONAL DE 4mx2.5m PARA PIEZAS DE ACERO AL CARBONO APLICANDO EL MODELO MATEMÁTICO DE LA INTERPOLACIÓN POLINÓMICA"

TESIS PRESENTADO POR:
Bach. BRANDON WIFRIN MUÑOZ MENDOZA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO MECÁNICO

ASESOR:
Ing. ARTURO MACEDO SILVA

CUSCO – PERU

2021

AGRADECIMIENTOS

Gracias de corazón a Dios, por las inmensas bendiciones brindadas durante toda mi vida y por haberme acompañado siempre apoyándome en todos mis planes, siendo uno de ellos la culminación de este trabajo de investigación.

Muchas gracias a mi familia, por ser la fuente de ejemplo, lucha y amor necesario para poder salir adelante ante las dificultades y quienes me apoyaron incondicionalmente.

Un grato agradecimiento a la UNSAAC en el mismo sentido a la carrera profesional de Ingeniería Mecánica, por acogerme al abrirme las puertas y formar a un joven, que ahora está en busca de ser un profesional.

Expresar mi gratitud a mi asesor Ing. Arturo Macedo Silva, por brindarme todo su conocimiento durante el desarrollo del tema de investigación y por su gran orientación y apoyo.

Del mismo modo mi gratitud a todos los ingenieros de la carrera profesional de Ingeniería Mecánica, por la instrucción y formación académica brindada.

Agradecer a mis compañeros amigos de estudios por su apoyo incondicional.

DEDICATORIA

A Dios, porque me brindaste todas las posibilidades y oportunidades de realizar este trabajo de investigación y me guiaste en todo el proceso. Grande es DIOS.

A mi padre y mi madre, Justo Muñoz Cconochuillca y Elisa Mendoza Lima, porque con todo su esfuerzo solventaron mis gastos requeridos y me apoyaron en toda la etapa de mi formación de manera incondicional.

A mi hermano, Jeffrey Muñoz Mendoza quien es la persona que hace de mí una persona de ejemplo, por su confianza y amistad.

A todos mis familiares quienes forman parte de mis objetivos y metas.

PRESENTACIÓN

Señor Decano de la Facultad de Ingeniería: Eléctrica, Electrónica, Informática y Mecánica:

Señores Dictaminantes.

Presento a ustedes el trabajo de tesis titulado: "DISEÑO DE UNA MESA DE CORTE BIDIMENSIONAL DE 4mx2.5m PARA PIEZAS DE ACERO AL CARBONO APLICANDO EL MODELO MATEMÁTICO DE LA INTERPOLACION POLINÓMICA"

Este trabajo es el fruto de mucho esfuerzo y esmero, el cual busca brindar el conocimiento, ampliamente desarrollado en países de primer mundo quienes utilizan máquinas que facilitan su trabajo y ofrecen productos de alta calidad.

Este trabajo de investigación brinda entender que es posible realizar cortes limpios con acabados con errores mínimos y reducir tiempos de trabajo. Llevando el trabajo de corte en acero al carbono a la eficiencia, al mismo tiempo diseñando una mesa de corte capaz de brindar estas facilidades.

Esperando que los contenidos incluidos en este trabajo de investigación puedan ser entendibles y despierte el interés de compañeros de la escuela profesional de Ingeniería Mecánica.

Brandon Wifrin Muñoz Mendoza

INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos de corte en acero al carbono caminan a pasos agigantados, y mostrar un avance de este desarrollo hace novedosa esta investigación.

Percibiendo en las actuales industrias metal mecánica la baja eficiencia en el área de corte de metales de acero al carbono en los diversos trabajos que la engloban, como malos acabados, elevados tiempos y con poca precisión, se lleva a cabo la siguiente investigación con el propósito de resolver este problema.

Como punto de partida se empezará por encontrar la gráfica bidimensional de una figura geométrica (grafica curvilínea), no será lineal por su simplicidad, para ello se optará por llevar a cabo el Análisis de Interpolación Polinómica, que explicara cómo es posible el diseño de todo tipo de curvas requeridas, donde la gráfica se convertirá en la trayectoria de corte.

Luego se realizará el diseño estructural de la mesa de corte por el método de elementos finitos o método de la rigidez, junto con el diseño por fatiga en los diferentes componentes de la mesa, que ha de soportar grandes pesos o cargas tanto estáticas como móviles, efectuadas por las planchas o chapas de acero al carbono, y por el movimiento al realizar el corte. También se diseñará el sistema de transmisión lineal.

La importancia de comprobación de resultados por medio de un programa, hace aun mayor la confiabilidad del cálculo y diseño, es por ello que se hace la mención del uso del programa MATLAB (calculadora que permitirá la fácil manipulación operaciones matemáticas y funciones) y SOLIDWORKS (dibujo mecánico y ensamblaje) como herramientas de trabajo, los cuales tendrán importancia en la investigación.

Finalmente, se obtendrán las respuestas a todo este análisis de investigación, consiguiendo la mejor alternativa de solución al desarrollo de una mesa de corte de metales de acero al carbono.

ÍNDICE GENERAL

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 1
1.1. ÁMBITO DE INFLUENCIA 1
1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA 1
1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA 2
1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN 2
1.5. OBJETIVOS 3
1.5.1. OBJETIVO GENERAL 3
1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS 3
1.6. LIMITACIONES DEL PROBLEMA 3
1.7. HIPÓTESIS 3
1.8. METODOLOGÍA DE LA TESIS 3
1.8.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN 4
1.8.2. FASES DEL PROCESO DE DISEÑO 4
1.8.2.1. COMPRENSIÓN DE LA SOLICITUD 4
1.8.2.2. CONCEPTO DE SOLUCIÓN 4
1.8.2.3. ELABORACIÓN DEL PROYECTO 4
1.8.2.4. ELABORACIÓN (INGENIERÍA) DE DETALLES 4
1.9. VARIABLES 4
1.9.1. VARIABLE DEPENDIENTE 4
1.9.2. VARIABLES INDEPENDIENTES 4
2. REFERENCIA TEÓRICA 5
2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN 5
2.1.1. ANTECEDENTES NACIONALES 5
2.1.2. ANTECEDENTES INTERNACIONALES 8
2.2. BASES TEÓRICAS 12
2.2.1. INTERPOLACIÓN 12
2.2.1.1. INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE 13
2.2.1.2. INTERPOLACIÓN DIFERENCIAS DIVIDIDAS DE NEWTON 14
2.2.1.3. INTERPOLACIÓN DE HERMITE 16
2.2.1.4. INTERPOLACIÓN DE TRAZADORES CÚBICOS (SPLINES) 18
2.2.1.4.1. TRAZADORES LINEALES 18

2.2.1.4.2. TRAZADORES CUADRÁTICOS 18
2.2.1.4.3. TRAZADORES CÚBICOS 19
2.2.1.4.3.1. SPLINE NATURAL 21
2.2.1.4.3.2. SPLINE DE CURVATURA AJUSTADA 21
2.2.1.4.3.3. SPLINE CÚBICA FIJA 22
2.2.1.4.3.4. INTERPOLACIÓN CURVAS DE BEZIER 22
2.2.1.5. CÁLCULO DE ERROR 23
2.2.2. MECÁNICA DE MATERIALES 24
2.2.2.1. MÉTODO DE LA RIGIDEZ 24
2.2.2.1.1. COORDENADAS GLOBALES Y DEL ELEMENTO 24
2.2.2.2. FALLA POR FATIGA 26
2.2.2.2.1. DIAGRAMA ESFUERZO-VIDA 26
2.2.2.2.2. FACTORES DE RESISTENCIA A LA FATIGA 27
2.2.2.3. MOMENTO EN EXTREMO FIJO 28
2.2.2.4. AREAS TRIBUTARIAS 28
2.2.2.4.1. SISTEMA EN UNA DIRECCION 28
2.2.2.4.2. SISTEMA EN DOS DIRECCIONES 29
2.2.2.5. DISEÑO DE VIGA 29
2.2.3. TIPOS DE CORTE DE METAL 30
2.2.3.1. PLASMA 30
2.2.3.1.1. PROCESO DE MECANIZADO CON PLASMA 30
2.2.3.2. LASER 31
2.2.3.2.1. PROCESO DE MECANIZADO CON LASER 32
2.2.3.3. OXICORTE 32
2.2.3.3.1. PROCESO DE MECANIZADO DEL OXICORTE 33
2.2.3.4. CHORRO DE AGUA 33
2.2.3.4.1. PROCESO DE MECANIZADO POR CHORRO DE AGUA 34
2.2.3.5. MÁQUINA DE CORTE 35
3. CALCULO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DE LA INTERPOLACIÓN POLINÓMICA 36
3.1. FIGURA Y PUNTOS DE PARTIDA 36
3.2. INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE 36

3.3. INTERPOLACIÓN DE NEWTON 39
3.4. INTERPOLACIÓN DE HERMITE 42
3.5. INTERPOLACIÓN DE TRAZADORES CÚBICOS (SPLINES) 47
3.6. INTERPOLACIÓN CURVAS DE BEZIER 53
3.7. CALCULO DE ERROR DE INTERPOLACIÓN 56
4. DISEÑO DE LA MESA DE CORTE POR EL MÉTODO DE LA RIGIDEZ Y LA FALLA POR FATIGA 57
4.1. PARAMETROS DE DISEÑO 57
4.2. CÁLCULO DE LA BASE SUPERIOR (STCP) 58
4.3. CÁLCULO DE LA BASE SUPERIOR (CP) 62
4.4. CÁLCULO DEL PUENTE 67
4.4.1. CÁLCULO DE LA BASE DE TRANSMISIÓN DE CABLES 68
4.4.2. CÁLCULO DE LA VIGA DEL PUENTE (STCP) 71
4.4.3. CÁLCULO DE LA VIGA DEL PUENTE (CP) 76
4.4.4. CÁLCULO POR PANDEO DE COLUMNA. 79
4.5. CÁLCULO DE BASE DE PUENTE (STCP) 81
4.6. CÁLCULO DE BASE DE PUENTE (CP) 83
4.7. CÁLCULO DEL SOPORTE DE TABLERO (STCP) 85
4.8. CÁLCULO DEL SOPORTE DE TABLERO (CP) 90
4.9. CÁLCULO DEL LARGUERO (STCP) 92
4.10. CÁLCULO DEL LARGUERO (CP) 97
4.11. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES INTERNAS (STCP) 102
4.12. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES INTERNAS (CP) 105
4.13. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES EXTERNAS (STCP) 108
4.14. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES EXTERNAS (CP) 111
4.15. CÁLCULO DE LA VIGA LATERAL (STCP) 113
4.16. CÁLCULO DE LA VIGA LATERAL (CP) 122
4.17. SOLDADURA 127
5. DISEÑO DE CREMALLERA Y PIÑON HELICOIDAL 128
5.1. CALCULO DE POTENCIA 133
5.2. VELOCIDAD DE CORTE 133
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 135

BIBLIOGRAFIA 137
ANEXOS 140
Anexo A. Catálogo de pesos de accesorios de la mesa de corte 140
Anexo B. Propiedades del acero estructural, FEM y los factores de Marín..... 153
Anexo C. Ecuaciones, Figuras y Tablas del piñón y cremallera. 157
PLANOS 164

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Conjunto de Figuras Lineales 18
Figura 2.2 Polinomio de segundo grado 19
Figura 2.3 Polinomio de tercer grado (cúbicos) 19
Figura 2.4 Curva spline 22
Figura 2.5 Sistema de coordenadas locales 24
Figura 2.6 Diagrama Esfuerzo-Vida S-N. Material acero UNS G41300 26
Figura 2.7 Carga distribuida uniforme que actúa en la viga 28
Figura 2.8 Carga distribuida triangular que actúa en la viga 29
Figura 2.9 Estado plasma 30
Figura 2.10 Partes del mecanizado con plasma 30
Figura 2.11 Elementos de un haz de láser. 31
Figura 2.12 Partes del mecanizado con láser 32
Figura 2.13 Partes del corte con oxicorte 33
Figura 2.14 Diagrama de una máquina de corte por chorro de agua 34
Figura 2.15 Máquina de corte 35
Figura 3.1 Ejemplo de interpolación 36
Figura 3.2 Grafica de Interpolación de Lagrange 39
Figura 3.3 Grafica de Interpolación de Newton 42
Figura 3.4 Primero cuatro puntos. 43
Figura 3.5 Segundos cuatro puntos 43
Figura 3.6 Terceros cuatro puntos 44
Figura 3.7 Cuartos cuatro puntos 45
Figura 3.8 Quintos cuatro puntos 45
Figura 3.9 Últimos cuatro puntos 46
Figura 3.10 Grafica de Interpolación de Hermite Cúbicos 47
Figura 3.11 Grafica de Interpolación de trazadores cúbicos (splines) 52
Figura 3.12 Gráfica de curva de Bezier 53
Figura 3.13 Gráfica de curva de Bezier 54
Figura 3.14 Diferencias entre las gráficas de Bézier 54
Figura 3.15 Diferencias entre las gráficas de Bézier 55
Figura 3.16 Grafica de Interpolación de Curva de Bezier 55

Figura 4.1 Diagrama de fuerzas y momentos 58
Figura 4.2 Diagrama de fuerza cortante y momento 61
Figura 4.3 Diagrama de fuerzas y momentos 62
Figura 4.4 Diagrama de cuerpo libre separando la viga 65
Figura 4.5 Diagrama de fuerza cortante y momento 66
Figura 4.6 Área de la sección transversal de la cremallera, Solidworks 67
Figura 4.7 Área de la sección transversal de la guía, Solidworks 67
Figura 4.8 Diagrama de fuerza cortante y momento 68
Figura 4.9 Diagrama de fuerzas y momentos 70
Figura 4.10 Fuerza, Cargas distribuidas y momento resultante en viga del puente 71
Figura 4.11 Centro de gravedad de la carga distribuida w 72
Figura 4.12 Diagrama de fuerza, carga distribuida y momentos 72
Figura 4.13 Diagrama de fuerzas y momentos 72
Figura 4.14 Diagrama de fuerzas y momentos 73
Figura 4.15 Diagrama de fuerzas y momentos 73
Figura 4.16 Diagrama de fuerza cortante y momento de la viga del puente 74
Figura 4.17 Diagrama de cargas, momentos y el peso de la viga 76
Figura 4.18 Diagrama de cargas y momentos 77
Figura 4.19 Diagrama de fuerza cotante y momento 78
Figura 4.20 Datos para la base de puente 81
Figura 4.21 Diagrama de cargas y reacciones. 81
Figura 4.22 Diagrama de fuerza cortante y momento 82
Figura 4.23 Digrama de cuerpo libre 83
Figura 4.24 Diagrama de fuerza cotante y momento 84
Figura 4.25 Dimensiones del soporte de tablero 85
Figura 4.26 Diagrama de cargas y momentos 86
Figura 4.27 Diagrama de reacciones y momentos 86
Figura 4.28 Diagrama de fuerza cortante y momento 88
Figura 4.29 Diagrama de fuerzas y momentos 90
Figura 4.30 Diagrama de fuerza cotante y momento 91
Figura 4.31 Diagrama del cuerpo libre 93
Figura 4.32 Diagrama de fuerza cortante y momento 95
Figura 4.33 Diagrama de cuerpo libre 97
Figura 4.34 Diagrama de cuerpo libre 98

Figura 4.35 Diagrama de cuerpo libre 98
Figura 4.36 Diagrama de cuerpo libre 98
Figura 4.37 Diagrama de fuerza cotante y momento 101
Figura 4.38 Diagrama de cuerpo libre 102
Figura 4.39 Diagrama de fuerza cotante y momento 104
Figura 4.40 Diagrama de cuerpo libre 105
Figura 4.41 Diagrama de fuerza contante y momento 107
Figura 4.42 Diagrama de cuerpo libre 108
Figura 4.43 Diagrama de fuerza cortante y momento 109
Figura 4.44 Diagrama de cuerpo libre 111
Figura 4.45 Diagrama de fuerza cortante y momento 112
Figura 4.46 Área de la sección transversal de la cremallera, Solidworks 113
Figura 4.47 Área de la sección transversal de la guía, Solidworks 114
Figura 4.48 Centro de gravedad de la carga distribuida w 114
Figura 4.49 Diagrama de cuerpo libre 116
Figura 4.50 Peso de la guía y cremallera 117
Figura 4.51 Diagrama de cuerpo libre 117
Figura 4.52 Diagrama de cuerpo libre 118
Figura 4.53. Diagrama de cuerpo libre FEM 118
Figura 4.54 Diagrama de fuerza cortante y momento 121
Figura 4.55 Diagrama de cuerpo libre 123
Figura 4.56 Datos de la sección de diseño 124
Figura 4.57 Diagrama de cuerpo libre 124
Figura 4.58 Diagrama de cuerpo libre 124
Figura 4.59 Diagrama de fuerza cortante y momento 126
Figura 5.1 Partes de un piñón 128
Figura 5.21 Velocidad de corte representativa en función del espesor del material para el corte por láser de CO2 de (a) acero ASTM A-36 con gas de oxígeno y (b) acero inoxidable con gas nitrógeno. 126
Figura 5.22 Influencia del espesor del material en la velocidad de corte usando un láser de CO2 de 2.5KW 126

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Representación de la naturaleza recursiva de las diferencias divididas finitas. 15
Tabla 2.2 Diferencias Divididas de Hermite 17
Tabla 3.1 Tabla de puntos para la interponlación polinomica. 36
Tabla 3.2 Coeficientes de la interpolación de Newton. 40
Tabla 3.3 Resultado de la interpolación de trazadores cúbicos (splines) 51
Tabla 3.4 Tabla comparativa de errores de Interpolación. 56
Tabla 4.1 Datos de fuerzas, momentos y longitud 58
Tabla 4.2 Elementos de la Matriz de Rigidez 59
Tabla 4.3 Cálculo de Resistencia a la fatiga 61
Tabla 4.4 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 62
Tabla 4.5 Elementos de la Matriz de Rigidez 63
Tabla 4.6 Cálculo de carga distribuida más accesorios 64
Tabla 4.7 Tabla de Momentos en Extremos Fijos (FEM) 65
Tabla 4.8 Resultados 65
Tabla 4.9 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 66
Tabla 4.10 Cálculo de Carga 68
Tabla 4.11 Resultados de Momentos y Reacciones 68
Tabla 4.12 Cálculo de Resistencia a la fatiga 69
Tabla 4.13 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 69
Tabla 4.14 Cálculo de Momentos y momento total 70
Tabla 4.15 Reacciones del calculo de la base superior 70
Tabla 4.16 Sumatoria de fuerzas y sumatoria de momentos 70
Tabla 4.17 Carga Distribuida de la cremallera y la guía 71
Tabla 4.18 Datos de la viga del puente 71
Tabla 4.19 Resultado de momentos y reacciones de la figura 4.13 73
Tabla 4.20 Resultado de momentos y Reacciones 73
Tabla 4.21 Resultados de momentos y reacciones 73
Tabla 4.22 Cálculo de Resistencia a la fatiga 75
Tabla 4.23 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 75
Tabla 4.24 Datos de la sección de diseño 76
Tabla 4.25 Resultados de momentos y reacciones 77
Tabla 4.26 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 78

Tabla 4.27 Datos para el diseño por pandeo de la columna 79
Tabla 4.28 Calculo de Resistencia a la Fatiga 79
Tabla 4.29 Datos para el calculo por Pandeo 80
Tabla 4.30 Datos para el calculo por Pandeo 80
Tabla 4.31 Calculo por Pandeo 80
Tabla 4.32 Comprobaciones 80
Tabla 4.33 Calculo de fuerzas 81
Tabla 4.34 Calculo de Reacciones 81
Tabla 4.35 Resistencia a la Fatiga 82
Tabla 4.36 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 83
Tabla 4.37 Datos de la seccion de diseño 83
Tabla 4.38 Reacciones de la base de puente 84
Tabla 4.39 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 84
Tabla 4.40 Datos para areas tributarias 85
Tabla 4.41 Datos para el cálculo del soporte de tablero 85
Tabla 4.42 Momentos y Reacciones 86
Tabla 4.43 Elementos de la Matriz Rigidez 87
Tabla 4.44 Resultados de las cargas del soporte de tablero 88
Tabla 4.45 Resistencia a la Fatiga 89
Tabla 4.46 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 89
Tabla 4.47 Datos de la sección de diseño 90
Tabla 4.48 Momentos y Reacciones de Apoyo de tablero (CP) 90
Tabla 4.49 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 91
Tabla 4.50 Datos para el diseño de larguero (STCP) 92
Tabla 4.51 Elementos de la Matriz de Rigidez 93
Tabla 4.52 Reacciones y momentos resultantes 96
Tabla 4.53 Resistencia a la Fatiga 96
Tabla 4.54 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 96
Tabla 4.55 Datos de la seccion de diseño 97
Tabla 4.56 Momentos y reacciones 98
Tabla 4.57 Momentos y reacciones 98
Tabla 4.58 Momentos y reacciones 99
Tabla 4.59 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 102
Tabla 4.60 Datos de las vigas frontales internas (STCP) 102

Tabla 4.61 Elementos de la Matriz de Rigidez 103
Tabla 4.62 Resistencia a la Fatiga 104
Tabla 4.63 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 105
Tabla 4.64 Datos de la seccion de diseño 105
Tabla 4.65 Momentos y reacciones de las vigas frontales internas (CP) 106
Tabla 4.66 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 107
Tabla 4.67 Datos de la sección de diseño 108
Tabla 4.68 Elementos de la Matriz de Rigidez 108
Tabla 4.69 Resistencia a la Fatiga 110
Tabla 4.70 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 110
Tabla 4.71 Datos de la sección de diseño 111
Tabla 4.72 Momentos y reacciones 111
Tabla 4.73 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 113
Tabla 4.74 Datos de la viga lateral (STCP) 115
Tabla 4.75 Elementos de la Matriz de Rigidez 116
Tabla 4.76 Datos de calculo 117
Tabla 4.77 Momentos y reacciones 118
Tabla 4.78 Momentos y reacciones 118
Tabla 4.79 Momentos y Reacciones 118
Tabla 4.80 Resistencia a la Fatiga 120
Tabla 4.81 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 122
Tabla 4.82 Datos de la seccion de diseño 122
Tabla 4.83 Elementos de la Matriz de Rigidez. 123
Tabla 4.84 Momentos y Reacciones 124
Tabla 4.85 Momentos y Reacciones 124
Tabla 4.86 Diseño de Sección y Factor de Seguridad 127
Tabla 5.1 Pesos y potencia 133
Tabla 5.2 Pesos y potencia 133

LISTA DE SÍMBOLOS

SIMBOLO	NOMBRE	UNIDAD
E	Módulo de elasticidad	Mega Pascales
I	Inercia	Metro^4
L	Longitud	Metro
k	Matriz de rigidez	
q	Matriz de fuerzas	
d	Matriz de desplazamiento	
D_u	Desplazamientos desconocidos	
Q_u	Reacciones desconocidas	
D_k	Desplazamientos conocidos	
Q_k	Reacciones conocidas	
N	Numero de ciclos de esfuerzo	ciclos
k_a	Factor de modificación de la condición superficial	
k_b	Factor de modificación de tamaño	
k_c	Factor de modificación de la carga	
k_d	Factor de modificación de la temperatura	
k_e	Factor de confiabilidad	
k_f	Factor de modificación de efectos varios	
$S_{e'}$	Límite de resistencia a la fatiga	
S_e	Límite de resistencia a la fatiga en la ubicación critica de una parte de maquina	Mega Pascal
S_{ut}	Resistencia ultima a la tensión	Mega Pascal
d_e	Diámetro efectivo	Metro
σ	Esfuerzo	Pascal
M	Momento flector	Newton. Metro
c	Distancia más alejada del centro de giro	Metro
S_{req}	Módulo de sección requerido	Metro^3
S_{max}	Módulo de sección máximo	Metro^3
M_{max}	Momento flector máximo	Newton. Metro
σ_{perm}	Esfuerzo permisible	Pascal
σ_x , σ_y	Esfuerzo permisible eje X y Y	Pascal
σ_{falla}	Esfuerzo de falla	Pascal
σ_{perm}	Esfuerzo permisible	Pascal
FS	Factor de seguridad	
F	Fuerza	Newton
μ	Coeficiente de fricción	
N	Normal (fuerza)	Newton
m	Masa	kg
g	Gravedad	Metro/segundo^2
V	Velocidad	Metro/segundo
P	Potencia	HP
n	Velocidad	rpm

φ_n	Angulo de presión normal	Grados sexagesimales
ψ	Angulo de hélice	Grados sexagesimales
φ_t	Angulo de presión tangencial	Grados sexagesimales
φ	Angulo de presión	Grados sexagesimales
BHN	Dureza Brinell	Brinell
k	Constante de profundidad	
N_P	Numero de dientes piñón	
N_{cr}	Numero de dientes cremallera	
P_d	Paso diametral	Dientes/pulgada
P_n	Paso diametral normal	Dientes/pulgada
P_t	Paso diametral tangencial	Dientes/pulgada
p_n	Paso circular normal	
p_t	Paso circular tangencial	
d_p	Diámetro de paso del piñón	Pulgadas
d_{cr}	Diámetro de paso de la cremallera	Pulgadas
Y_P	Factor de forma de Lewis piñón	
Y_{cr}	Factor de forma de Lewis cremallera	
J''_P	Factor geométrico piñón	
J'_P	Multiplicador del factor geométrico piñón	
J_P	Factor geométrico corregido piñón	
J''_{cr}	Factor geométrico cremallera	
J'_{cr}	Multiplicador del factor geométrico cremallera	
J_{cr}	Factor geométrico corregido cremallera	
W^t	Fuerza transmitida	Libra fuerza lbf
Q_v	Numero de calidad	
A,B y C	Parámetros según ecuación	
K_v	Factor dinámico	
F	Ancho de engrane	pulgadas
K_s	Factor de tamaño	
K_sp	Factor de tamaño piñón	
K_scr	Factor de tamaño cremallera	
$C_{mc}, C_{pf}, C_{pm}, C_{ma}, C_e$	Factores incluidos en el cálculo del factor de distribución de la carga	
K_m	Factor de distribución de la carga	
K_B	Factor de espesor	
m_B	Función de relación de apoyo	
t_R	Espesor del aro debajo del diente	
h_t	Profundidad total	
m_G	Relación de transmisión	
N_c	Vida del engrane	
Y_{Np}	Factor de ciclos de esfuerzo a la flexión piñón	
Y_{Ncr}	Factor de ciclos de esfuerzo a la flexión cremallera	
Z_{Np}	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia piñón	
Z_{Ncr}	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia cremall.	
K_R	Factor de confiabilidad	

K_T	Factor de temperatura	
C_f	Factor de condición superficial	
C_p	Coeficiente elástico	
S_{tp}	Esfuerzo de flexión permisible piñón	
S_{tcr}	Esfuerzo de flexión permisible cremallera	
$S_{c\,p}$	Resistencia a la fatiga por contacto piñón	
$S_{c\,cr}$	Resistencia a la fatiga por contacto cremallera	
C_H	Factor de relación de la dureza	
K_O	Factor de sobrecarga	
m_N	Relación de repartición de carga	
I	Factor geométrico de resistencia superficial	
σ_p	Esfuerzo de flexión permisible piñón	
σ_{cr}	Esfuerzo de flexión permisible cremallera	
$\sigma_{c\,p}$	Esfuerzo de contacto permisible piñón	
$\sigma_{c\,cr}$	Esfuerzo de contacto permisible cremallera	
$S_{f\,p}$	Factor de seguridad a la flexión piñón	
$S_{f\,cr}$	Factor de seguridad a la flexión cremallera	
$S_{H\,p}$	Factor de seguridad al contacto piñón	
$S_{H\,cr}$	Factor de seguridad al contacto cremallera	
a	Cabeza	Pulgadas
b	Raíz	Pulgadas
$a+b$	Profundidad total	Pulgadas
π/P_d	Paso circular	

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. ÁMBITO DE INFLUENCIA

La tecnología de primer mundo en la ingeniería mecánica muestra control en el área de procesos de fabricación y herramientas, con gran dominio en las maniobras tridimensional de todo tipo de objetos, lo cual despierta la necesidad de poder alcanzar dicha tecnología y lograr tener sus beneficios y mejoras en nuestro medio.

"La demanda en el sector metalmecánico registro un crecimiento de 6.1% en el primer cuatrimestre del 2018, indicó el ministro de producción Raúl Pérez" (Diario Gestion, 2018).

La producción industrial del sector metalmecánico peruano creció 10,2% entre enero del 2019 y octubre del 2018, impulsado por el crecimiento en inversión pública y privada según el Instituto de Estudios Económicos y Sociales (Sociedad Nacional de Industrias, 2019).

De acuerdo a estos datos, los procesos de manufactura, fabricación y producción deben ser cada vez más rápidos y ofrecer el más alto nivel de calidad, así la tecnología en el corte en materiales se convierte en un pilar que sirve para mejorar estos procesos y optimizar el funcionamiento de sus operaciones al máximo. Por tanto, el diseño y funcionamiento de las herramientas de corte deben poseer mayor desempeño.

1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El corte de planchas o chapas y diversas piezas de acero al carbono en la actualidad presenta muchas deficiencias en sus acabados de baja calidad, poca precisión, poco confiables, no óptimos para su adecuado uso en trabajos como: anaqueles ranurados, escaleras metálicas, plataformas estructurales, trompos de concreto, piezas de ascensores y más componentes fabricados mediante chapas. Obteniendo deficiencias en piezas donde la geometría no es tan sencilla y se necesita precisión al realizar: agujeros redondos, agujeros chinos, ranuras, corte esquinados a bisel y curvos, cortes con inclinaciones.

Así como tiempos elevados en el trabajo de corte, cual al caso está la máquina de punzonado que brinda el corte de planchas; sin embargo, conlleva de mucho tiempo al ser necesario cambiar la posición de los punzones y al mismo tiempo de su calibración, debido a que cada plancha o pieza de acero al carbono tiene su propia geometría y presenta dificultad al moverla o transportarla cuando esta posee un peso elevado.

Este problema está presente en la mayor parte de las empresas que trabajan con acero al carbono, utilizando herramientas como esmeriles y amoladoras con las cuales realizan el trabajo de corte de manera lineal y siguiendo trayectorias hechas a mano sobre las planchas o piezas, sin tener en cuenta las formas geométricas del corte en distintas planchas o piezas.

1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La presente investigación pretende responder: ¿cuál es el modelo matemático para realizar cortes más eficientes en piezas de acero al carbono con diferentes geometrías bidimensionales?

1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación tendrá trascendencia en la Ingeniería Mecánica y en el sector metalmecánica al convertirse en una herramienta eficiente en el trabajo de corte de piezas de acero al carbono, superando en eficiencia a otras herramientas de corte que tienen mucho tiempo en el mercado y hasta el momento no han podido desarrollar este aspecto importante.

El problema real que ha de resolver esta investigación es de obtener el mejor modelo matemático de interpolación polinómica tal que me permita graficar diferentes formas de figuras geométricas en planchas o piezas de acero al carbono, donde tales figuras geométricas serán las trayectorias de corte eficiente; junto a ello la calidad, la reducción en los tiempos, mayor eficiencia en los trabajos de corte y la comodidad.

La investigación planteada contribuirá a la importancia de los modelos matemáticos de interpolación polinómica en la ingeniería mecánica, dándose a conocer como solución al desarrollo de graficas a través de los puntos, por medio de los cuales no tal solo se graficaran figuras conocidas como cuadrados, circunferencias, elipses y más, figuras que están ya definidas mediante ecuaciones lineales y cuadráticas, si no que se podrá graficar figuras con muchas curvas; es decir figuras con ecuaciones mayores grados.

En el presente trabajo brindará la información necesaria para el desarrollo de una mesa de corte bidimensional, donde también será posible efectuarle mejoras como es el caso de utilizarlo para el trabajo de soldadura. Por tanto, el presente de trabajo es conveniente porque se entenderá el procedimiento de trabajo de muchas maquinas automatizadas ampliamente desarrolladas en los países de primer mundo.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar una mesa de corte bidimensional de 4mx2.5m para piezas de acero al carbono aplicando el modelo matemático de la Interpolación Polinómica.

1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar la recopilación de datos e informar lo relacionado a la Interpolación en la mesa de corte.
- Realizar el análisis de cinco modelos matemáticos de la Interpolación Polinómica determinando el más eficiente.
- Diseñar los elementos estructurales de la mesa de corte capaz de resistir la falla por fatiga.
- Calcular las reacciones en los soportes por el método de la rigidez.
- Diseñar la cremallera helicoidal y engranaje helicoidal de la mesa de corte.

1.6. LIMITACIONES DEL PROBLEMA

- La presente investigación mostrará la solución para el corte bidimensional a todo tipo de figuras geométricas; bajo los parámetros de ingeniería mecánica, no abordando la eléctrica, electrónica, informática, mecatrónica, ni parámetros de mecanizado del material como son velocidad de corte, profundidad de corte las cuales se relacionan al completo diseño de la mesa de corte.
- El diseño de la mesa de corte se realizará para dos grados de libertad, que es el requerido para el trabajo de corte.
- No se efectuará el módulo.

1.7. HIPÓTESIS

Con el diseño de una mesa y el modelo matemático de interpolación polinómica de Bézier es posible conseguir cortes más eficientes en piezas de acero al carbono con diferentes geometrías bidimensionales.

1.8. METODOLOGÍA DE LA TESIS

La presente investigación tendrá el enfoque cuantitativo porque buscaremos desarrollar, comprobar, describir la investigación.

1.8.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es correlacional – descriptivo, correlacional debido a que el comportamiento de una variable afecta el comportamiento de la otra variable, es decir están vinculadas y descriptivo porque se busca describir los resultados de la investigación sometida al diseño de la mesa de corte y análisis de interpolación polinómica.

1.8.2. FASES DEL PROCESO DE DISEÑO

El VDI 2221 será utilizado en las fases de proceso de este diseño las cuales son:

1.8.2.1. COMPRENSIÓN DE LA SOLICITUD

La primera etapa es comprender el problema definiendo las características del producto a diseñar, restricciones y recursos disponibles (tecnología, tiempos, plazos, etc.).

1.8.2.2. CONCEPTO DE SOLUCIÓN

Esta etapa nos permite obtener los conceptos de ingeniería que se empleara en la solución y el diseño del producto, es decir contar con un bosquejo de la solución completa, la forma en que van a trabajar las juntas y los posibles materiales a emplear.

1.8.2.3. ELABORACIÓN DEL PROYECTO

Al finalizar esta etapa ya se habrán hechos todos los cálculos de las piezas, se contará con un plano de ensamble y un listado de todas las piezas.

1.8.2.4. ELABORACIÓN (INGENIERÍA) DE DETALLES

Es la etapa final donde se obtendrán todos los planos para la fabricación y montaje de la máquina, así como se contará con todos los cálculos documentados, es decir se haría la ingeniería de detalle del proyecto.

El diseño será iterativo, porque se repetirá a un estado previo si existe algún error.

1.9. VARIABLES

1.9.1. VARIABLE DEPENDIENTE

- Cortes eficientes

1.9.2. VARIABLES INDEPENDIENTES

- Modelo matemático

2. REFERENCIA TEÓRICA

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Se ha desarrollado una numerosa cantidad de mesas de corte en países de elevado nivel en la industria manufacturera quienes han desarrollado mesas de corte automatizadas.

2.1.1. ANTECEDENTES NACIONALES

Tema: Interpolación y ajuste de superficies en componentes mecánicos digitalizados empleando superficies b-spline" Autor: Fernando Ygnacio Quevedo Dioses

Objetivo general:

Definir un sistema computacional basado en algoritmos para generar una superficie con un método de interpolación matemático, a partir de la digitalización de unos puntos representativos de una superficie a replicar perteneciente a partes mecánicas (moldes, utilajes, etc.), con un margen de error conocido y controlado (que no exceda un valor por encima de las tolerancias de fabricación), que permita la fabricación de la réplica de un componente mecánico analizado utilizando un software CAD-CAM.

Objetivos específicos:

Generar modelos de superficies geométricas de referencia con definición matemática exacta para determinar sus puntos de control de interpolación.

Realizar un algoritmo que permita obtener un modelo matemático de puntos basado en las superficies B-Spline, utilizando el software MATLAB que realice la interpolación superficial con este tipo de superficies.

Definir el margen de error entre los puntos de la superficie interpolada y los puntos de la superficie de referencia.

Digitalizar las superficies de los modelos fabricados utilizando el equipo necesario como la Máquina de Medición de Coordenadas con su palpador de contacto, obteniéndose nube de puntos en cada caso.

Generar las superficies interpoladas B-Spline a partir de los puntos de control de las superficies de los componentes mecánicos.

Analizar los resultados obtenidos, a partir del margen de error que permita comparar la superficie obtenida interpolada con la superficie de referencia que se va a replicar.

Conclusiones:

Con esta metodología de trabajo en que se utilizó el método de interpolación de superficie B-Spline, se logró obtener una nube de puntos formando una superficie interpolada que es similar a la superficie de la pieza original. Con este método se pudo controlar el margen de error admisible entre ambas superficies, garantizando que el componente mecánico que contiene a esta superficie obtenida pueda ser fabricado posteriormente en una máquina de control numérico CNC.

Con el método de interpolación de superficie B-Spline se obtienen nube de puntos de formas geométricas conocidas y complejas muy comunes en varios componentes mecánicos. Esta tecnología se está aplicando bastante en la actualidad logrando recuperar piezas antiguas. Este método de interpolación superficial es muy útil en la industria de los procesos de fabricación de Ingeniería Inversa.

La generación de la superficie crítica se obtiene variando la cantidad de puntos de control en cada dirección de la superficie, obteniendo la cantidad de puntos de control óptimo hasta que el margen de error admisible toma un valor constante. Aun aumentando la cantidad de puntos de control de la superficie crítica el margen de error no va variar.

La distancia entre dos puntos de control consecutivos debe mantenerse lo más constante posible para que el método de interpolación de superficie B-Spline pueda desarrollarse sin problemas en cualquier tipo de superficie. Esto se observó cuando se seleccionaba puntos de control en forma dispareja se obtuvieron puntos interpolados fuera de la zona a analizar.

Con el algoritmo basado en el método de interpolación superficial B-Spline se realizó un control local sobre una cierta zona de la superficie no afectando al resto de la misma; así mismo, se verificó que los grados de la superficie son independientes de la cantidad de los puntos de control.

Con este método de trabajo un alumno de pregrado o de maestría de Ing. Mecánica puede obtener superficies replicadas de componentes mecánicos con márgenes de errores admisibles de fabricación gracias a la ayuda de las superficies tipo B-Splines. Este trabajo es un aporte para que se sigan estudiando este tipo de curvas y superficies aplicables al área del diseño.

Logrando finalmente que sea muy útil en la industria de la fabricación de réplicas de piezas mecánicas.

Tema: Automatización de una máquina cortadora plasma para materiales metálicos de espesores entre 1 y 50 mm

Autor: Leonidas Israel Perez Peña

Objetivo general:

Realizar el diseño mecatrónico de una máquina para automatizar el proceso de corte plasma a partir de una cortadora plasma seleccionada de control manual o de uso mixto: manual y automatizable con el acople de un controlador externo.

Objetivos específicos:

Definir el problema como tal y sus requerimientos.

Diseñar un sistema mecánico que desplace el cabezal de corte sobre toda el área de trabajo y permita su movimiento a velocidades necesarias y permita acoplar en su estructura el terminal de una cortadora plasma, debe permitir regular la altura de la boquilla según se necesite.

Diseñar una mesa de trabajo que permita posicionar las diferentes piezas base, debe poseer resistencia mecánica suficiente para soportar el peso de los mismos, forma ergonómica y segura con estructuras internas para el soporte de accesorios incluyendo un sistema de absorción de gases, partículas generadas desde la antorcha y un sistema de ingreso de líquido refrigerante si requiere el proceso.

Acondicionar la energía suministrada a la máquina para cada subsistema, diseñar una vía de suministro de energía para cada componente que lo requiere.

Diseña un sistema de supervisión que verifique el estado de las variables de seguridad principales de la máquina, un subsistema que controlen los actuador y sensores que corresponden a cada sistema mecánico y un sistema que integre los dominios según los requerimientos del trabajo.

Diseñar un sistema de comunicación entre el receptor de información, los controladores principales y secundarios y los componentes que trasmiten o reciben información, una interfaz humano-máquina que permita al usuario ingresar los parámetros del corte por parte del operario,

diseñar algoritmos y procedimientos para interpretar la información recibida y generan la trayectoria a seguir en el caso de funcionamiento automático.

Conclusiones:

La capacidad de corte en relación al espesor está limitada a la potencia de la máquina cortadora que se acopla al sistema automático.

Se logró desplazar el haz de corte por sobre toda la superficie de trabajo (1.2 x1.2m) con una precisión de 0.5mm mediante tronillos de potencia y un controlador de altura (THC) el cual en su interior posee un motor DC y un tornillo sin fin.

El consumo eléctrico de la cortadora automática es al menor relativo al consumo de la cortadora plasma que se le acopla.

Se logró diseñar una máquina eco-amigable, no perjudicial al medio ambiente y con un diseño que permite la reutilización de sus componentes o reciclaje sin perjudicar su funcionalidad

2.1.2. ANTECEDENTES INTERNACIONALES

Tema: Diseño y construcción de una máquina cortadora plasma CNC en la empresa mecánica industrial “MOYA HNOS”

Autor: Renato Joaquín Carvajal Cabrera

Objetivo general:

Diseñar y construir una máquina cortadora plasma CNC en la empresa mecánica industrial “MOYA HNOS”

Objetivos específicos:

Recopilar información relevante sobre el proceso de corte por plasma.

Determinar los parámetros necesarios para la cortadora de plasma CNC.

Seleccionar los elementos de control y componentes de los mecanismos de desplazamientos.

Construir y realizar pruebas de funcionamiento.

Conclusiones:

Como se describe en el capítulo 1 y capítulo 2, el proceso de corte por plasma se lo ha venido realizando de forma manual, las funciones que realiza una cortadora por plasma CNC son cortes de figuras complejas y perforaciones, existen varios tipos de corte de plasma en donde solo se cambia el gas protector, el más común es el aire, también se describe las velocidades de trabajo que se pueden realizar en corte manual y corte por mecanizado, en el capítulo 2 se describe a que altura trabaja la antorcha con respecto a la plancha según el amperaje y espesor del material

Los parámetros necesarios para el funcionamiento de corte por plasma son el espesor de la plancha y el tipo de material, de ellos se determina el amperaje y la velocidad de avance de la mesa y la altura de la antorcha, así como también el tipo de gas protector y el gas para el plasma, para el proyecto técnico se determina que para chapas de acero comprendidas entre 1,2 a 4 mm la cortadora hypertherm 1250 cubre las necesidades de la empresa ya que puede trabajar con amperajes de 30 a 125 y velocidades de 350 mm/ min hasta 5330 mm/min, como gas protector y gas para el plasma se utiliza el aire.

El diseño fue realizado según la necesidad de la empresa Mecánica Industrial Moya y del usuario, ya que este deberá ser de fácil ensamblaje, se construyó para cortar planchas estándar es decir planchas enteras de dimensiones 1222mm X 2440mm, para el sistema de transmisión de potencia se usaron los husillos de bolas SFU 1610 que son los apropiados para el sistema en cada coordenadas ya sea en x, y o z, estos tornillos tienen una gran precisión; Según los cálculos realizado se determinó que los motores nema 23 de 3 [N-m] se utilizan para sistema de trasmisión con sus respectivos drivers HY-DIV268N- 5A, lo cual en el eje y se instalador 2 motores para obtener una mejor precisión en los cortes y pueda transportar sin dificultad el peso del sistema tanto como el eje como en x e y.

La cortadora por plasma CNC solo trabaja con materiales dúctiles como el acero negro con espesores de 1-19 mm, acero inoxidable con espesores de 1-3 mm, aluminio con espesores de 1-8 mm, se observó que no deja rebaba después de proceso de corte.

Tema: Diseño y Simulación de una maquina cortadora para tiras de otatillo

Autor: Oralio Hernández Alvarado

Objetivo general:

Diseñar y simular estáticamente los elementos mecánicos de la máquina cortadora para tiras de otatillo mediante el método de elemento finito, para mejorar la calidad de corte de otatillo y el tiempo de obtención de las tiras, eliminando los riesgos a accidentes por la manipulación de herramientas.

Objetivos específicos:

Determinar mediante un ensayo de compresión la resistencia mecánica paralela a las fibras del otatillo.

Analizar el proceso de producción de tiras de otatillo actual (proceso rústico) mediante la inspección visual a los artesanos para concebir las funcionalidades del prototipo.

Modelar mediante CAD y MEF, los mecanismos de la máquina cortadora para tiras de otatillo para la obtención de un prototipo confiable.

Conclusiones:

En base al objetivo principal y objetivos específicos planteados en el capítulo I, 'la investigación se concluye que si se cumplió al 100%, ya que se logró determinar la resistencia del otatillo mediante un ensayo de compresión paralela a las fibras, se realizó 3 visitas a la comunidad de Huazalinguillo para analizar el proceso de producción por el método rustico, encontrándose que el tiempo de producción necesita entre 45 minutos a 60 minutos, así mismo las tiras que se obtienen no son homogéneas.

La modelación de los componentes mecánicos y estructurales de la máquina cortadora para tiras de otatillo mediante CAD y MEF se logró al 100 %, ya que se analizó cada componente, determinándose que los esfuerzos presentes no provocan desplazamientos o deflexiones críticos que puedan provocar la falla y además que los factores de seguridad son mayores a 2 en todos los componentes que permitirán a la máquina un mejor desempeño, rendimiento y fiabilidad.

Con este prototipo, el tiempo de producción de las tiras se incrementa en un 364 %, por la velocidad de 25 mm/s desplazándose el otatillo hacia los cortadores. Distribuyéndose en 3 etapas de corte en una mesa de trabajo de 1200 mm de largo por 500 mm de ancho, lo que indica que la hipótesis es válida.

De acuerdo a la disposición de los mecanismos y los métodos de unión y ensamble, la operación es práctico y fácil mantenimiento ya que no se necesita herramienta especializada para el desmontaje de cada uno de los componentes. Para la determinación de la mejora en la calidad de corte, no se realizó la estimación, ya que es necesario manufacturar el prototipo para realizar las pruebas pertinentes de corte de tiras, y por lo tanto no se cumplió.

Tema: Generación automática de trayectorias para un robot manipulador utilizando procesamiento de imágenes.

Autor: Jorge Alberto Soto Cajiga

Objetivo General:

Desarrollar un método que simplifique la programación de trayectorias para un robot manipulador, automatizando la generación de las trayectorias a partir de una imagen digital utilizando técnicas de procesamiento digital de imágenes, herramientas matemáticas y de modelación y simulación 3-D. Para finalmente mostrar los resultados del proceso planteado y analizar la factibilidad de su uso.

Objetivos específicos:

Desarrollar y evaluar de un software de simulación del sistema en 3-D, para el cual se trabaja con una técnicas novedosa, poco utilizada y poco conocida en México, que es la utilización de librerías de OpenGL. Estas librerías se utilizan en el lenguaje de programación C++ y su principal apoyo radica en la optimización para visualización de gráficos, su facilidad para el manejo de transformación de matrices (muy útil en robótica), su portabilidad, sus posibilidades de expansión y su rendimiento.

Desarrollar y la utilizar de diferentes herramientas tanto matemáticas como de software. En las herramientas matemáticas se hace uso de métodos numéricos para calcular interpolaciones y calcular errores, se manejan matrices para el manejo de la cinemática, entre otras.

Conclusiones:

Existen dos formas básicas de programar la trayectoria en un robot manipulador, la programación Explícita y la programación Implícita. La programación que se está manejando para nuestro caso cae dentro de la programación textual explícita, ya que se realizan todos los cálculos fuera de línea, es decir no es necesario disponer del robot físicamente para programar

su tarea, con la ventaja de que el operador no tiene que realizar ningún cálculo ni escribir ninguna línea de código para programarlo. Esto es, todos los cálculos de cinemática se generan automáticamente a partir de la imagen adquirida, comprobándolos en la simulación en 3-D para tener la certeza de que el robot realizará correctamente su tarea

La interpolación por curvas paramétricas de algún contorno no sólo sirve para representar el contorno, sino que gracias a sus propiedades matemáticas sirven para resolver la cinemática de algunas máquinas o robots, principalmente para generar trayectorias. Es decir, la representación paramétrica y su interpolación son la base para el diseño del control cinemático de diferentes máquinas y robots.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. INTERPOLACIÓN

> "La interpolación es el proceso de determinar una función que represente exacta o próxima a una colección de datos". (Ezquerro, 2012, p.40)

La interpolación tiene como objetivo: la obtención de puntos nuevos los cuales obedecen a un patrón determinado y la obtención de una función que se verifique en todos los puntos conocidos y que permita calcular nuevos puntos como se requiera. (De la fuente, 2017, p.122)

En ciertas situaciones el usuario conoce el valor de los puntos x_1, x_2, …, x_n, pero no conoce una expresión analítica de la función f(x) que los contiene, de esta manera obtener la función permitirá calcular el valor para un punto arbitrario. Con frecuencia para obtener valores intermedios se estima entre datos definidos o puntos conocidos. (De la fuente, 2017, p.122)

> "Dados n + 1 puntos, hay uno y sólo un polinomio de grado n que pasa a través de todos los puntos. Por ejemplo, hay sólo una línea recta (polinomio de primer grado) que une dos puntos. De manera similar, únicamente una parábola une un conjunto de tres puntos. La interpolación polinomial consiste en determinar el polinomio único de n-ésimo grado que se ajuste a n + 1 puntos. Este polinomio, entonces, proporciona una fórmula para calcular valores intermedios". (Chapra, 2007, p.503)

2.2.1.1. INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

Dados los puntos (x_0, y_0); (x_1, y_1);…; (x_n, y_n), todas las abscisas deben ser diferentes y de preferencia en orden creciente. La fórmula de interpolación de Lagrange que pasa por todos los puntos está dada por:

$$f_n(x) = f(x_1)L_1(x) + \cdots + f(x_n)L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x)f(x_i)$$

El símbolo sumatoria representa de manera simplificada la suma del polinomio de Lagrange, desde $i = 0$ hasta n, n es el grado del polinomio y es igual al número de puntos menos 1. Las ordenadas de entre los puntos son $f(x_i)$ y $L_i(x)$ se obtiene:

$$L_i(x) = \frac{(x - x_1) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_1) \dots (x_i - x_n)} = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

El símbolo productoria representa de manera simplificada la multiplicación del polinomio de Lagrange, desde $j = 0$ hasta n, $j \neq$ i.

Por ejemplo, la versión lineal ($n = 1$) es:

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

Y la versión de segundo grado ($n = 2$) es

$$f_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2)$$

Y la versión de tercer grado es:

$$f_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} f(x_1)$$
$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} f(x_2) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} f(x_3)$$

(Sauer, 2013, p.140)

El teorema principal de la interpolación polinomial es que sean (x_0, y_0);…; (x_n, y_n), n parejas de puntos con distintas x_i. Entonces existe uno y solo un polinomio P de grado $n - 1$ o menor que satisface $P(x_k) = y_k$ para $k = 1, \dots, n$.

Para demostrar que solo hay un polinomio con estas características, suponga que hay dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ que son de grado $n - 1$ y que ambos interpolan todos los n puntos. Es decir $P(x_1) = Q(x_1) = y_1$, $P(x_2) = Q(x_2) = y_2$,…, $P(x_n) = Q(x_n) = y_n$. Ahora se

define un nuevo polinomio $H(x) = P(x) - Q(x)$ del mismo grado $n - 1$ y se observa que $0 = H(x_1) = H(x_2) = \cdots = H(x_n)$, es decir H tiene n ceros, un polinomio de grado d tiene d ceros, a menos que sea el polinomio idénticamente igual a cero, por lo tanto hay un único $P(x)$ de grado $\leq n - 1$ que interpola los n puntos (x_i, y_i).

(Sauer, 2013, p.141)

2.2.1.2. INTERPOLACIÓN DIFERENCIAS DIVIDIDAS DE NEWTON

El polinomio de n-ésimo grado de Newton tiene la forma:

$$f_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + \cdots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

De manera simplificada el polinomio de Newton será:

$$f_n(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^{n} a_i * \prod_{j=1}^{i} (x - x_j)$$

Para un polinomio de n-ésimo grado se requieren $n + 1$ puntos: (x_0, y_0); (x_1, y_1);…; (x_n, y_n), Usamos estos datos y las siguientes ecuaciones para evaluar los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_n$:

$$a_0 = f(x_0)$$

$$a_1 = f[x_1, x_0]$$

$$a_2 = f[x_2, x_1, x_0]$$

$$\vdots$$

$$a_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0]$$

Donde las evaluaciones de la función colocadas entre corchetes son diferencias dividas. Por ejemplo, la primera diferencia dividida finita en forma general se representa:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j}$$

La segunda diferencia dividida finita, que es la diferencia de las dos primeras diferencias divididas y la división de sus extremos, se expresa en forma general como:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k}$$

En forma similar, la n-ésima diferencia dividida finita es:

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0]}{x_n - x_0}$$

Estas diferencias divididas sirven para evaluar los coeficientes en las ecuaciones anteriores, los cuales se sustituirán en la ecuación.

$$f_n(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1)$$

$$+ \cdots + f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \qquad \text{ó}$$

$$f_n(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^{n} a_i * \prod_{j=1}^{i} (x - x_j)$$

Esta ecuación se conoce como polinomio de interpolación Diferencias Divididas de Newton. No se requiere que los datos utilizados en la ecuación estén igualmente espaciados o que los valores de abscisa estén en orden ascendente. Las ecuaciones de las diferencias divididas son recursivas (es decir, las diferencias de orden superior se calculan tomando diferencias de orden inferior). La Tabla 2.1 muestra la naturaleza de las diferencias divididas finitas.

(Sauer, 2013, p.141)

.

Tabla 2.1

Representación de la naturaleza recursiva de las diferencias divididas finitas.

i	x_i	$f(x_i)$	Primero	Segundo	
0	x_0	$f(x_0)$			
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$		
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_2, x_1] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$	$f[x_2, x_1, x_0] = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0}$	
3	x_3	$f(x_3)$	$f[x_3, x_2] = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$	$f[x_3, x_2, x_1] = \frac{f[x_3, x_2] - f[x_2, x_1]}{x_3 - x_1}$	…

Nota. Fuente: Interpolación Lineal de Newton en Diferencia Divididas de Métodos Numéricos para ingenieros Steven C. Chapra.

2.2.1.3. INTERPOLACIÓN DE HERMITE

También llamados polinomios osculantes representan una generalización de los polinomios de Taylor y Lagrange. Dados $n+1$ números distintos $x_0, x_1, \dots, x_n$ en $[a,b]$ y los enteros no negativos $m_0, m_1, \dots, m_n$ y $m = \max(m_0, m_1, \dots, m_n)$. El polinomio osculante que aproxima una función $f \in C^m\,[a,b]$, en x_i, para cada $i = 0, \dots, n$ es el polinomio de menor grado que concuerde con la función f y con todas sus derivadas de orden menor o igual que m_i en x_i para cada $i = 0, \dots, n$. El grado de este polinomio osculante es, a lo más:

$$M = \sum_{i=0}^{n} m_i + n$$

El polinomio osculante que aproxima f es el polinomio $P(x)$ de menor grado tal que:

$$\frac{d^k P(x_i)}{dx^k} = \frac{d^k f(x_i)}{dx^k} \text{ Para cada } i = 0, 1, \dots, n \qquad \text{y} \qquad k = 0, 1, \dots, m_i$$

Nótese que, cuando $n = 0$, el polinomio osculante que aproxima f es simplemente el polinomio m_0-ésimo de Taylor para f en x_0. Cuando $m_i = 0$ para cada i, el polinomio osculante es el n-esimo polinomio de Lagrange que interpola f en $x_0, x_1, \dots, x_n$.

Cuando $m_i = 1$ para cada $i = 0,1, \dots, n$, se produce una clase de polinomios denominados polinomios de Hermite. En una función dada f, estos últimos concuerdan con f en $x_0, x_1, \dots, x_n$. Además, como sus primeras derivadas concuerdan con las de f, tendrán la misma "forma" que la función en $(x_i, f(x_i))$, del mismo modo las líneas tangentes del polinomio coinciden con las de la función.

El polinomio de Hermite de grado a lo más $2n+1$, donde $f \in C^1\,[a,b]$ y $x_0, x_1, \dots, x_n \in [a,b]$ son distintos es:

$$H_{2n+1}(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j) H_{n.j}(x) + \sum_{j=0}^{n} f'(x_j) \widehat{H}_{n.j}(x)$$

El método más sencillo para generar las aproximaciones de Hermite tiene como base formula de diferencias divididas de Newton.

Los números $x_0, x_1, \dots, x_n$ se cambian por $z_0, z_1, \dots, z_{2n+1}$ conocidos para f y f'. Por tanto se debe cumplir que: $z_{2i} = z_{2i+1} = x_i$ para cada $i = 0,1, \dots, n$. al mismo tiempo que

$f[z_2, z_{2i+1}] = f'(z_{2i}) = f'(x_i)$, podremos usar las entradas o datos $f'(x_0), f'(x_1), \dots, f'(x_n)$, en vez de las primeras diferencias divididas no definidas:

$$f[z_0, z_1], f[z_2, z_3], \dots, f[z_{2n}, z_{2n+1}]$$

Este método utiliza la forma de las diferencias divididas de Newton, pero con su propio procedimiento, se muestra en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2
Diferencias Divididas de Hermite

z	$f(z)$	Primeras diferencias divididas	Segundas diferencias divididas
$z_0 = x_0$	$f(z_0) = f(x_0)$	$f[z_0, z_1] = f'(x_0)$	
$z_1 = x_0$	$f(z_1) = f(x_0)$		$f[z_0, z_1, z_2] = \frac{f[z_1, z_2] - f[z_0, z_1]}{z_2 - z_0}$
		$f[z_1, z_2] = \frac{f[z_2] - f[z_1]}{z_2 - z_1}$	
$z_2 = x_1$	$f(z_2) = f(x_1)$	$f[z_2, z_3] = f'(x_1)$	$f[z_1, z_2, z_3] = \frac{f[z_2, z_3] - f[z_1, z_2]}{z_3 - z_1}$
$z_3 = x_1$	$f(z_3) = f(x_1)$		
		$f[z_3, z_4] = \frac{f[z_4] - f[z_3]}{z_4 - z_3}$	$f[z_2, z_3, z_4] = \frac{f[z_3, z_4] - f[z_2, z_3]}{z_4 - z_2}$
$z_4 = x_2$	$f(z_4) = f(x_2)$	$f[z_4, z_5] = f'(x_2)$	$f[z_3, z_4, z_5] = \frac{f[z_4, z_3] - f[z_3, z_4]}{z_5 - z_3}$
$z_5 = x_2$	$f(z_5) = f(x_2)$		

Nota**.** Fuente: Diferencia Divididas del Polinomio de Hermite en Análisis Numérico Richard L. Burden

El polinomio de interpolación de Hermite está dado por:

$$H_{2n+1}(x) = f(z_0) + \sum_{k=1}^{2n+1} f[z_0, \dots, z_k](x - z_0)(x - z_1) \dots (x - z_{n-1})$$

(Burden, 2010, p.133)

2.2.1.4. INTERPOLACIÓN DE TRAZADORES CÚBICOS (SPLINES)

La naturaleza oscilatoria de los polinomios de alto grado y la propiedad de que una fluctuación en una parte pequeña de un intervalo puede ocasionar importantes fluctuaciones en todo el rango limita su utilización. El procedimiento alterno consiste en dividir el intervalo en una serie de sub-intervalos, y en cada sub-intervalo construir un polinomio diferente de aproximación. La aproximación polinómica fragmentaria más común utiliza polinomios entre cada par consecutivo de nodos y recibe el nombre de interpolación de trazadores cúbicos.

2.2.1.4.1. TRAZADORES LINEALES

La unión más simple entre dos puntos es una línea recta. Los trazadores de primer grado para un grupo de datos ordenados pueden definirse como un conjunto de funciones lineales. Ver figura 2.1.

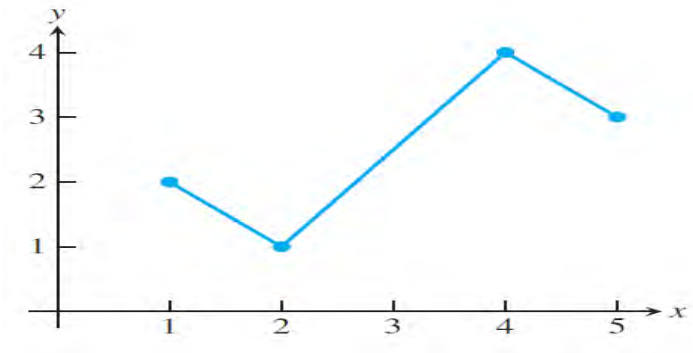
$$f(x) = f(x_0) + m_0(x - x_0) \quad x_0 \leq x \leq x_1$$

$$f(x) = f(x_1) + m_1(x - x_1) \quad x_1 \leq x \leq x_2$$

$$\vdots$$

$$f(x) = f(x_{n-1}) + m_{n-1}(x - x_{n-1}) \qquad x_{n-1} \leq x \leq x_n$$

Figura 2.1
Conjunto de Figuras Lineales



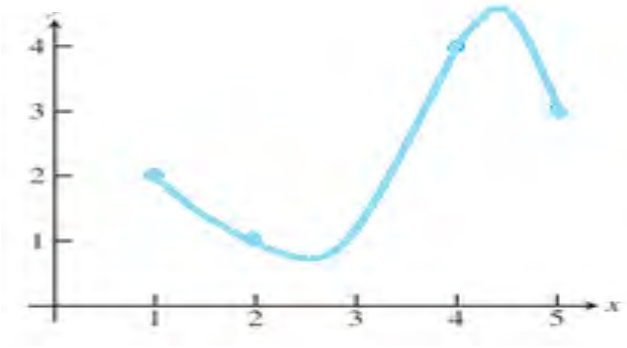
(Chapra, 2007, p.528)

2.2.1.4.2. TRAZADORES CUADRÁTICOS

Aunque los trazadores cuadráticos no aseguran segundas derivadas iguales en los nodos, sirven muy bien para demostrar el procedimiento general en el desarrollo de trazadores de grado superior. Su objetivo es obtener un polinomio de segundo grado para cada intervalo entre los datos, ver fig. 2.2. De manera general, el polinomio en cada intervalo se representa como:

$$f_i(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i$$

Figura 2.2
Polinomio de segundo grado



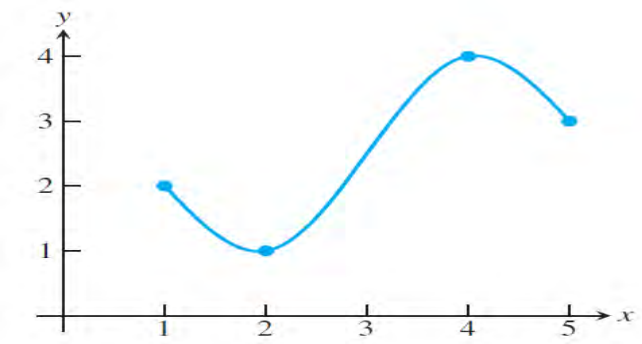
(Chapra, 2007, p.530)

2.2.1.4.3. TRAZADORES CÚBICOS

El objetivo en los trazadores cúbicos (splines) es obtener un polinomio de tercer grado con suavidad para cada intervalo entre los nodos:

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$$

Figura 2.3
Polinomio de tercer grado (cúbicos)



Las splines cubicas están destinadas a corregir esta deficiencia de las splines lineales y cuadráticas, con polinomios de tercer grado (cúbicos) ver figura 2.3.

$$S_1(x) = y_1 + b_1(x - x_1) + c_1(x - x_1)^2 + d_1(x - x_1)^3$$

$$S_2(x) = y_2 + b_2(x - x_2) + c_2(x - x_2)^2 + d_2(x - x_2)^3$$

$$\vdots$$

$$S_{n-1}(x) = y_{n-1} + b_{n-1}(x - x_{n-1}) + c_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + d_{n-1}(x - x_{n-1})^3$$

Para la cual cumple las siguientes propiedades:

$$S_i(x_i) = y_i \text{ y } S_i(x_{i+1}) = y_{i+1} \text{ para } i = 1, \dots, n-1$$

$$S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i) \text{ y para } i = 2, \dots, n-1$$

$$S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i) \text{ y para } i = 2, \dots, n-1$$

La propiedad 1 garantiza que la spline S(x) interpole los puntos de datos. La propiedad 2 obliga a las pendientes de las partes adyacentes de la spline a concordar en los puntos donde se encuentran, y la propiedad 3 hace lo mismo con la curvatura, representada por la segunda derivada.

Por lo general, se requieren tres coeficientes b_i, c_i, d_i por ecuación, lo que resulta en un total de $3(n-1) = 3n-3$ para satisfacer al número de incógnitas. Se tiene $3n-5$ ecuaciones, de la propiedad 1 $(n-1)$, de la propiedad 2 y 3 $(n-2)$. Por lo tanto, el sistema debe de igualarse el número de ecuaciones e incógnitas, llevando en este caso a añadir dos ecuaciones o condiciones. Hay varias maneras distintas de agregar dos condiciones adicionales, antes vemos propiedades fundamentales.

Propiedad 1 genera:

$$y_2 = S_1(x_2) = y_1 + b_1(x - x_1) + c_1(x - x_1)^2 + d_1(x - x_1)^3$$

$$\vdots$$

$$y_n = S_{n-1}(x_n) = y_{n-1} + b_{n-1}(x - x_{n-1}) + c_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + d_{n-1}(x - x_{n-1})^3$$

Propiedad 2 genera:

$$0 = S'_1(x_2) - S'_2(x_2) = b_1 + 2c_1(x_2 - x_1) + 3d_1(x - x_1)^2 - b_2$$

$$\vdots$$

$$0 = S'_{n-2}(x_{n-1}) - S'_{n-1}(x_{n-1}) = b_{n-2} + 2c_{n-2}(x_{n-1} - x_{n-2})$$

$$+3d_{n-2}(x_{n-1} - x_{n-2})^2 - b_{n-1}$$

Propiedad 3 genera:

$$0 = S''_1(x_2) - S''_2(x_2) = 2c_1 + 6d_1(x_2 - x_1) - 2c_2$$

$$\vdots$$

$$0 = S''_{n-2}(x_{n-1}) - S''_{n-1}(x_{n-1}) = 2c_{n-2} + 6d_{n-2}(x_{n-1} - x_{n-2}) - 2c_{n-1}$$

De esto resulta: $\delta_i = x_{i+1} - x_i \qquad \Delta_i = y_{i+1} - y_i$

$$d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3\delta_i} \dots a)$$

$$b_i = \frac{\Delta_i}{\delta_i} - \frac{\delta_i}{3}(2c_i + c_{i+1}) \dots b)$$

Al sustituir a) y b) en la propiedad 2 generada:

$$\delta_1 c_1 + 2(\delta_1 + \delta_2)c_2 + \delta_2 c_3 = 3(\frac{\Delta_2}{\delta_2} - \frac{\Delta_1}{\delta_1})$$

$$\vdots$$

$$\delta_{n-2}c_{n-2} + 2(\delta_{n-2} + \delta_{n-1})c_{n-1} + \delta_{n-1}c_n = 3(\frac{\Delta_{n-1}}{\delta_{n-1}} - \frac{\Delta_{n-2}}{\delta_{n-2}})$$

2.2.1.4.3.1. SPLINE NATURAL

Es la que satisface con estas dos condiciones,

$S''_1(x_1) = 0 \longrightarrow 2c_1 = 0$

$S''_{n-1}(x_n) = 0 \longrightarrow 2c_n = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & \dots & \\ \delta_1 & 2\delta_1 + 2\delta_2 & \delta_2 & & \dots & \\ 0 & \delta_2 & 2\delta_2 + 2\delta_3 & \delta_3 & & \\ 0 & \dots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{n-2} & 2\delta_{n-2} + 2\delta_{n-1} & \delta_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3(\frac{\Delta_2}{\delta_2} - \frac{\Delta_1}{\delta_1}) \\ \vdots \\ \vdots \\ 3(\frac{\Delta_{n-1}}{\delta_{n-1}} - \frac{\Delta_{n-2}}{\delta_{n-2}}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.2.1.4.3.2. SPLINE DE CURVATURA AJUSTADA

La spline cubica natural requiere establecer $S''_1(x_1)$ y $S''_{n-1}(x_n)$ para valores arbitrarios, elegidos por el usuario, en vez de cero. Esta opción corresponde a establecer las curvaturas deseadas en los extremos del punto izquierdo y derecho de la spline. Esto se traduce como las dos condiciones adicionales:

$S''_1(x_1) = v_1 \qquad 2c_1 = v_1$

$S''_{n-1}(x_n) = v_n \longrightarrow 2c_n = v_n$

Solo se modifica la primera y última fila:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_n \end{bmatrix}$$

2.2.1.4.3.3. SPLINE CÚBICA FIJA

Está alternativa es similar a la anterior, pero aquí son las primeras derivadas $S'_1(x_1)\ y\ S'_{n-1}(x_n)$ las que se establecen a los valores respectivos de v_1 y v_n especificados por el usuario. Por lo tanto, la pendiente al comienzo y al final de la spline está bajo el control de los usuarios.

Usando a) y b), la condición adicional $S'_1(x_1) = v_1$ puede escribirse como:

$$2\delta_1 c_1 + \delta_1 c_2 = 3(\frac{\Delta_1}{\delta_1} - v_1)$$

y $S'_{n-1}(x_n) = v_n$ como:

$$\delta_{n-1} c_{n-1} + 2\delta_{n-1} c_n = 3(v_n - \frac{\Delta_{n-1}}{\delta_{n-1}})$$

Los dos renglones correspondientes de la tabla son:

$$\begin{bmatrix} 2\delta_1 & \delta_1 & 0 & \dots & \dots & & & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \delta_{n-1} & & 2\delta_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(\frac{\Delta_1}{\delta_1} - v_1) \\ 3(v_n - \frac{\Delta_{n-1}}{\delta_{n-1}}) \end{bmatrix}$$

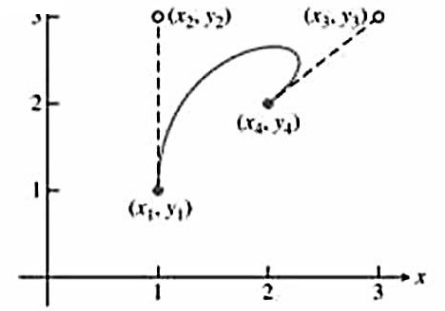
(Sauer, 2013, p.166)

2.2.1.4.3.4. INTERPOLACIÓN CURVAS DE BEZIER

Son splines que permiten al usuario controlar las pendientes en los nudos. A cambio de la libertad adicional, la suavidad de la primera y segunda derivada a través del nudo ya no está garantizada. Las splines de Bézier son adecuadas paras los casos donde las esquinas (primeras derivadas discontinuas) y los cambios bruscos de curvatura (segundas derivadas discontinuas).

Cada pieza de una spline de Bézier plana está determinada por cuatro puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$. El primero y el último de los puntos son puntos extremos de la curva spline, y los dos puntos de en medio son puntos de control, ver figura 2.4.

Figura 2.4
Curva spline



Dados los puntos:

$$b_x = 3(x_2 - x_1)$$

$$c_x = 3(x_3 - x_2) - b_x$$

$$d_x = x_4 - x_1 - b_x - c_x$$

$$b_y = 3(y_2 - y_1)$$

$$c_y = 3(y_3 - y_2) - b_y$$

$$d_y = y_4 - y_1 - b_y - c_y$$

La curva de Bézier se define para $0 \leq t \leq 1$ mediante:

$$x(t) = x_1 + b_x t + c_x t^2 + d_x t^3$$

$$y(t) = y_1 + b_y t + c_y t^2 + d_y t^3$$

Es fácil comprobar las afirmaciones del párrafo anterior a partir de las ecuaciones.

$x(0) = x_1$; $x'(0) = 3(x_2 - x_1)$; $x(1) = x_4$; $x'(1) = 3(x_4 - x_3)$ y en forma análoga se cumplen para $y(t)$.

(Sauer, 2013, p.179)

2.2.1.5. CÁLCULO DE ERROR

Está representado por:

$$E_t = valor\ verdadero - valor\ aproximado$$

$$\in_r = \frac{valor\ verdadero - valor\ aproximado}{valor\ verdadero} 100\%$$

Donde:

E_t: Error verdadero

$\in_r$: Error relativo porcentual verdadero

(Chapra, 2007, p.109)

2.2.2. MECÁNICA DE MATERIALES

2.2.2.1. MÉTODO DE LA RIGIDEZ

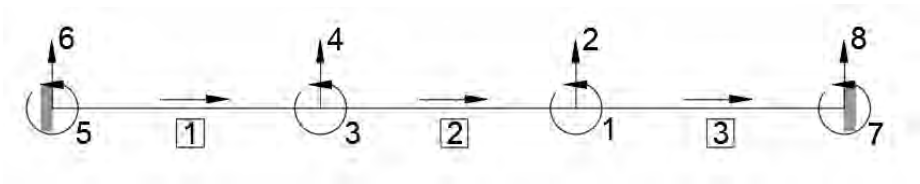
El siguiente método proporciona un medio para determinar los desplazamientos, las reacciones en los soportes y las cargas internas de los miembros o elementos finitos de una viga estáticamente determinada o estáticamente indeterminada.

Para poder aplicar este método primero debemos subdividir la viga en elementos finitos que la componen. De manera general cada elemento debe estar libre de carga y tener una sección prismática (constante a lo largo de su longitud).

2.2.2.1.1. COORDENADAS GLOBALES Y DEL ELEMENTO

Es necesario establecer un sistema de coordenadas a fin de precisar el sentido correcto de la dirección, figura 2.5. El primer sistema de coordenadas de la estructura o global x, y sirve para especificar el sentido de cada uno de los componentes de la fuerza externa y desplazamiento de nodos. El segundo sistema de coordenadas locales o del elemento x', y' sirve para especificar el sentido de dirección de sus desplazamientos y las cargas internas en el elemento analizado.

Figura 2.5
Sistema de coordenadas locales



La enumeración en los cuadrados de cada elemento empieza siempre de izquierda a derecha, las flechas en sentido vertical son las fuerzas conocidas y desconocidas, las flechas en rotación son los momentos conocidos y desconocidos; sin embargo, la ubicación de estas flechas es donde actuaran las fuerzas, reacciones y momentos correspondientes.

Las flechas en sentido vertical con dirección a y+ se considerarán positivos y los momentos en sentido anti horario se considerarán positivos. Tener en cuenta que para cada componente de la viga los ejes x y x' serán colineales y que las coordenadas globales y del elemento serán todas paralelas.

Cada elemento posee una matriz de rigidez, con 16 coeficientes de influencia k_{ij} que las componen y representan la carga sobre el elemento cuando este experimenta un desplazamiento unitario especifico.

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} Ny' & Nz' & Fy' & Fz' \end{array} \\
\begin{bmatrix} q_{Ny'} \\ q_{Nz'} \\ q_{Fy'} \\ q_{Nz'} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L^2} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{Ny'} \\ d_{Nz'} \\ d_{Fy'} \\ d_{Nz'} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$q = kd$$

k: Matriz de rigidez

q: Matriz de fuerzas

d: Matriz de desplazamiento

Las cargas en la viga pueden relacionarse con los desplazamientos si se utiliza la ecuación de rigidez y la partición de matrices. Aquí Q_k , Q_u y D_k , D_u representan cargas conocidas y desconocidas.

$$Q = KD$$

$$\begin{bmatrix} Q_k \\ \hline Qu \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} K_{11} & K_{12} \\ \hline K_{21} & K_{22} \end{array}\right] \begin{bmatrix} D_u \\ \hline D_k \end{bmatrix}$$

Al expandirla genera dos ecuaciones:

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

D_u*: Desplazamientos desconocidos*

Q_u*: Reacciones desconocidas*

D_k*: Desplazamientos conocidos*

Q_k*: Reacciones conocidas*

Las fuerzas del elemento pueden determinarse al calcular solo como elemento con la ecuación $q = kd$ y al añadir la reacción de extremo fijo q_o que le corresponde.

$$q = kd + q_o$$

(Hibbeler, 2010, p.575)

2.2.2.2. FALLA POR FATIGA

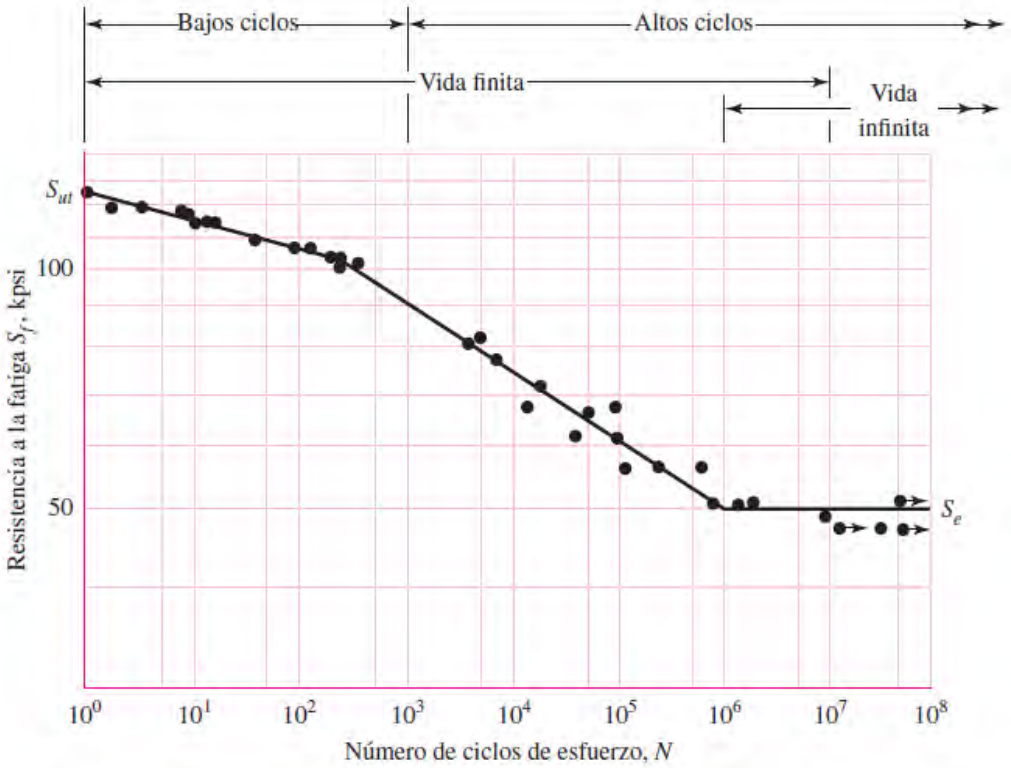
La ASTM define la fatiga como "el proceso de un localizado, permanente y progresivo cambio estructural sufrido por un material sujeto a condiciones que le producen tensiones y deformaciones en uno o varios puntos y que puede conducir a la producción de grietas o a la rotura después de un número suficiente de fluctuaciones".

Una falla por fatiga no proporciona una advertencia, esta es repentina y total, y por ende es peligrosa. Una falla por fatiga tiene una apariencia similar a la fractura frágil.

Por lo general, la vida de $1 \leq N \leq 10^3$ ciclos se clasifica como fatiga de bajo ciclaje, mientras que la fatiga de alto cic laje se considera cuando tiene $N > 10^3$ ciclos.

2.2.2.2.1. DIAGRAMA ESFUERZO-VIDA

Figura 2.6
Diagrama Esfuerzo-Vida S-N. Material acero UNS G41300



La figura 2.6 muestra una distinción entre vida finita que llega hasta 10^7 ciclos y la vida infinita a valores mayores de 10^6 de un material que fue sometido a ensayo, para este caso es el acero UNS G41300. El diagrama podemos observar que las ordenadas están los valores de la Resistencia a la fatiga (S_f) y en las abscisas se encuentra los ciclos de vida.

También indica que a mayor esfuerzo (S_f) de trabajo menor será la vida de un material, por lo tanto, lo indicado es trabajar con valores menores de S_f y con ciclos de vidas infinito para evitar la falla por fatiga.

2.2.2.2.2. FACTORES DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Son los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga, Marin (2008) "identifico factores que cuantifican los efectos de la condición superficial, el tamaño, la carga, la temperatura y varios otros puntos" (p. 279). La ecuación de Marin se escribe:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e\prime}$$

k_a : Factor de modificación de la condición superficial

$k_a = a{S_{ut}}^b$ Los valores de a y b se obtienen del Anexo para Fatiga

k_b : Factor de modificación del tamaño

$$k_b = \begin{matrix} 1.24{d_e}^{-0.107} & 2.79 \leq d_e \leq 51mm \\ 1.51{d_e}^{-0.157} & 51 < d_e < 254mm \end{matrix}$$

d_e: Diámetro efectivo, se obtiene de la Anexo para Fatiga

k_c : Factor de modificación de la carga

$$k_c = \begin{matrix} 1 & flexion \\ 0.85 & axial \\ 0.59 & torsion \end{matrix}$$

k_d : Factor de modificación de la temperatura

El valor de k_d se obtienen del Anexo para Fatiga.

k_e : Factor de confiabilidad

$k_e = 1 - 0.08z_a$ El valor de z_a se obtienen del Anexo para Fatiga.

k_f: Factor de modificación de efectos varios $k_f = 1$

$S_{e\prime}$: Límite de resistencia a la fatiga

$$S_{e\prime} = \begin{matrix} 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 200kpsi \\ 100kpsi & S_{ut} > 200kpsi \\ 700MPa & S_{ut} > 1400MPa \end{matrix}$$

S_e : Límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica de una parte de máquina.

Para determinar la resistencia a la fatiga se utiliza la siguiente formula:

$S_f = aN^b$, donde N es el número de vida en ciclos. Los valores de a y b se obtienen:

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{2} \quad y \quad b = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right)$$

El valor de $f = 0.9$ cuando $S_{ut} < 70kpsi$

(Budynas, 2008, p.258)

2.2.2.3. MOMENTO EN EXTREMO FIJO

Conocidos como FEM o momentos en extremos fijos, son momentos en las "paredes" o en las juntas fijas de un elemento cargado. Estos momentos pueden determinarse con base en la tabla (ver anexo B), dependiendo del tipo de carga sobre el elemento.
(Hibbeler, 2010, p.488)

2.2.2.4. AREAS TRIBUTARIAS

Cuando las superficies planas como piso o techos están soportadas por un marco estructural, es necesario determinar la forma en que se transmite la carga sobre estas superficies hacia los diversos elementos estructurales utilizados para su soporte. En general, existen dos formas en las que puede hacerse esto. La elección depende de la geometría del sistema estructural, el material del que está hecho y el método empleado para su construcción.

2.2.2.4.1. SISTEMA EN UNA DIRECCION

Si las longitudes del piso o techo cumplen estas condiciones: $L_2 > L_1$ y $\left({L_2}/{L_1}\right) > 2$ la carga tipo losa se comportará como un sistema en una dirección, ver figura 2.7, entonces la carga distribuida uniforme que actúa en la viga será:

$$W * L_1 = \left[\frac{kg}{m^3} * m\right] = \left[\frac{kg}{m^2}\right]$$

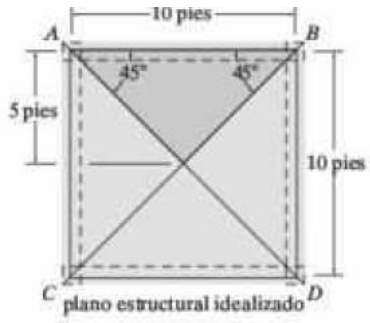
Figura 2.7
Carga distribuida uniforme que actúa en la viga

2.2.2.4.2. SISTEMA EN DOS DIRECCIONES

Si las longitudes del piso o techo cumplen estas condiciones: $L_2 > L_1$ y $\left({L_2}/{L_1}\right) \leq 2$ la carga tipo losa se comportará como un sistema en una dirección, ver figura 2.8, entonces la carga distribuida triangular variada que actúa en la viga será:

$$W * L_1 = \left[\frac{kg}{m^3} * m\right] = \left[\frac{kg}{m^2}\right]$$

Figura 2.8
Carga distribuida triangular que actúa en la viga



(Hibbeler, 2010, p.40)

2.2.2.5. DISEÑO DE VIGA

La mayoría de las vigas están fabricadas de materiales dúctiles. Por tanto, sólo hay que asegurarse que el esfuerzo flexionante y el esfuerzo cortante reales en la viga no excedan los esfuerzos flexionante y cortante permisibles para el material, tal como lo definen los códigos estructurales o mecánicos. Un diseño por flexión requiere la determinación del módulo de sección de la viga, una propiedad geométrica que es el cociente de I sobre c, es decir, $S = {I}/{c}$. si usamos la fórmula de la flexión, $\sigma = {Mc}/{I}$ se tiene:

$$S_{req} = \frac{M_{max}}{\sigma_{perm}}$$

Modificando para nuestro caso tenemos:

$$S_{max} = \frac{M_{max}}{\sigma_x}, \qquad S_{max} = \frac{M_{max}}{\sigma_y}$$

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{\sigma_{falla}}{\sigma_{perm}}$$

(Hibbeler, 2010, p.540)

2.2.3. TIPOS DE CORTE DE METAL

2.2.3.1. PLASMA

En física y química, el plasma es el cuarto estado de la materia gaseosa fuertemente ionizada, con igual número de cargas eléctricas libres positivas o negativas, no ligados a ningún átomo o molécula, esto se forma bajo temperaturas o presiones altamente elevadas.

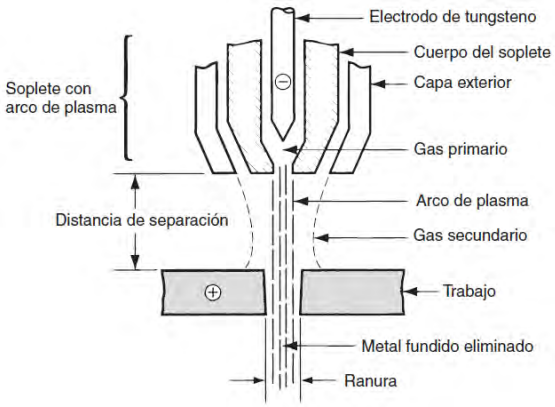
Figura 2.9
Estado plasma

Es un fluido, formado por electrones, e iones positivos libres con la capacidad de ser un buen conductor eléctrico y que responda fuertemente a los campos electromagnéticos. El plasma presenta unas propiedades diferentes de las de los sólidos, líquidos y gases, por lo que es considerado como el cuarto estado de la materia.

2.2.3.1.1. PROCESO DE MECANIZADO CON PLASMA

El procedimiento consiste en provocar un arco eléctrico estrangulado a través de la sección de la boquilla del soplete, de dimensiones mínimas, lo que concentra extraordinariamente la energía cinética del gas empleado, ionizándolo, y por polaridad adquiere la propiedad de cortar.

Figura 2.10
Partes del mecanizado con plasma



Resumiendo, el corte por plasma se basa en la acción térmica y mecánica de un chorro de gas calentado por un arco eléctrico de corriente continua establecido entre un electrodo (-) ubicado en la antorcha y (+) la pieza a mecanizar. El chorro de plasma lanzado contra la pieza penetra la totalidad del espesor a cortar, fundiendo y expulsando el material.

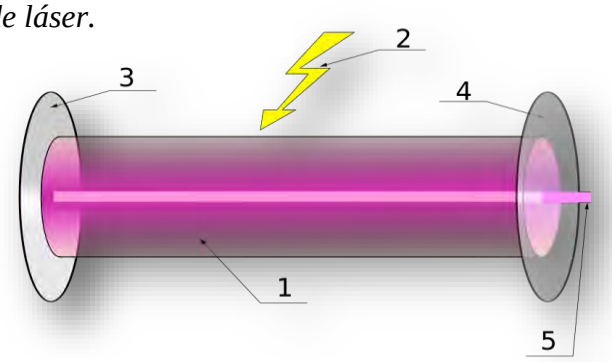
La ventaja principal de este sistema radica en la capacidad de poder cortar aceros inoxidables, así como casi todos los metales conductores de electricidad.

(Groover, 2007, p.633)

2.2.3.2. LASER

Un láser (del acrónimo inglés LASER, light amplification by stimulated emission of radiation; amplificación de luz por emisión estimulada de radiación) es un dispositivo de emisión inducida o estimulada, para generar un haz de luz coherente tanto espacial como temporalmente.

Figura 2.11
Elementos de un haz de láser.



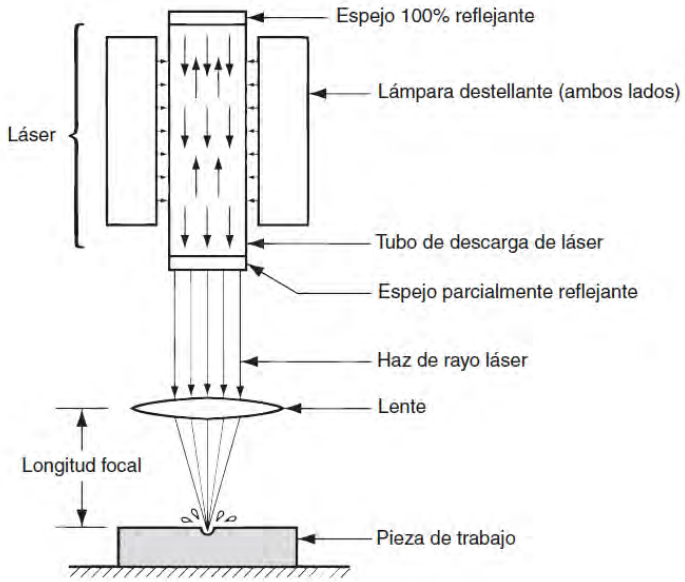
Un láser típico consta de tres elementos básicos de operación. Una cavidad óptica resonante (1), en la que la luz puede circular, que consta habitualmente de un par de espejos de los cuales uno es de alta reflectancia (3) (cercana al 100 %) y otro conocido como acoplador (4), que tiene una reflectancia menor con cavidad (5) y que permite la salida de la radiación láser.

Dentro de esta cavidad resonante se sitúa un medio activo con ganancia óptica, que puede ser sólido, líquido o gaseoso (habitualmente el gas se encontrará en estado de plasma parcialmente ionizado) que es el encargado de amplificar la luz. Para poder amplificar la luz, este medio activo necesita un cierto aporte de energía, llamada comúnmente bombeo (2). Este bombeo es generalmente un haz de luz (bombeo óptico) o una corriente eléctrica (bombeo eléctrico).

2.2.3.2.1. PROCESO DE MECANIZADO CON LASER

El láser refuerza la luz mediante absorción e irradiación de energía. El proceso empieza al dirigirse la energía a una barra de cristal (cuerpo del láser) o a una mezcla de gas especial (gas del láser). Esta energía se produce a través de la luz (lámparas de rayos o diodo láser), o mediante una descarga eléctrica.

Figura 2.12
Partes del mecanizado con láser



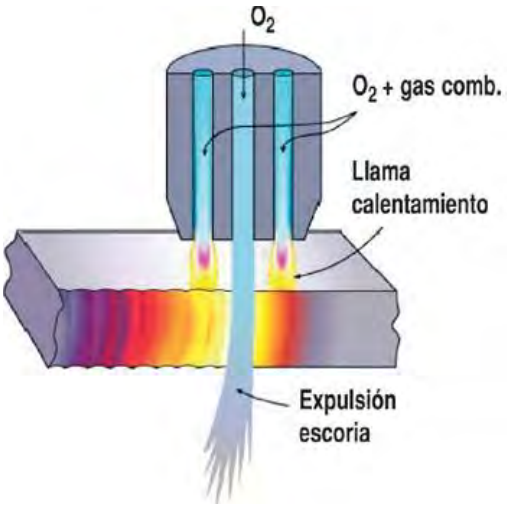
De esta forma, la barra de cristal o el gas, anteriormente activado por el láser, son dirigidos entre dos espejos, produciendo un resonador de luz. Este fenómeno proporciona al haz láser una dirección determinada. Una proporción de la luz del láser pasa por un espejo parcialmente traslúcido y se queda a disposición de la mecanización del material. La alta densidad de energía y la alta temperatura del rayo en el punto de enfoque o punto focal, permiten que se produzca la eliminación, haciendo que el material se fusione y se vaporice, obteniendo de este modo, la geometría y profundidad requeridos.

(Groover, 2007, p.632)

2.2.3.3. OXICORTE

El oxicorte es una técnica auxiliar a la soldadura, desarrollada desde 1903 y usada hasta la fecha en innumerables aplicaciones industriales, que se utiliza para la preparación de los bordes de las piezas a soldar cuando son de espesor considerable, y para realizar el corte de chapas, barras de acero al carbono de baja aleación u otros elementos ferrosos.

Figura 2.13
Partes del corte con oxicorte



2.2.3.3.1. PROCESO DE MECANIZADO DEL OXICORTE

La técnica del oxicorte comienza con el precalentamiento. Para ello, con el soplete utilizando parte del oxígeno y el gas combustible crea una llama de precalentamiento formada por un anillo perimetral en la boquilla de corte.

Acercando la llama de precalentamiento a la pieza, ésta se calienta hasta alcanzar la temperatura de combustión (aproximadamente 870 ºC). Se sabe que la pieza ha alcanzado esta temperatura porque el acero va adquiriendo tonalidades anaranjadas brillantes.

Una vez alcanzada la temperatura de ignición en la pieza, se actúa sobre el soplete para permitir la salida por el orificio central de la boquilla del chorro de oxígeno puro, con lo que se consigue enriquecer en oxígeno la atmósfera que rodea la pieza precalentada, y así, utilizando la llama de precalentamiento como agente iniciador, dar lugar a la combustión.

Como toda combustión, la oxidación del acero es una reacción altamente exotérmica, y es precisamente esta gran energía desprendida la que actúa a su vez como agente iniciador en las áreas colindantes, que las lleva a la temperatura de ignición y por tanto, hacer continuar el proceso de corte.
(Groover, 2007, p.634)

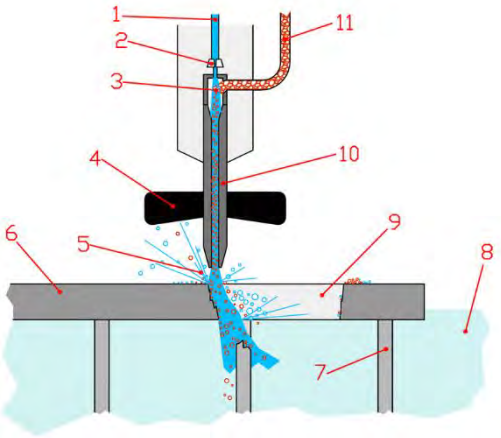
2.2.3.4. CHORRO DE AGUA

Es un proceso de índole mecánica, mediante el cual se consigue cortar cualquier material, haciendo impactar sobre éste un chorro de agua a gran velocidad que produce el acabado deseado.

Hoy en día es de máxima utilidad y comienza a ser un recurso habitual a la hora de mecanizar piezas. Resulta una herramienta muy versátil y cuya aplicación es extensible a prácticamente todos los trabajos industriales.

Diagrama de una máquina de corte por chorro de agua. (1) Alta presión de agua – (2) Enfoque – (3) Cámara de mezcla – (4) Tapa – (5) Salpicaduras – (6) Pieza de trabajo – (7) Pieza de red permanente – (8) Agua – (9) Parte de la pieza de trabajo cortada – (10) Boquilla – (11) Arena abrasiva.

Figura 2.14
Diagrama de una máquina de corte por chorro de agua.



2.2.3.4.1. PROCESO DE MECANIZADO POR CHORRO DE AGUA

El dispositivo consiste en un chorro de agua a presión, cuyo diámetro de la boquilla oscila entre 0,08 mm a 0,45 mm de diámetro, por el cual sale una mezcla de agua y abrasivo lanzado a una presión muy elevada, capaz de cortar cualquier tipo de material.

Uno de los elementos más importantes es la boquilla por la que sale el chorro; de ella depende la cohesión del chorro que condiciona en gran medida la viabilidad técnica de la aplicación, pues si el chorro es cónico se pierde poder de corte, precisión, calidad y las características de corte en seco.

La velocidad de corte es de máxima importancia, y esta dependerá de factores como la presión de la bomba y la capacidad del intensificador, diámetro de la tobera, cantidad y calidad de abrasivo y del espesor de la pieza. En referencia a valores de velocidad encontramos que todo este sistema de aporte de presión permite que el líquido salga por el orificio a una velocidad de 1000 metros por segundo.
(Groover, 2007, p.621)

2.2.3.5. MÁQUINA DE CORTE

Máquina profesional de corte láser LF1325L, trabaja en acero inoxidable de manera segura, la máquina cuenta con alta velocidad y precisión de corte estas características la convierten en la primera opción para los negocios de publicidad por la diversidad de diseños que se puede obtener. Cuenta con:

- Motor servo Delta.
- Tornillo TBI.
- Sistema de transmisión del guía Hiwin.
- Precisión de posicionamiento hasta 0.02mm.
- Alto rendimiento y práctico.
- El consumo de energía de corte de fibra 500w solo es 2kw por cada hora
- Sistema operativo fácil de usar, fácil de aprender, aprendizaje rápido

Figura 2.15
Máquina de corte.

La estructura de la máquina de corte laser son de aluminio en estándar aeroespacial y utiliza 4300 toneladas de prensa para fabricar su formación, después del tratamiento de envejecimiento la dureza puede llegar a T6 (tratamiento de dureza 6), que es la dureza más fuerte dentro de todos los puentes. El aluminio consigue una buena flexibilidad, un peso liviano, resistente a la corrosión y oxidación, pequeña densidad, aumenta la velocidad de procesamiento en gran medida.

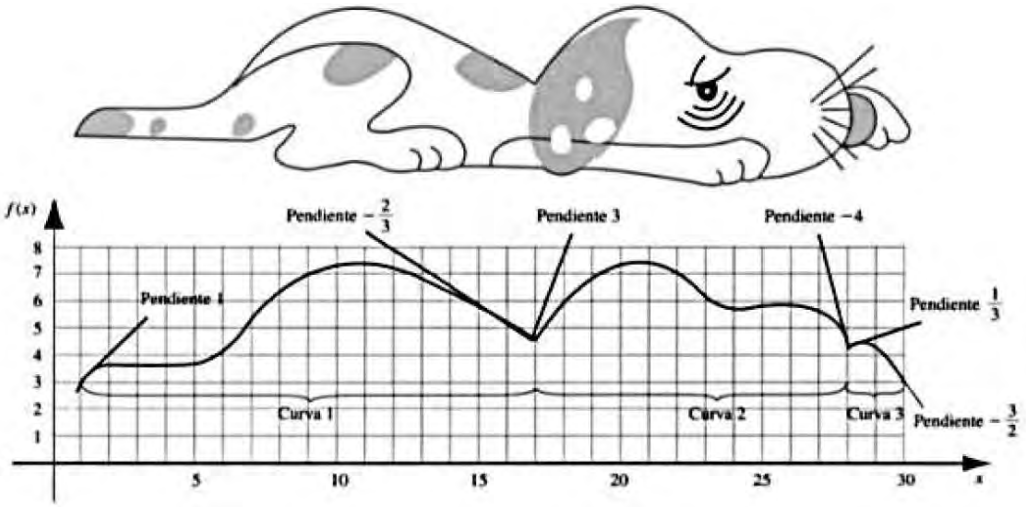
(Gweike, 2020)

3. CALCULO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DE LA INTERPOLACIÓN POLINÓMICA

3.1. FIGURA Y PUNTOS DE PARTIDA

Para demostrar el modelo más eficiente de los cinco modelos de interpolación polinómica, se escogen puntos de la figura 3.1 los cuales nos servirán para la obtención de cada modelo.

Figura 3.1
Ejemplo de interpolación



Trabajaremos con los siguientes puntos:

Tabla 3.1
Tabla de puntos para la interponlación polinomica.

x_i	1	2	5	6	7	8	10	13	17	20	23	24	25	27	27.7	28	29	30
$f(x_i)$	3	3.7	3.9	4.2	5.7	6.6	7.1	6.7	4.5	7	6.1	5.6	5.8	5.2	4.1	4.3	4.1	3

3.2. INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

Utilizando las ecuaciones de Lagrange del mencionado en el marco teórico se tiene:

Cada par coordenado se considera como punto.

El número de puntos = 18 desde x_0 hasta x_{17}

El grado de la ecuación será de grado $n = 18 - 1 = 17$

La ecuación de interpolación de Lagrange es:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i)$$

Esta ecuación indica que debemos realizar una sumatoria desde $i = 0$ hasta n que es el grado de la ecuación, de la multiplicación de $L_i(x)$y $f(x_i)$, donde $L_i(x)$es:

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Esta otra ecuación indica que primero se debe hacer una productoria o una multiplicación desde $j = 0$, considerando $j \neq$ i, hasta n que es el grado de la ecuación; considerando que Li(x) también estará sujeto a i desde 0 hasta 17. Y $f(x_i)$ son simplemente los puntos de las ordenadas que pertenecen a las coordenadas.

$$L_0(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{17} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

$$L_0(x) = \left(\frac{x - x_1}{x_0 - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_0 - x_3}\right)\left(\frac{x - x_4}{x_0 - x_4}\right)\dots\left(\frac{x - x_{16}}{x_0 - x_{16}}\right)\left(\frac{x - x_{17}}{x_0 - x_{17}}\right)$$

$$L_1(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_1 - x_3}\right)\left(\frac{x - x_4}{x_1 - x_4}\right)\dots\left(\frac{x - x_{16}}{x_1 - x_{16}}\right)\left(\frac{x - x_{17}}{x_1 - x_{17}}\right)$$

$$\vdots$$

$$L_{16}(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_{16} - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_{16} - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_{16} - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_{16} - x_3}\right)\dots\left(\frac{x - x_{15}}{x_{16} - x_{15}}\right)\left(\frac{x - x_{17}}{x_{16} - x_{17}}\right)$$

$$L_{17}(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_{17} - x_0}\right)\left(\frac{x - x_1}{x_{17} - x_1}\right)\left(\frac{x - x_2}{x_{17} - x_2}\right)\left(\frac{x - x_3}{x_{17} - x_3}\right)\dots\left(\frac{x - x_{15}}{x_{17} - x_{15}}\right)\left(\frac{x - x_{16}}{x_{17} - x_{16}}\right)$$

Reemplazando por los valores

$$L_0(x) = \left(\frac{x - 2}{1 - 2}\right)\left(\frac{x - 5}{1 - 5}\right)\left(\frac{x - 6}{1 - 6}\right)\left(\frac{x - 7}{1 - 7}\right)\dots\left(\frac{x - 29}{1 - 29}\right)\left(\frac{x - 30}{1 - 30}\right)$$

$$L_1(x) = \left(\frac{x - 1}{2 - 1}\right)\left(\frac{x - 5}{2 - 5}\right)\left(\frac{x - 6}{2 - 6}\right)\left(\frac{x - 7}{2 - 7}\right)\dots\left(\frac{x - 29}{2 - 29}\right)\left(\frac{x - 30}{2 - 30}\right)$$

$$\vdots$$

$$L_{16}(x) = \left(\frac{x - 1}{29 - 1}\right)\left(\frac{x - 2}{29 - 2}\right)\left(\frac{x - 5}{29 - 5}\right)\left(\frac{x - 6}{29 - 6}\right)\dots\left(\frac{x - 28}{29 - 28}\right)\left(\frac{x - 30}{29 - 30}\right)$$

$$L_{17}(x) = \left(\frac{x - 1}{30 - 1}\right)\left(\frac{x - 2}{30 - 2}\right)\left(\frac{x - 5}{30 - 5}\right)\left(\frac{x - 6}{30 - 6}\right)\dots\left(\frac{x - 28}{30 - 28}\right)\left(\frac{x - 29}{30 - 29}\right)$$

La ecuación de Lagrange seria:

$$f_{17}(x) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1) + \dots + L_{16}(x)f(x_{16}) + L_{17}(x)f(x_{17})$$

Reemplazando por los valores

$$f_{17}(x) = L_0(x) * 3 + L_1(x) * 3.7 + L_2(x) * 3.9 + \dots + L_{16}(x) * 4.1 + L_{17}(x) * 3$$

Se obtiene el polinomio de Lagrange:

$$f_{17}(x) = (4.4e-15) * x^{17} - (1.2e-12) * x^{16} + (1.5e-10) * x^{15} - (1.2e-08) * x^{14}$$

$$+(6.2e-07) * x^{13} - (2.3e-05) * x^{12} + (6.5e-04) * x^{11} - 0.014 * x^{10}$$

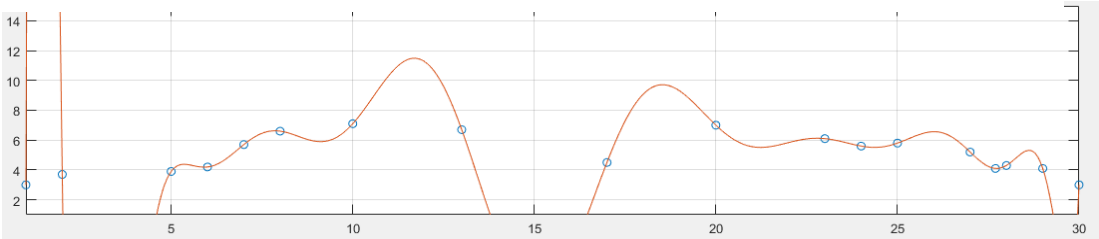
$$+0.2 * x^{9} - 2.8 * x^{8} + 26.4 * x^{7} - 188.5 * x^{6} + 997 * x^{5} - (3.8e+3) * x^{4}$$

$$+(9.8e+03) * x^{3} - (1.631e+04) * x^{2} + (1.495e+04) * x - (5.537e+03)$$

Utilizando el programa Matlab se reproduce el siguiente script.

```
% INTERPOLACION "POLINOMIO DE LAGRAGE"
clc,clear
format short
fprintf('INTERPOLACION "POLINIMIO DE LAGRAGE"\n\n\n');
xi=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las x: ');
yi=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las y: ');
n=length(xi);
plot (xi, yi, 'o')
hold on
x=sym('x');
for j=1:n
producto=1;
    for i=1:j-1
        producto=producto*(x-xi(i));
    end
    producto2=1;
    for i=j+1:n
    producto2=producto2*(x-xi(i));
    end
    producto3=1;
    for i=1:j-1
    producto3=producto3*(xi(j)-xi(i));
    end
    producto4=1;
    for i=j+1:n
    producto4=producto4*(xi(j)-xi(i));
    end
L(j)=(producto*producto2)/(producto3*producto4);
fprintf('\n L%d:\n',j-1)
disp(L(j))
end
Fx=0;
for j=1:n
Fx=Fx+L(j)*yi(j);
end
Fx=simplify(Fx)
fprintf('\n POLINOMIO INTERPOLANTE LAGRANGE: \n')
disp(Fx)
ezplot(Fx,[1,30,1,15])
grid on
opc=input('\nDesea aproximar un valor (si/no): ','s');
if opc=='si'
x=input('\nIngrese el punto a aproximar: ');
y=eval(Fx);
disp('La aproximacion a f(x) es:')
disp(y)
end
```

Figura 3.2
Grafica de Interpolación de Lagrange



3.3. INTERPOLACIÓN DE NEWTON

El polinomio de n-ésimo grado para la interpolación de Newton es:

$$f_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + \cdots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

El número de puntos = 18 desde x0 hasta x17

El grado de la ecuación será de grado n = 18-1 = 17

Los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_n$ se obtienen evaluando cada diferencia dividida en:

$$a_0 = f(x_0)$$

$$a_1 = f[x_1, x_0]$$

$$a_2 = f[x_2, x_1, x_0]$$

$$\vdots$$

$$a_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0]$$

La primera diferencia dividida en forma general se representa:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j}; \quad f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{3.7 - 3}{2 - 1} = 0.7$$

La segunda diferencia dividida:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k} = f[x_2, x_1, x_0] = \frac{0.7 - 0.066}{1 - 5} = -0.158$$

Y así sucesivamente hasta obtener todos los coeficientes.

Una manera más sencilla de obtener los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_n$ de la interpolación de Newton es realizar las diferencias divididas de la Tabla 2.1, descrita en el capítulo anterior. Para nuestro caso sería:

Tabla 3.2

Coeficientes de la interpolación de Newton.

x_i	$f(x_i)$																	
1	3	a_1																
2	3.7	0.7	a_2															
5	3.9	0.1	-0.16	a_3														
6	4.2	0.3	0.06	0.04	a_4													
7	5.7	1.5	0.6	0.11	0.01	a_5												
8	6.6	0.9	-0.3	-0.3	-0.068	-0.011	a_6											
10	7.1	0.2	-0.22	0.02	0.064	0.017	0.003	a_7										
13	6.7	-0.1	-0.08	0.02	4E-04	-0.008	-0.002	-4×10^{-4}	a_8									
17	4.5	-0.6	-0.06	0.00	-0.002	-2E-04	6E-04	2E-04	4×10^{-5}	a_9								
20	7	0.8	0.2	0.02	0.002	3E-04	4E-05	-4E-05	-1E-05	-3E-06	a_{10}							
23	6.1	-0.3	-0.19	-0.04	-0.005	-5E-04	-5E-05	-5E-06	2E-06	7E-07	2E-07	a_{11}						
24	5.6	-0.5	-0.05	0.02	0.005	7E-04	7E-05	7E-06	7E-07	-7E-08	-4E-08	-8E-09	a_{12}					
25	5.8	0.2	0.35	0.08	0.008	2E-04	-4E-05	-7E-06	-8E-07	-8E-08	-5E-10	2E-09	4E-10	a_{13}				
27	5.2	-0.3	-0.17	-0.13	-0.03	-0.004	-3E-04	-1E-05	-4E-07	2E-08	5E-09	2E-10	-5E-11	-2E-11	a_{14}			
28	4.1	-1.6	-0.47	-0.08	0.01	0.005	8E-04	8E-05	5E-06	3E-07	1E-08	4E-10	6E-12	2E-12	8E-13	a_{15}		
28	4.3	0.7	2.24	0.90	0.246	0.047	0.005	4E-04	2E-05	9E-07	3E-08	9E-10	3E-11	8E-13	-5E-14	-3E-14	a_{16}	
29	4.1	-0.2	-0.67	-1.45	-0.589	-0.167	-0.036	-0.005	-4E-04	-3E-05	-1E-06	-7E-08	-3E-09	-1E-10	-6E-12	-2E-13	-7E-15	a_{17}
30	3	-1.1	-0.45	0.09	0.516	0.221	0.065	14E-04	19E-04	2E-04	1E-05	7E-07	3E-08	2E-09	7E-11	3E-12	1E-13	4E-15

El polinomio de interpolación de Newton será de la forma:

$$f_{17}(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) + \cdots$$
$$+ f[x_{17}, x_{16}, \dots, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{16})$$

Reemplazando los valores tendremos el polinomio de Newton:

$$f_{17}(x) = (4.4e - 15) * a^{17} - (1.22e - 12) * a^{16} + (1.5e - 10) * a^{15} - (1.2e - 08) * a^{14}$$
$$+(6.1e - 07) * a^{13} - (2.3e - 05) * a^{12} + (6.5e - 04) * a^{11} - 0.01 * a^{10} + 0.2 * a^{9}$$
$$-2.8 * a^{8} + 26.4 * a^{7} - 188.5 * a^{6} + 997.01 * a^{5} - (3.8e + 03) * a^{4} + (9.86e + 03) * a^{3}$$
$$-(1.63e + 04) * a^{2} + (1.49e + 04) * a - (5.54e + 03)$$

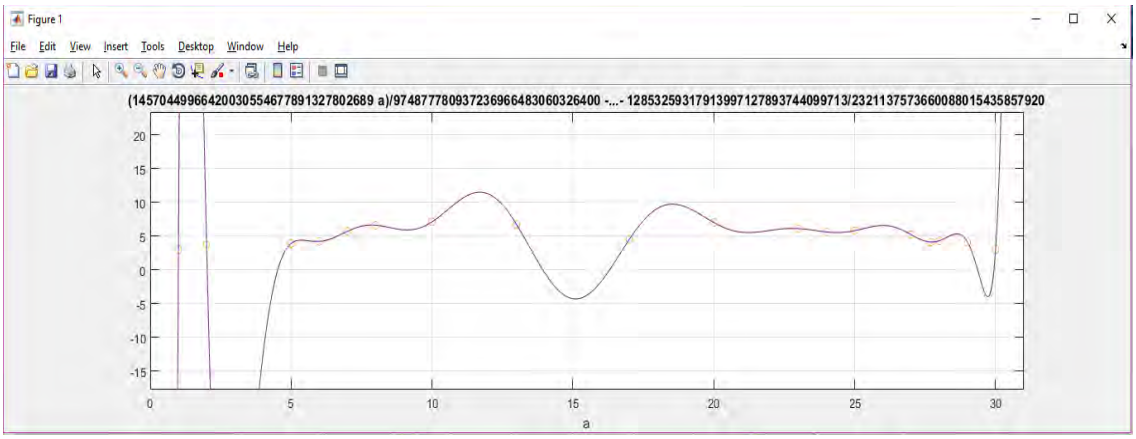
Utilizando el programa Matlab se reproduce el siguiente script.

```
clc,clear
format short
fprintf('INTERPOLACION "POLINIMIO DE NEWTON "\n\n\n');
x0=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las x: ');
y0=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las y: ');
n=input('Ingrese el numero de puntos: ');
plot(x0,y0,'o');
hold on
c=newtdifdiv(x0,y0,n);

function c=newtdd(x,y,n)
for j=1:n
  v(j,1)=y(j);        % Fill in y column of Newton triangle
end
for i=2:n             % For column i,
  for j=1:n+1-i       % fill in column from top to bottom
    v(j,i)=(v(j+1,i-1)-v(j,i-1))/(x(j+i-1)-x(j));
  end
end
for i=1:n
  c(i)=v(1,i);        % Read along top of triangle
end                   % for output coefficients
c
syms a;
Pa=c(1,1)+c(1,2)*(a-x(1,1))+c(1,3)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))+c(1,4)*(a-
x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))+c(1,5)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-
x(1,3))*(a-x(1,4))+c(1,6)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-
x(1,4))*(a-x(1,5))+c(1,7)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-
x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))+c(1,8)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-
x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))+c(1,9)*(a-
x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-
x(1,7))*(a-x(1,8))+c(1,10)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-
x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-
x(1,9))+c(1,11)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-
x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-
x(1,10))+c(1,12)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-
x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-
x(1,11))+c(1,13)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-
x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-
x(1,11))*(a-x(1,12))+c(1,14)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-
x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-
x(1,10))*(a-x(1,11))*(a-x(1,12))*(a-x(1,13))+c(1,15)*(a-x(1,1))*(a-
x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-
```

```
x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-x(1,11))*(a-x(1,12))*(a-x(1,13))*(a-
x(1,14))+c(1,16)*(a-x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-
x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-
x(1,11))*(a-x(1,12))*(a-x(1,13))*(a-x(1,14))*(a-x(1,15))+c(1,17)*(a-
x(1,1))*(a-x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-
x(1,7))*(a-x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-x(1,11))*(a-x(1,12))*(a-
x(1,13))*(a-x(1,14))*(a-x(1,15))*(a-x(1,16))+c(1,18)*(a-x(1,1))*(a-
x(1,2))*(a-x(1,3))*(a-x(1,4))*(a-x(1,5))*(a-x(1,6))*(a-x(1,7))*(a-
x(1,8))*(a-x(1,9))*(a-x(1,10))*(a-x(1,11))*(a-x(1,12))*(a-x(1,13))*(a-
x(1,14))*(a-x(1,15))*(a-x(1,16))*(a-x(1,17)); Pa=simplify(Pa)
disp(Pa)
ezplot(Pa,[0 31])
      grid on
```

Figura 3.3
Grafica de Interpolación de Newton



3.4. INTERPOLACIÓN DE HERMITE

El polinomio de interpolación de Hermite está dado por:

$$H_{2n+1}(x) = f(z_0) + \sum_{k=1}^{2n+1} f[z_0, \dots, z_k](x - z_0)(x - z_1) \dots (x - z_{n-1})$$

Los números $x_0, x_1, \dots, x_n$ son ahora $z_0, z_1, \dots, z_{2n+1}$ conocidos para f y f'. Por tanto se cumple que: $z_{2i} = z_{2i+1} = x_i$ para cada $i = 0,1, \dots, n$. considerando $i = 0$ resulta $z_0 = z_1 = x_0$ al mismo tiempo que $f[z_i, z_{2i+1}] = f'(x_i)$ que con $i = 0$ resulta $f[z_0, z_1] = f'(x_0)$

Tenemos 18 puntos, calculando $n = 18 - 1 = 17$ y el grado del polinomio Hermite es $2n + 1 = 35$, sin embargo por ser muchos puntos, se llevara a elaborarse grandes y extensas ecuaciones, por ello se tomara de cuatro en cuatro puntos para obtener tanto las ecuaciones y la gráfica de interpolación, entonces resultaran ecuaciones de tercer grado, lo que para Hermite resultaran ecuaciones de grado 7, utilizando la tabla 2.2 de diferencias divididas para Hermite, tenemos:

Figura 3.4

Primero cuatro puntos.

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
1.00	3.00	0.00
2.00	3.70	0.00
5.00	3.90	0.00
6.00	4.20	0.00

z_0 =1.00	x_0 =3.00						
		0.0000					
z_1 =1.00	x_0 =3.00		0.7000				
		0.7000		-1.4000			
z_2 =2.00	x_1 =3.70		-0.7000		0.3951		
		0.0000		0.1806		-0.1110	
z_3 =2.00	x_1 =3.70		0.0222		-0.0488		0.0251
		0.0667		-0.0148		0.0145	
z_4 =5.00	x_2 =3.90		-0.0222		0.0238		-0.0126
		0.0000		0.0806		-0.0485	
z_5 =5.00	x_2 =3.90		0.3000		-0.1701		
		0.3000		-0.6000			
z_6 =6.00	x_3 =4.20		-0.3000				
		0.0000					
z_7 =6.00	x_3 =4.20						

De los primeros cuatro puntos tenemos la siguiente ecuación:

$$H_7{}^1(x) = 3 + (x-1)(0) + (x-1)^2(0.7) + (x-1)^2(x-2)(-1.4)$$

$$+(x-1)^2(x-2)^2(0.4) + (x-1)^2(x-2)^2(x-5)(-0.1109)$$

$$+(x-1)^2(x-2)^2(x-5)^2(0.0251) + (x-1)^2(x-2)^2(x-5)^2(x-6)(-0.0075)$$

$$H_7{}^1(x) = -0.0075 * x^7 + 0.1910 * x^6 - 1.9759 * x^5 + 10.714 * x^4 - 32.4759 * x^3$$

$$+54.1405 * x^2 - 44.9227 * x + 17.3366$$

Los segundos cuatro puntos, considerando el último punto de los cuatro primeros.

Figura 3.5

Segundos cuatro puntos

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
6.00	4.20	0.00
7.00	5.70	0.00
8.00	6.60	0.00
10.00	7.10	0.00

z_6 =6.00	x_3 =4.20						
		0.0000					
z_7 =6.00	x_3 =4.20		1.5000				
		1.5000		-3.0000			
z_8 =7.00	x_4 =5.70		-1.5000		2.1000		
		0.0000		1.2000		-1.8000	
z_9 =7.00	x_4 =5.70		0.9000		-1.5000		0.5884
		0.9000		-1.8000		0.5535	
z_{10} =8.00	x_5 =6.60		-0.9000		0.7139		-0.1998
		0.0000		0.3417		-0.2108	
z_{11} =8.00	x_5 =6.60		0.1250		-0.1556		
		0.2500		-0.1250		-0.2898	
z_{12} =10.00	x_6 =7.10		-0.1250				
		0.0000					
z_{13} =10.00	x_6 =7.10						

$$H_7{}^2(x) = 4.2 + (x-6)(0) + (x-6)^2(1.5) + (x-6)^2(x-7)(-3)$$
$$+(x-6)^2(x-7)^2(2.1) + (x-6)^2(x-7)^2(x-8)(-1.8)$$
$$+(x-6)^2(x-7)^2(x-8)^2(0.58836806)$$
$$+(x-6)^2(x-7)^2(x-8)^2(x-10)(-0.19979745)$$

Se obtiene:

$$H_7{}^1(x) = -0.1998 * \mathrm{x}^7 + 10.9778 * \mathrm{x}^6 - 256.8778 * \mathrm{x}^5 + 3318.5096 * \mathrm{x}^4$$
$$-25563.2827 * \mathrm{x\hat{}3} + 117429.9671 * \mathrm{x\hat{}2} - 297879.1737 * \mathrm{x} + 321908.5731$$

Los terceros cuatro puntos, considerando el último punto de los cuatro segundos puntos, para hacer continuo al graficar.

Figura 3.6

Terceros cuatro puntos

z_{12} =10.00	x_6 =7.10						
		0.0000					
z_{13} =10.00	x_6 =7.10		-0.0444				
		-0.1333		0.0296			
z_{14} =13.00	x_7 =6.70		0.0444		-0.0079		
		0.0000		-0.0260		0.0031	
z_{15} =13.00	x_7 =6.70		-0.1375		0.0135		-0.0005
		-0.5500		0.0688		-0.0020	
z_{16} =17.00	x_8 =4.50		0.1375		-0.0070		0.00004
		0.0000		0.0200		-0.0001	
z_{17} =17.00	x_8 =4.50		0.2778		-0.0293		
		0.8333		-0.1852		-0.0032	
z_{18} =20.00	x_9 =7.00		-0.2778				
		0.0000					
z_{19} =20.00	x_9 =7.00						

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
10.00	7.10	0.00
13.00	6.70	0.00
17.00	4.50	0.00
20.00	7.00	0.00

$$H_7{}^3(x) = 7.1 + (x-10)(0) + (x-10)^2(-0.044444)$$
$$+(x-10)^2(x-13)(0.02962963) + (x-10)^2(x-13)^2(-0.00794596)$$
$$+(x-10)^2(x-13)^2(x-17)(0.00306865) + (x-10)^2(x-13)^2(x-17)^2(-0.0005118)$$
$$+(x-10)^2(x-13)^2(x-17)^2(x-20)(0.000039731)$$

Se obtiene:

$$H_7{}^3(x) = 0.00003 * \mathrm{x}^7 - 0.0045 * \mathrm{x}^6 + 0.2125 * \mathrm{x}^5 - 5.4844 * \mathrm{x}^4 + 83.2509 * \mathrm{x}^3$$
$$-743.8864 * \mathrm{x\hat{}2} + 3625.4018 * \mathrm{x} - 7432.4758$$

Los cuartos cuatro puntos, considerando el último punto de los cuatro terceros puntos, para hacer continuo al graficar.

Figura 3.7

Cuartos cuatro puntos

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
20.00	7.00	0.00
23.00	6.10	0.00
24.00	5.60	0.00
25.00	5.80	0.00

z_{18} =20.00	x_9 =7.00						
		0.0000					
z_{19} =20.00	x_9 =7.00		-0.1000				
		-0.3000		0.0667			
z_{20} =23.00	x_{10} =6.10		0.1000		-0.0542		
		0.0000		-0.1500		0.0854	
z_{21} =23.00	x_{10} =6.10		-0.5000		0.2875		-0.0516
		-0.5000		1.0000		-0.1725		0.0262
z_{22} =24.00	x_{11} =5.60		0.5000		-0.5750		0.0795
		0.0000		-0.1500		0.2250	
z_{23} =24.00	x_{11} =5.60		0.2000		-0.1250		
		0.2000		-0.4000			
z_{24} =25.00	x_{12} =5.80		-0.2000				
		0.0000					
z_{25} =25.00	x_{12} =5.80						

$$H_7{}^4(x) = 7 + (x-20)(0) + (x-20)^2(-0.1) + (x-20)^2(x-23)(0.0666667)$$
$$+(x-20)^2(x-23)^2(-0.05416667) + (x-20)^2(x-23)^2(x-24)(0.08541667)$$
$$+(x-20)^2(x-23)^2(x-24)^2(-0.05158333)$$
$$+(x-20)^2(x-23)^2(x-24)^2(x-25)(0.02621667)$$

Se obtiene:

$$H_7{}^4(x) = 0.0262 * \mathrm{x}^7 - 4.2200 * \mathrm{x}^6 + 290.7411 * \mathrm{x}^5 - 11113.1735 * \mathrm{x}^4$$
$$+254521.1053 * \mathrm{x\hat{}3} - 3492605.9153 * \mathrm{x\hat{}2} + 26587707.6117 * \mathrm{x} - 86616218.1366$$

Los quintos cuatro puntos, considerando el último punto de los cuatro cuartos puntos, para hacer continuo al graficar.

Figura 3.8

Quintos cuatro puntos

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
25.00	5.80	0.00
27.00	5.20	0.00
27.70	4.10	0.00
28.00	4.30	0.00

z_{24} =25.00	x_{12} =5.80						
		0.0000					
z_{25} =25.00	x_{12} =5.80		-0.1500				
		-0.3000		0.1500			
z_{26} =27.00	x_{13} =5.20		0.1500		-0.3841		
		0.0000		-0.8870		1.1438	
z_{27} =27.00	x_{13} =5.20		-2.2449		2.7041		-1.3969
		-1.5714		6.4140		-3.0469		-0.1242
z_{28} =27.70	x_{14} =4.10		2.2449		-6.4367		-1.7695
		0.0000		-0.0227		-8.3555	
z_{29} =27.70	x_{14} =4.10		2.2222		-14.792		
		0.6667		-14.815			
z_{30} =28.00	x_{15} =4.30		-2.2222				
		0.0000					
z_{31} =28.00	x_{15} =4.30						

$$H_7{}^5(x) = 5.8 + (x-25)(0) + (x-25)^2(-0.15)$$
$$+(x-25)^2(x-27)(0.15) + (x-25)^2(x-27)^2(-0.38407379)$$
$$+(x-25)^2(x-27)^2(x-27.7)(1.14375757)$$
$$+(x-25)^2(x-27)^2(x-27.7)^2(-1.39689047)$$
$$+(x-25)^2(x-27)^2(x-27.7)^2(x-28)(-0.12420932)$$

Se obtiene:

$$H_7{}^5(x) = -0.1242 * \mathrm{x}^7 + 21.8799 * \mathrm{x}^6 - 1645.0589 * \mathrm{x}^5 + 68399.16955 * \mathrm{x}^4$$
$$-1697558.6197 * \mathrm{x}^3 + 25129563.0162 * \mathrm{x}^2 - 205266974.29136 * \mathrm{x}$$
$$+712888022.915$$

Los últimos dos puntos, se le añadirá los dos últimos puntos de los cuatro quintos puntos, para hacer continuo al graficar.

Figura 3.9
Últimos cuatro puntos

z_{28} =27.70	x_{14} =4.10								
		0.0000							
z_{29} =27.70	x_{14} =4.10		2.2222						
		0.6667		-14.815					
z_{30} =28.00	x_{15} =4.30		-2.2222		12.5926				
		0.0000		1.5556		-10.370			
z_{31} =28.00	x_{15} =4.30		-0.2000		-0.8889		4.5776		
		-0.2000		0.4000		0.1582		-1.8359	
z_{32} =29.00	x_{16} =4.10		0.2000		-0.5250		0.3551		
		0.0000		-0.6500		0.9750			
z_{33} =29.00	x_{16} =4.10		-1.1000		1.4250				
		-1.1000		2.2000					
z_{34} =30.00	x_{17} =3.00		1.1000						
		0.0000							
z_{35} =30.00	x_{17} =3.00								

Xk	f(Xk)	f'(Xk)
27.70	4.10	0.00
28.00	4.30	0.00
29.00	4.10	0.00
30.00	3.00	0.00

$$H_7{}^6(x) = 4.1 + (x-27.7)(0) + (x-27.7)^2(2.222222)$$
$$+(x-27.7)^2(x-28)(-14.8148148) + (x-27.7)^2(x-28)^2(12.5925926)$$
$$+(x-27.7)^2(x-28)^2(x-29)(-10.3703704)$$
$$+(x-27.7)^2(x-28)^2(x-29)^2(4.57764475)$$
$$+(x-27.7)^2(x-28)^2(x-29)^2(x-30)(-1.83587816)$$

Se obtiene:

$$H_7{}^6(x) = -1.8358 * \mathrm{x}^7 + 370.6510 * \mathrm{x}^6 - 32065.2988 * \mathrm{x}^5 + 1540838.4403 * \mathrm{x}^4$$

$$-44417443.8227 * \mathrm{x}^3 + 768112621.0143 * \mathrm{x}^2 - 7378168576.2501 * \mathrm{x}$$

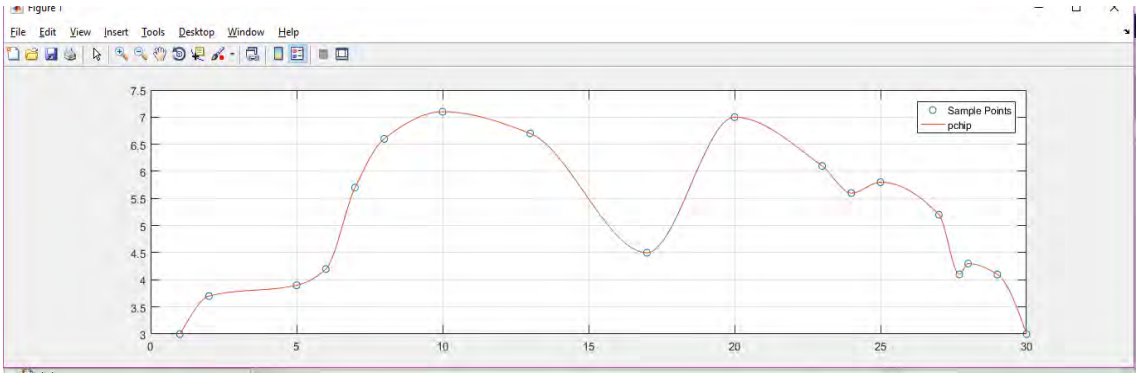
$$+30368238742.3395$$

La solución a este problema la tiene también el Matlab con el comando pchip que desarrolla la interpolación de Hermite Cubicos.

Utilizando el programa Matlab se reproduce el siguiente script.

```
clc,clear
format short
fprintf('INTERPOLACION "POLINIMIO HERMITE"\n\n\n');
x=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las x: ');
y=input('Ingrese los puntos pertenecientes a las y: ');
xq1 = 1:0.0001:30;
p = pchip(x,y,xq1);
s = spline(x,y,xq1);
plot(x,y,'o',xq1,p,'-',xq1,s,'-.')
legend('Sample Points','pchip','spline')
```

Figura 3.10
Grafica de Interpolación de Hermite Cúbicos



3.5. INTERPOLACIÓN DE TRAZADORES CÚBICOS (SPLINES)

Las splines cubicas con polinomios de tercer grado (cúbicos) tienen la forma:

$$S_1(x) = y_1 + b_1(x - x_1) + c_1(x - x_1)^2 + d_1(x - x_1)^3$$

$$S_2(x) = y_2 + b_2(x - x_2) + c_2(x - x_2)^2 + d_2(x - x_2)^3$$

$$\vdots$$

$$S_{n-1}(x) = y_{n-1} + b_{n-1}(x - x_{n-1}) + c_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + d_{n-1}(x - x_{n-1})^3$$

Donde las incógnitas a obtener son los coeficientes b_i, c_i, d_i; sabiendo que n es el número de puntos (18) y n ≥ 4, que utilizara la spline para efectuar los polinomios separándolos de 4 puntos en 4 puntos consecutivamente.

Teniendo en cuenta las propiedades de las splines, se evalúa para una spline natural:

$S''_1(x_1) = 0 \qquad S''_{n-1}(x_n) = 0$

Reemplazando $S''_1(x_1) = 0 => 2\,c_1 = 0 \qquad S''_{17}(x_{18}) = 0 => 2\,c_{18} = 0$

$$\delta_i = x_{i+1} - x_i \qquad \Delta_i = y_{i+1} - y_i \qquad d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3\delta_i} \quad b_i = \frac{\Delta_i}{\delta_i} - \frac{\delta_i}{3}(2c_i + c_{i+1})$$

$$\delta_1 = 2 - 1 = 1;\ \delta_2 = 5 - 2 = 3;\ \Delta_1 = 3.7 - 3 = 0.7;\ \Delta_2 = 3.9 - 3.7 = 0.2$$

Reemplazando estas ecuaciones y ordenándolas en función de c_i tenemos:

$$\delta_{n-2}c_{n-2} + 2(\delta_{n-2} + \delta_{n-1})c_{n-1} + \delta_{n-1}c_n = 3\left(\frac{\Delta_{n-1}}{\delta_{n-1}} - \frac{\Delta_{n-2}}{\delta_{n-2}}\right) para\ i = 1, \dots, n-1$$

$$n = 3, \qquad \delta_1 c_1 + 2(\delta_1 + \delta_2)c_2 + \delta_2 c_3 = 3\left(\frac{\Delta_2}{\delta_2} - \frac{\Delta_1}{\delta_1}\right) = 3(r_2 - r_1)$$

$$n = 4, \qquad \delta_2 c_2 + 2(\delta_2 + \delta_3)c_3 + \delta_3 c_4 = 3\left(\frac{\Delta_3}{\delta_3} - \frac{\Delta_2}{\delta_2}\right) = 3(r_3 - r_2)$$

$$\vdots$$

$$n - 1 = 17, \qquad \delta_{16}c_{16} + 2(\delta_{16} + \delta_{17})c_{17} + \delta_{17}c_{18} = 3\left(\frac{\Delta_{17}}{\delta_{17}} - \frac{\Delta_{16}}{\delta_{16}}\right) = 3(r_{17} - r_{16})$$

Colocando en estas ecuaciones lineales en una matriz:

$$
\left|\begin{array}{cccccccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\delta_1 & 2(\delta_1 + \delta_{2)} & \delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \delta_2 & 2(\delta_2 + \delta_3) & \delta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \delta_3 & 2(\delta_3 + \delta_4) & \delta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \delta_4 & 2(\delta_4 + \delta_{5(} & \delta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \delta_5 & 2(\delta_5 + \delta_6) & \delta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_6 & 2(\delta_6 + \delta_7) & \delta_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_7 & 2(\delta_7 + \delta_8) & \delta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_8 & 2(\delta_8 + \delta_9) & \delta_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_9 & 2(\delta_9 + \delta_{10}) & \delta_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{10} & 2(\delta_{10} + \delta_{11}) & \delta_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{11} & 2(\delta_{11} + \delta_{12}) & \delta_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{12} & 2(\delta_{12} + \delta_{13}) & \delta_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{13} & 2(\delta_{13} + \delta_{14}) & \delta_{14} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{14} & 2(\delta_{14} + \delta_{15}) & \delta_{15} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{15} & 2(\delta_{15} + \delta_{16}) & \delta_{16} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{16} & 2(\delta_{16} + \delta_{17}) & \delta_{17} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right|
\left|\begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{14} \\ c_{15} \\ c_{16} \\ c_{17} \\ c_{18} \end{array}\right|
=
\left|\begin{array}{c} 0 \\ 3(r_2 - r_1) \\ 3(r_3 - r_2) \\ 3(r_4 - r_3) \\ 3(r_5 - r_4) \\ 3(r_6 - r_5) \\ 3(r_7 - r_6) \\ 3(r_8 - r_7) \\ 3(r_9 - r_8) \\ 3(r_{10} - r_9) \\ 3(r_{11} - r_{10}) \\ 3(r_{12} - r_{11}) \\ 3(r_{13} - r_{12}) \\ 3(r_{14} - r_{13}) \\ 3(r_{15} - r_{14}) \\ 3(r_{16} - r_{15}) \\ 3(r_{17} - r_{16}) \\ 0 \end{array}\right|
$$

Calculamos los valores de:

$$\delta_1 = x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1;\quad \delta_2 = x_3 - x_2 = 5 - 2 = 3;\quad \delta_3 = x_4 - x_3 = 6 - 5 = 1;\ \dots\ ;\quad \delta_{17} = x_{18} - x_{17} = 30 - 29 = 1$$

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 3.7 - 3 = 0.7;\ \Delta_2 = y_3 - y_2 = 3.9 - 3.7 = 0.2;\ \Delta_3 = y_4 - y_3 = 4.2 - 3.9 = 0.3;\ \dots\ ;\quad \Delta_{17} = y_{18} - y_{17} = -1.1$$

$$r_1 = \frac{\Delta_1}{\delta_1} = \frac{0.7}{1} = 0.7;\quad r_2 = \frac{\Delta_2}{\delta_2} = \frac{0.2}{3} = 0.0667;\quad r_3 = \frac{\Delta_3}{\delta_3} = \frac{0.3}{1} = 0.3;\quad \dots\quad ; r_{17} = \frac{-1.1}{1} = -1.1$$

$$3(r_2 - r_1) = 3(0.0667 - 0.7) = -1.9;\quad \dots\quad ; 3(r_2 - r_1) = 3(-1.1 + 0.2) = -2.7$$

y reemplazamos donde corresponda:

$$\left|\begin{array}{cccccccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 3 & 8 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 10 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 14 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 14 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 12 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 8 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 5.4 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 2 & 0.3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 2.6 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right|
\left|\begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{14} \\ c_{15} \\ c_{16} \\ c_{17} \\ c_{18} \end{array}\right|
\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ = \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\left|\begin{array}{c} 0 \\ -1.9 \\ 0.7 \\ 3.6 \\ -1.8 \\ -1.95 \\ -1.15 \\ -1.25 \\ 4.15 \\ -3.4 \\ -0.6 \\ 2.1 \\ -1.5 \\ -3.8143 \\ 6.7143 \\ -2.6 \\ -2.7 \\ 0 \end{array}\right|$$

Obteniendo los resultados:

Tabla 3.3
Resultado de la interpolación de trazadores cúbicos (splines)

i	$\boldsymbol{b_i}$	$\boldsymbol{c_i}$	$\boldsymbol{d_i}$
1	0.7857	0	-0.0857
2	0.5286	-0.2572	0.0344
3	-0.0856	0.0525	0.3331
4	1.0187	1.0519	-0.5706
5	1.4107	-0.6599	0.1492
6	0.5385	-0.2122	0.034
7	0.0974	-0.0084	-0.0228
8	-0.5696	-0.2139	0.0547
9	0.3449	0.4426	-0.0933
10	0.4824	-0.3968	0.0453
11	-0.6744	0.0112	0.1632
12	-0.1623	0.5009	-0.1386
13	0.4237	0.0851	-0.2235
14	-1.9178	-1.2559	2.501
15	0.0004	3.9961	-5.9171
16	0.8004	-1.3293	0.3289
17	-0.8715	-0.3427	0.1142

Reemplazando los resultados obtenidos, tendremos los polinomios de los Trazadores Cúbicos:

$$S_1(x) = 3 + 0.7857(x-1) - 0.0857(x-1)^3$$

$$S_2(x) = 3.7 + 0.5286(x-2) - 0.2572(x-2)^2 + 0.0344(x-2)^3$$

$$\vdots$$

$$S_{16}(x) = 4.1 + 0.8004(x-29) - 1.3293(x-29)^2 + 0.3289(x-29)^3$$

$$S_{17}(x) = 3 - 0.8715(x-30) - 0.3427(x-30)^2 + 0.1142(x-30)^3$$

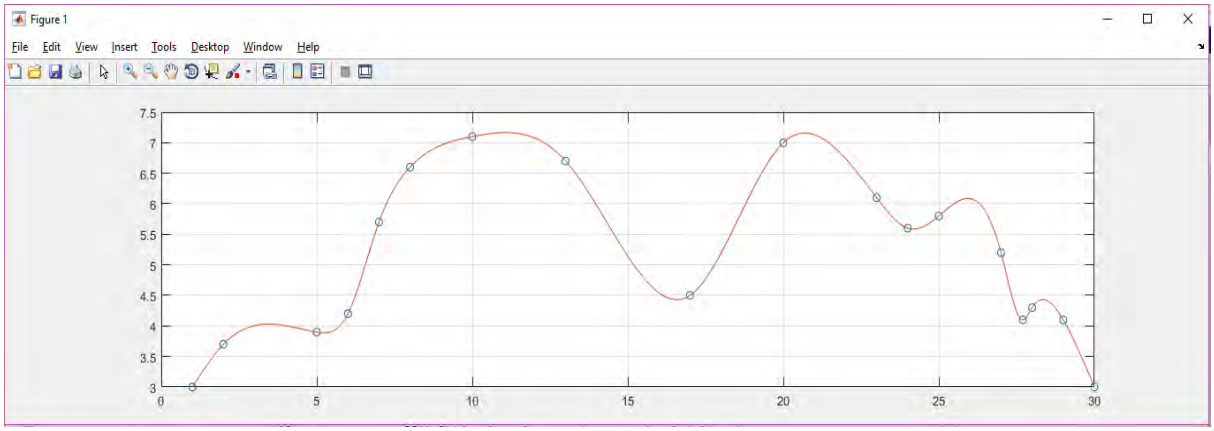
Utilizando el programa Matlab se reproduce el siguiente script.

```
function [x1,y1]=intspline(x,y,k)
n=length(x);
coeff=splinecoeff(x,y);
x1=[];y1=[];
for i=1:n-1
    xs=linspace(x(i),x(i+1),k+1);
    dx=xs-x(i);
    ys=coeff(i,3)*dx;
    ys=(ys+coeff(i,2)).*dx;
    ys=(ys+coeff(i,1)).*dx+y(i);
```

```
    x1=[x1;xs(1:k)'];y1=[y1;ys(1:k)'];
end
x1=[x1;x(end)];y1=[y1;y(end)];
plot(x,y,'o',x1,y1)
grid on
hold on
function coeff=splinecoeff(x,y)
n=length(x);v1=0;vn=0;
A=zeros(n,n);
r=zeros(n,1);
for i=1:n-1
    dx(i) = x(i+1)-x(i); dy(i)=y(i+1)-y(i);
end
for i=2:n-1
    A(i,i-1:i+1)=[dx(i-1) 2*(dx(i-1)+dx(i)) dx(i)];
    r(i)=3*(dy(i)/dx(i) - dy(i-1)/dx(i-1));
end
A(1,1) = 1;
A(n,n) = 1;
%A(1,1)=2;r(1)=v1;       % curvature-adj conditions
%A(n,n)=2;r(n)=vn;
%A(1,1:2)=[2*dx(1) dx(1)];r(1)=3*(dy(1)/dx(1)-v1); % clamped
%A(n,n-1:n)=[dx(n-1) 2*dx(n-1)];r(n)=3*(vn-dy(n-1)/dx(n-1));
%A(1,1:2)=[1 -1];        % parabol-term conditions, for n>=3
%A(n,n-1:n)=[1 -1];
%A(1,1:3)=[dx(2) -(dx(1)+dx(2)) dx(1)]; % not-a-knot for n>=4
%A(n,n-2:n)=[dx(n-1) -(dx(n-2)+dx(n-1)) dx(n-2)];
coeff=zeros(n,3);
coeff(:,2)=A\r;
for i=1:n-1
    coeff(i,3)=(coeff(i+1,2)-coeff(i,2))/(3*dx(i));
    coeff(i,1)=dy(i)/dx(i)-dx(i)*(2*coeff(i,2)+coeff(i+1,2))/3;
end
coeff=coeff(1:n-1,1:3);
```

Figura 3.11

Grafica de Interpolación de trazadores cúbicos (splines)



3.6. INTERPOLACIÓN CURVAS DE BEZIER

La curva de Bézier se define para $0 \leq t \leq 1$ mediante:

$$x(t) = x_1 + b_x t + c_x t^2 + d_x t^3$$

$$y(t) = y_1 + b_y t + c_y t^2 + d_y t^3$$

Cada pieza de una spline de Bézier plana está determinada por cuatro puntos, para nuestro caso serán $(2\,,3.7); (2.8\,,3.976); (3.5\,,4.03); (5\,,3.9)$. Los puntos de $(2\,,3.7); (5\,,3.9)$ son los extremos y $(2.8\,,3.976); (3.5\,,4.03)$ son los puntos de control que pueden ser reemplazables.

Resolviendo:

$$b_x = 3(x_2 - x_1) = 3(2.8 - 2) = 2.4$$

$$c_x = 3(x_3 - x_2) - b_x = 3(3.5 - 2.8) - 2.4 = -0.3$$

$$d_x = x_4 - x_1 - b_x - c_x = 5 - 2 - 2.4 + 0.3 = 0.9$$

$$b_y = 3(y_2 - y_1) = 3(3.976 - 3.7) = 0.828$$

$$c_y = 3(y_3 - y_2) - b_y = 3(4.03 - 3.976) - 0.828 = -0.666$$

$$d_y = y_4 - y_1 - b_y - c_y = 3.9 - 3.7 - 0.828 + 0.666 = 0.038$$

Obtenemos las curvas de Bézier:

$$x(t) = 2 + 2.4t - 0.3t^2 + 0.9t^3$$

$$y(t) = 3.7 + 0.828t - 0.666t^2 + 0.038t^3$$

Al graficar tenemos:

Figura 3.12
Gráfica de curva de Bezier

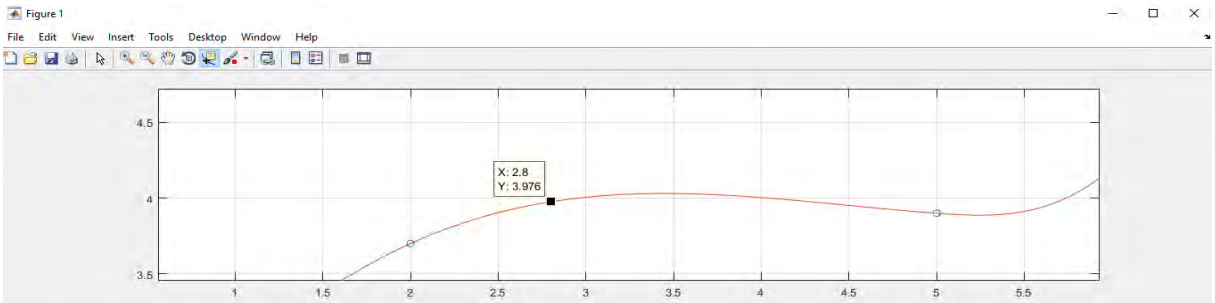
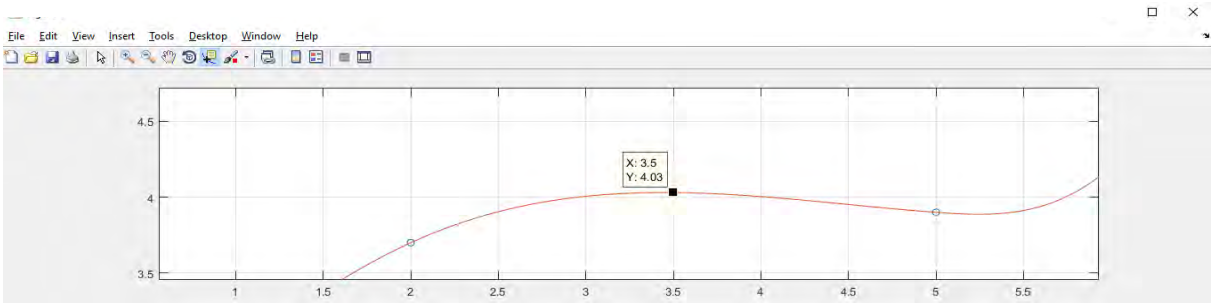


Figura 3.13
Gráfica de curva de Bezier



Ahora cambiamos los puntos de control por $(2.82\ , 3.827); (3.47\ , 3.88)$

Resolviendo:

$$b_x = 3(x_2 - x_1) = 3(2.82 - 2) = 2.46$$

$$c_x = 3(x_3 - x_2) - b_x = 3(3.47 - 2.82) - 2.46 = -0.51$$

$$d_x = x_4 - x_1 - b_x - c_x = 5 - 2 - 2.46 + 0.51 = 1.05$$

$$b_y = 3(y_2 - y_1) = 3(3.827 - 3.7) = 0.381$$

$$c_y = 3(y_3 - y_2) - b_y = 3(3.88 - 3.827) - 0.381 = -0.222$$

$$d_y = y_4 - y_1 - b_y - c_y = 3.9 - 3.7 - 0.381 + 0.222 = 0.041$$

Obtenemos las nuevas curvas de Bézier:

$$x(t) = 2 + 2.46t - 0.51t^2 + 1.05t^3$$

$$y(t) = 3.7 + 0.381t - 0.222t^2 + 0.041t^3$$

Al graficar tenemos:

Figura 3.14
Diferencias entre las gráficas de Bézier

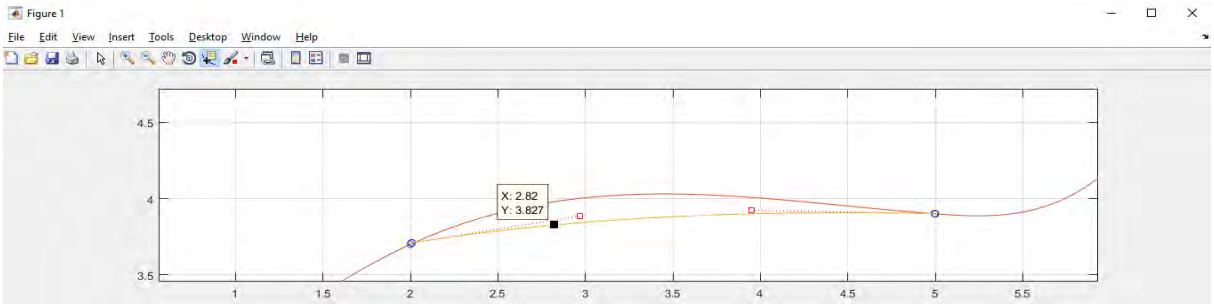
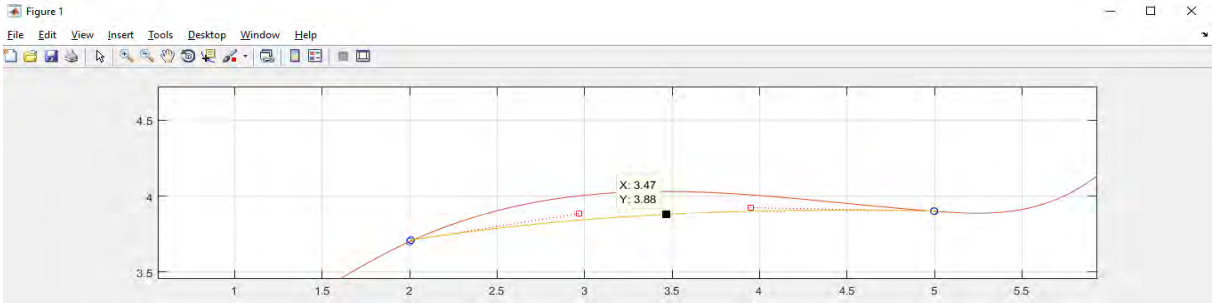


Figura 3.15
Diferencias entre las gráficas de Bézier



Utilizando el programa Matlab se reproduce el siguiente script.

```
function bezierdraw
plot([-1 1],[0,0],'k',[0 0],[-1 1],'k');hold on
t=0:.02:1;
[x,y]=ginput(1);            % utilizar click
while(0 == 0)
  [xnew,ynew] = ginput(3);  % click tres veces
  if length(xnew) < 3
    break                   % si regresa presionar, terminar
  end
  x=[x;xnew];y=[y;ynew];    % plot puntos spline y pts control
  plot([x(1) x(2)],[y(1) y(2)],'r:',x(2),y(2),'rs');
  plot([x(3) x(4)],[y(3) y(4)],'r:',x(3),y(3),'rs');
  plot(x(1),y(1),'bo',x(4),y(4),'bo');
  bx=3*(x(2)-x(1)); by=3*(y(2)-y(1)); % spline ecuaciones ...
  cx=3*(x(3)-x(2))-bx;cy=3*(y(3)-y(2))-by;
  dx=x(4)-x(1)-bx-cx;dy=y(4)-y(1)-by-cy;
  xp=x(1)+t.*(bx+t.*(cx+t*dx));    % método de Horner
  yp=y(1)+t.*(by+t.*(cy+t*dy));
  plot(xp,yp)               % plot curva spline
  x=x(4);y=y(4);            % convierte el último a primero y continua
end
     hold off
```

Figura 3.16
Grafica de Interpolación de Curva de Bezier

3.7. CALCULO DE ERROR DE INTERPOLACIÓN

Con las gráficas obtenidas podemos evaluar el error en cada interpolación en diferentes puntos que no sean iguales a los puntos originales y utilizaremos la fórmula de error relativo porcentual verdadero $\in_r$.

$$\in_r = \frac{valor\ verdadero - valor\ aproximado}{valor\ verdadero} 100\%$$

Tabla 3.4
Tabla comparativa de errores de Interpolación.

Error de Interpolación						
x	6.5	7.5	22	23.5	26	
Valor Verdadero	4.95	6.235	6.7615	5.8058	5.8562	
Interpolación de Lagrange						
y	4.7226	6.4583	5.8345	5.879	6.5643	Promedio %
Error Relativo Porcentual %	4.5939	3.5814	13.7103	1.2604	12.0917	7.0475
Interpolación de Newton						
y	4.7235	6.45705	5.83428	5.88	6.5625	Promedio %
Error Relativo Porcentual %	4.5757	3.5613	13.7135	1.2776	12.061	7.0378
Interpolación de Hermite						
y	4.871875	6.2384	6.5072	5.8011	5.6414	Promedio %
Error Relativo Porcentual %	1.5783	0.0551	3.7607	0.0815	3.6682	1.8287
Interpolación de Splines						
y	4.901	6.259	6.7403	5.786	6.0854	Promedio %
Error Relativo Porcentual %	0.9899	0.3849	0.3143	0.3415	3.9135	1.1888
Interpolación de Bézier						
y	4.95	6.235	6.7615	5.8058	5.8562	Promedio %
Error Relativo Porcentual %	0	0	$7.3948.10^{-5}$	$8.612.10^{-5}$	$8.538.10^{-5}$	$4.909.10^{-5}$

Al obtener los resultados se observa una interpolación lejana de Lagrange y Newton por requerir de muchos más puntos para la mejor precisión, así también se observa una cercanía de la interpolación de Hermite y Splines, sin embargo, la de mayor precisión es la interpolación de Bézier por ser a las curvas manipulables.

4. DISEÑO DE LA MESA DE CORTE POR EL MÉTODO DE LA RIGIDEZ Y LA FALLA POR FATIGA

4.1. PARAMETROS DE DISEÑO

Para el diseño de la mesa de corte se inicia determinando el área de trabajo; al mismo tiempo se estima pesos o cargas de diseño en función a los pesos existentes de los elementos que se ubiquen en la base superior y en el apoyo del tablero.

Las dimensiones del área de trabajo deben ser mayor o igual al tamaño estándar de la plancha o chapa que es de 3mx1.5m. Por este motivo las dimensiones de la mesa de corte son de 4m de largo por 2.5m de ancho, donde el área de trabajo se encuentra dentro de tales medidas.

Los pesos que se tienen en cuenta son los siguientes (ver anexo A):

- El peso de la máquina de corte por plasma es de 68kg y 83kg, catálogo Indura.
- El peso de la máquina de corte por oxicorte es de 47lb(21kg), catálogo Victor.
- El peso del cabezal de corte por chorro de agua pura es de 1.8kg, catálogo KMT.

De acuerdo a estos pesos se toma como peso de diseño de máquina de corte o cabezal de corte 95kg porque se tiene que tener en cuenta las piezas que servirán de soporte y también porque este peso tiene que ser mayor a todos los pesos mencionados para un buen diseño y está ubicado a 10cm de la base superior.

- El peso de los servomotores a utilizar es de 7.5kg, 9kg,11kg, 19.5kg, 23.5kg, 27.5kg, y 35kg aproximadamente, catálogo Yaskawa.

Por ser pesos aproximados se toma el peso de diseño del servomotor con 40kg que es mayor a los pesos mencionados.

La carga máxima es (ver anexo A):

- La carga máxima en el soporte del tablero 950kg/m^2, con una capacidad de corte de 25mm de espesor, catálogo TCI Cutting.

La carga máxima de diseño en toda el área de trabajo es 598.17kg/m^2, con una capacidad de corte de 25mm de espesor, porque se considera que es suficiente como límite máximo de carga.

$$Carga\ maxima\ de\ diseño = \rho_{acero}.espesor = 7850\frac{kg}{m^3}.3plg.\frac{0.0254m}{1pulg} = 598.17\frac{kg}{m^2}$$

En este estudio se considera el acero estructural ASTM A-36 como elemento a cortar y su diseño está influenciado por el fallo por fatiga, debido a la existencia de movimiento en dos

dimensiones en tanto las cargas estáticas se convierten en cargas móviles durante el proceso de corte. Se abrevia STCP (sin tener en cuenta el peso) y CP (considerando el peso).

4.2. CÁLCULO DE LA BASE SUPERIOR (STCP)

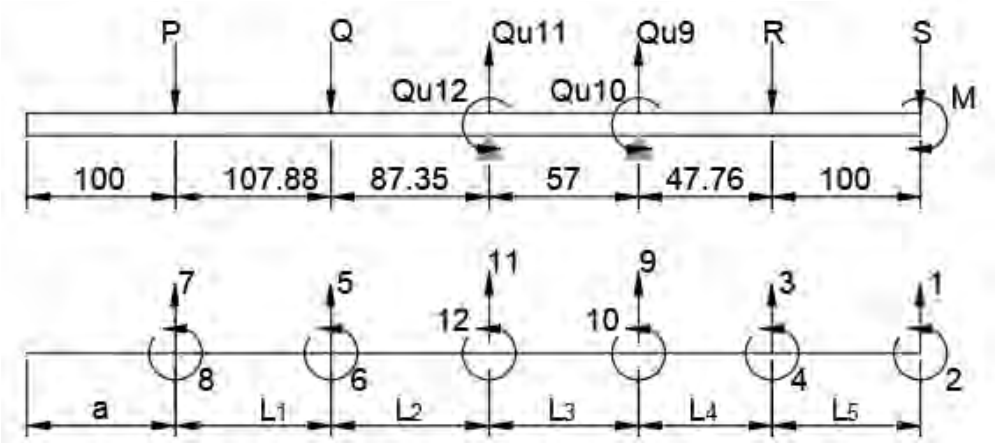
Conociendo los pesos de diseño de la máquina de corte (S), se añadirá 5kg por la cantidad de pernos, volandas, tuercas u otro elemento de unión a la base superior.

$S = 95kg + 5kg = 100kg = 981N$ y su momento $M = 95kg.10cm = 93.195Nm$, el peso de su sistema de refrigeración, alimentación y control (R) es $R = 40kg = 392.4N$ y del servomotor (Q): $Q = 40kg = 392.4N$, que se conectan con equipos electrónicos a través de cables de transmisión, y soportan a los cables de alimentación y refrigeración estos tienen un peso (P) de: $P = 30kg = 294.3N$

Tabla 4.1
Datos de fuerzas, momentos y longitud

	Datos		Unidades
Fuerza	P	294.3	N
Fuerza	Q	392.4	N
Fuerza	R	392.4	N
Fuerza	S	981	N
Momento	M	93.195	N.m
Longitud	L1	0.1079	m
Longitud	L2	0.0873	m
Longitud	L3	0.0570	m
Longitud	L4	0.0478	m
Longitud	L5	0.1000	m
Longitud	L	0.5000	m

Figura 4.1
Diagrama de fuerzas y momentos



La figura 4.1 muestra la posición de las cargas, momentos y las coordenadas globales del método de la rigidez, así como las longitudes. Aplicando el método de la rigidez se obtiene:

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = K_{11}D_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k {K_{11}}^{-1}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} -981 \\ -93.195 \\ -392.4 \\ 0 \\ -392.4 \\ 0 \\ -294.3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabla 4.2

Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez		
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 9555.47EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 18006.46EI$	$\frac{12EI}{{L_3}^3} = 64797.26EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 515.46EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 786.41EI$	$\frac{6EI}{{L_3}^2} = 1846.72EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 37.07EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 45.79EI$	$\frac{4EI}{L_3} = 70.17EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 18.54EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 22.89EI$	$\frac{2EI}{L_3} = 35.08EI$
$\frac{12EI}{{L_4}^3} = 110126.06EI$		$\frac{12EI}{{L_5}^3} = 12000EI$
$\frac{6EI}{{L_4}^2} = 2630.01EI$		$\frac{6EI}{{L_5}^2} = 600EI$
$\frac{4EI}{L_4} = 83.7458EI$		$\frac{4EI}{L_5} = 40EI$
$\frac{2EI}{L_4} = 41.87EI$		$\frac{2EI}{L_5} = 20EI$

$$k_1 = \begin{vmatrix} 9555.47 & 515.46 & -9555.47 & 515.46 \\ 515.46 & 37.08 & -515.46 & 18.54 \\ -9555.47 & -515.46 & 9555.47 & -515.46 \\ 515.46 & 18.54 & -515.46 & 37.08 \end{vmatrix}$$

$$k_2 = \begin{vmatrix} 18006.5 & 786.4 & -18006.4 & 786.4 \\ 786.41 & 45.79 & -786.41 & 22.90 \\ -18006.5 & -786.4 & 18006.4 & -786.4 \\ 786.41 & 22.90 & -786.41 & 45.79 \end{vmatrix} \quad k_3 = \begin{vmatrix} 64797.27 & 1846.72 & -64797.27 & 1846.72 \\ 1846.72 & 70.18 & -1846.72 & 35.09 \\ -64797.27 & -1846.72 & 64797.27 & -1846.72 \\ 1846.72 & 35.09 & -1846.72 & 70.18 \end{vmatrix}$$

$$k_4 = \begin{vmatrix} 110126.06 & 2630.01 & -110126.06 & 2630.01 \\ 2630.01 & 83.75 & -2630.01 & 41.87 \\ -110126.06 & -2630.01 & 110126.06 & -2630.01 \\ 2630.01 & 41.87 & -2630.01 & 83.75 \end{vmatrix} \quad k_5 = \begin{vmatrix} 12000 & 600 & -12000 & 600 \\ 600 & 40 & -600 & 20 \\ -12000 & -600 & 12000 & -600 \\ 600 & 20 & -600 & 40 \end{vmatrix}$$

$\boldsymbol{Q}$		$\boldsymbol{K}$													$\boldsymbol{D_u}$
-981		12000	-600	-12000.00	-600.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		D1
-93.20	=	-600	40	600.00	20.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		D2
-392.4		-12000	600	122126.06	-2030.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-110126.06	-2630.01	0.00	0.00		D3
0		-600	20	-2030.01	123.75	0.00	0.00	0.00	0.00	2630.01	41.87	0.00	0.00		D4
-392.4		0.00	0.00	0.00	0.00	27561.93	270.95	-9555.47	-515.46	0.00	0.00	-18006.46	786.41		D5
0		0.00	0.00	0.00	0.00	270.95	82.87	515.46	18.54	0.00	0.00	-786.41	22.90		D6
-294.3		0.00	0.00	0.00	0.00	-9555.47	515.46	9555.47	515.46	0.00	0.00	0.00	0.00		D7
0		0.00	0.00	0.00	0.00	-515.46	18.54	515.46	37.08	0.00	0.00	0.00	0.00		D8
Q9		0.00	0.00	-110126.06	2630.01	0.00	0.00	0.00	0.00	174923.32	783.29	-64797.27	-1846.72		0
Q10		0.00	0.00	-2630.01	41.87	0.00	0.00	0.00	0.00	783.29	153.92	1846.72	35.09		0
Q11		0.00	0.00	0.00	0.00	-18006.46	-786.41	0.00	0.00	-64797.27	1846.72	82803.72	1060.31		0
Q12		0.00	0.00	0.00	0.00	786.41	22.90	0.00	0.00	-1846.72	35.09	1060.31	115.97		0

$\boldsymbol{K^{-1}}$								$\boldsymbol{Q}$			$\boldsymbol{D_u}$
0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-981	=	D1	-2.1314
0.01	0.15	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	-93.20		D2	-24.9280
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-392.4		D3	-0.2681
0.01	0.05	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0		D4	-10.7035
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-392.4		D5	-0.2737
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.01	0.09	0		D6	5.3931
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	-0.02	-294.3		D7	-0.9787
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.02	0.20	0		D8	7.1059

	$\boldsymbol{Q_u}$	
Q9	1373.40	N
Q10	256.89	Nm
Q11	686.70	N
Q12	-91.73	Nm

Las cargas desconocidas utilizando la formula del método de rigidez y se obtienen: $\boldsymbol{Q_u} = \boldsymbol{K_{21}}\boldsymbol{D_u}$

Para obtener las dimensiones de la base superior, efectuamos el diagrama de fuerza cortante y el diagrama de momentos, así también calculamos el esfuerzo por fatiga.

Figura 4.2
Diagrama de fuerza cortante y momento

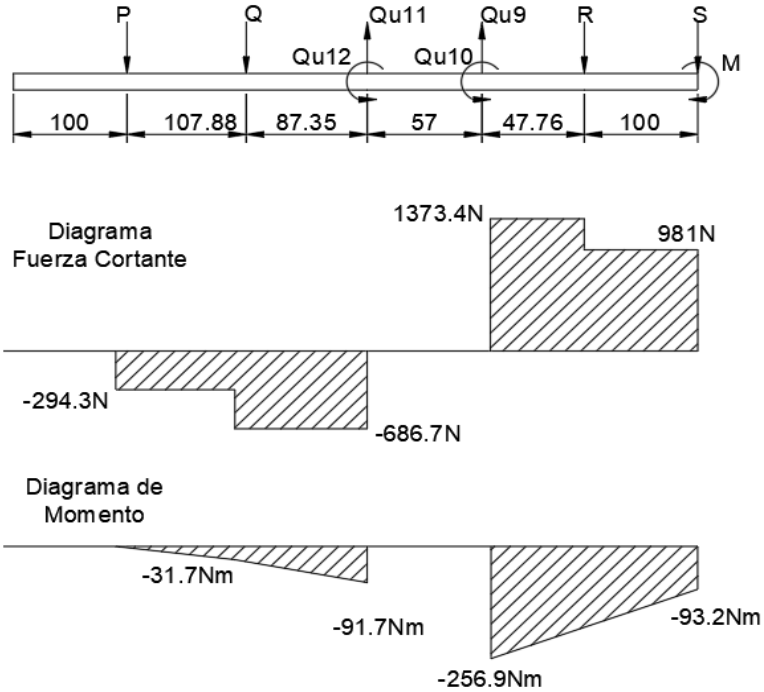


Tabla 4.3
Cálculo de Resistencia a la fatiga

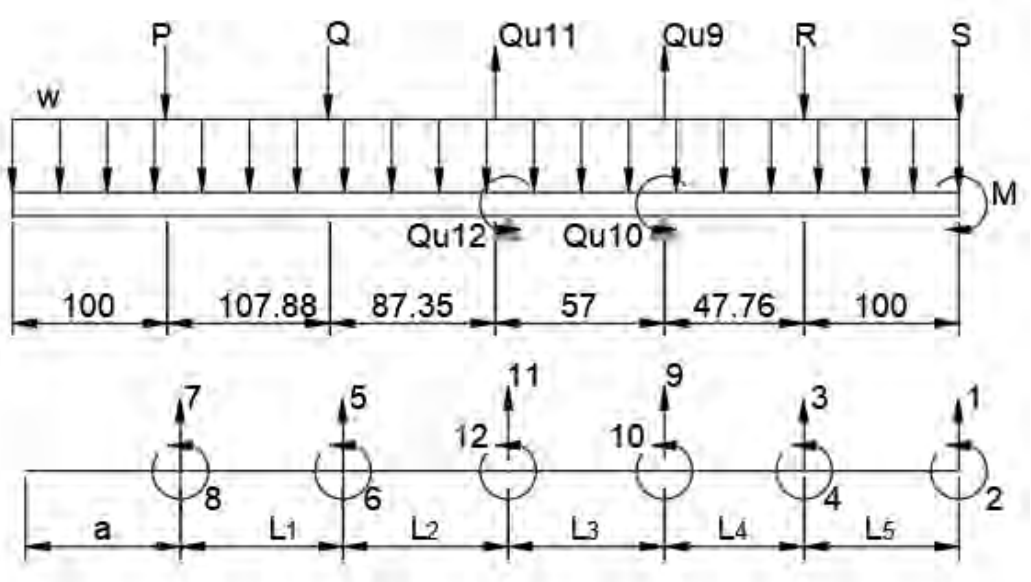
Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 20mm, \quad b = 130mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 41.2$ $k_b = 1.24d_e{}^{-0.107} = 0.83$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 105.96\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1223.12$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.177$ $S_f = aN^b = 46.88MPa$	–

Tabla 4.4
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 256.894$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 46.88$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{256.894}{46.88} = 5479.8108$	mm3
Dist. máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 10$	mm
Ancho de Sección	$b = 130$	mm
Altura de Sección	$h = 20$	mm
Inercia	$I_x = ({}^{1}/_{12})bh^3 = 86666.667$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 8666.667$	mm3
Módulo de Sección	S_x=8.667e-06	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 29641560.95$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.58156$	

4.3. CÁLCULO DE LA BASE SUPERIOR (CP)

Figura 4.3
Diagrama de fuerzas y momentos



La figura 4.3 muestra la posición de las cargas y las coordenadas globales del método de la rigidez, considerando el peso de la viga.

Aplicando nuevamente el método de la rigidez calculando las reacciones por elemento.

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$q = kd + q_o$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} -981 \\ -93.195 \\ -392.4 \\ 0 \\ -392.4 \\ 0 \\ -294.3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabla 4.5

Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez		
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 9555.47EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 18006.46EI$	$\frac{12EI}{{L_3}^3} = 64797.26EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 515.46EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 786.41EI$	$\frac{6EI}{{L_3}^2} = 1846.72EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 37.07EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 45.79EI$	$\frac{4EI}{L_3} = 70.17EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 18.54EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 22.89EI$	$\frac{2EI}{L_3} = 35.08EI$
$\frac{12EI}{{L_4}^3} = 110126.06EI$		$\frac{12EI}{{L_5}^3} = 12000EI$
$\frac{6EI}{{L_4}^2} = 2630.01EI$		$\frac{6EI}{{L_5}^2} = 600EI$
$\frac{4EI}{L_4} = 83.7458EI$		$\frac{4EI}{L_5} = 40EI$
$\frac{2EI}{L_4} = 41.87EI$		$\frac{2EI}{L_5} = 20EI$

$$k_1 = \begin{vmatrix} 9555.47 & 515.46 & -9555.47 & 515.46 \\ 515.46 & 37.08 & -515.46 & 18.54 \\ -9555.47 & -515.46 & 9555.47 & -515.46 \\ 515.46 & 18.54 & -515.46 & 37.08 \end{vmatrix}$$

$$k_2 = \begin{vmatrix} 18006.46 & 786.41 & -18006.46 & 786.41 \\ 786.41 & 45.79 & -786.41 & 22.90 \\ -18006.46 & -786.41 & 18006.46 & -786.41 \\ 786.41 & 22.90 & -786.41 & 45.79 \end{vmatrix}$$

$$k_3 = \begin{vmatrix} 64797.27 & 1846.72 & -64797.27 & 1846.72 \\ 1846.72 & 70.18 & -1846.72 & 35.09 \\ -64797.27 & -1846.72 & 64797.27 & -1846.72 \\ 1846.72 & 35.09 & -1846.72 & 70.18 \end{vmatrix}$$

$$k_4 = \begin{vmatrix} 110126.06 & 2630.01 & -110126.06 & 2630.01 \\ 2630.01 & 83.75 & -2630.01 & 41.87 \\ -110126.06 & -2630.01 & 110126.06 & -2630.01 \\ 2630.01 & 41.87 & -2630.01 & 83.75 \end{vmatrix}$$

$$k_5 = \begin{vmatrix} 12000 & 600 & -12000 & 600 \\ 600 & 40 & -600 & 20 \\ -12000 & -600 & 12000 & -600 \\ 600 & 20 & -600 & 40 \end{vmatrix}$$

Q		K												D_u
-981		12000	-600	-12000.00	-600.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	D1
-93.20	=	-600	40	600.00	20.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	D2
-392.4		-12000	600	122126.06	-2030.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-110126.06	-2630.01	0.00	0.00	D3
0		-600	20	-2030.01	123.75	0.00	0.00	0.00	0.00	2630.01	41.87	0.00	0.00	D4
-392.4		0.00	0.00	0.00	0.00	27561.93	270.95	-9555.47	-515.46	0.00	0.00	-18006.46	786.41	D5
0		0.00	0.00	0.00	0.00	270.95	82.87	515.46	18.54	0.00	0.00	-786.41	22.90	D6
-294.3		0.00	0.00	0.00	0.00	-9555.47	515.46	9555.47	515.46	0.00	0.00	0.00	0.00	D7
0		0.00	0.00	0.00	0.00	-515.46	18.54	515.46	37.08	0.00	0.00	0.00	0.00	D8
Q9		0.00	0.00	-110126.06	2630.01	0.00	0.00	0.00	0.00	174923.32	783.29	-64797.27	-1846.72	0
Q10		0.00	0.00	-2630.01	41.87	0.00	0.00	0.00	0.00	783.29	153.92	1846.72	35.09	0
Q11		0.00	0.00	0.00	0.00	-18006.46	-786.41	0.00	0.00	-64797.27	1846.72	82803.72	1060.31	0
Q12		0.00	0.00	0.00	0.00	786.41	22.90	0.00	0.00	-1846.72	35.09	1060.31	115.97	0

K^{-1}								Q			D_u
0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-981	=	D1	-2.1314
0.01	0.15	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	-93.20		D2	-24.9280
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-392.4		D3	-0.2681
0.01	0.05	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0		D4	-10.7035
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-392.4		D5	-0.2737
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.01	0.09	0		D6	5.3931
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	-0.02	-294.3		D7	-0.9787
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.02	0.20	0		D8	7.1059

Tabla 4.6

Cálculo de carga distribuida más accesorios

Plancha de 130x20mm		
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Carga distribuida +accesorios	$w = \rho * b * h * g + (5 * g)/L = 298.32$	N/m
Longitud	$L = 0.5$	m

Figura 4.4
Diagrama de cuerpo libre separando la viga

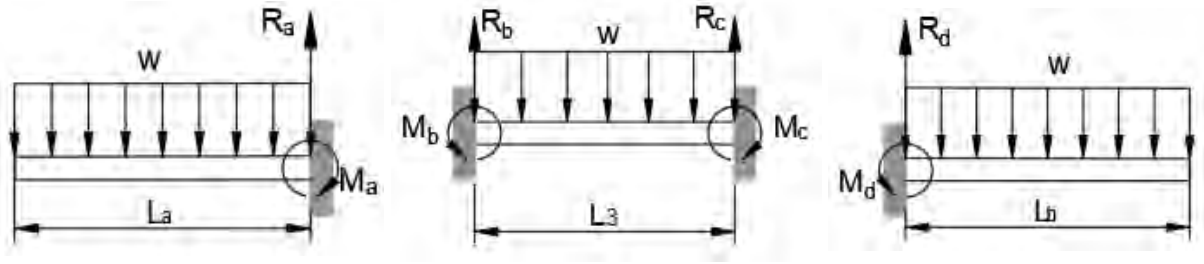


Tabla 4.7
Tabla de Momentos en Extremos Fijos (FEM)

De la Tabla de Momentos en Extremos Fijos (FEM)			
$M_a = \frac{wL_a^2}{2}$	13.0016 Nm	$R_a = wL_a$	88.0755 N
$M_b = \frac{wL_3^2}{12}$	0.0808 Nm	$R_b = \frac{wL_3}{2}$	8.5022 N
$M_c = -\frac{wL_3^2}{12}$	-0.0808 Nm	$R_c = \frac{wL_3}{2}$	8.5022 N
$M_d = \frac{wL_b^2}{2}$	3.2568 Nm	$R_d = wL_b$	44.0811 N

Q			***K1***			***D***		***q0***		***Q***
q5	18006.46	786.41	-18006.46	786.41		-0.27		0.00		-686.70
q6	786.41	45.79	-786.41	22.90		5.39	+	0.00	=	31.75
q11	-18006.46	-786.41	18006.46	-786.41		0.00		88.08		774.78
q12	786.41	22.90	-786.41	45.79		0.00		-13.00		-104.73
Q			***K3***			***D***		***q0***		***Q***
q11	64797.27	1846.72	-64797.27	1846.72		0.00		8.50		8.50
q12	1846.72	70.18	-1846.72	35.09		0.00	+	0.08	=	0.08
q9	-64797.27	-1846.72	64797.27	-1846.72		0.00		8.50		8.50
q10	1846.72	35.09	-1846.72	70.18		0.00		-0.08		-0.08
Q			***K4***			***D***		***q0***		***Q***
q9	110126.06	2630.01	-110126.06	2630.01		0.00		44.08		1417.48
q10	2630.01	83.75	-2630.01	41.87		0.00	+	3.26	=	260.15
q3	-110126.06	-2630.01	110126.06	-2630.01		-0.27		0.00		-1373.40
q4	2630.01	41.87	-2630.01	83.75		-10.70		0.00		-191.30

Tabla 4.8
Resultados

Resultados			
Q9	q9+ q9	1425.9833	N
Q10	q10+ q10	260.0696	N.m
Q11	q11+ q11	783.2777	N
Q12	q12+ q12	-104.6541	N.m

Efectuamos el diagrama de fuerza cortante y de momento, usando el esfuerzo por fatiga.

Figura 4.5

Diagrama de fuerza cortante y momento

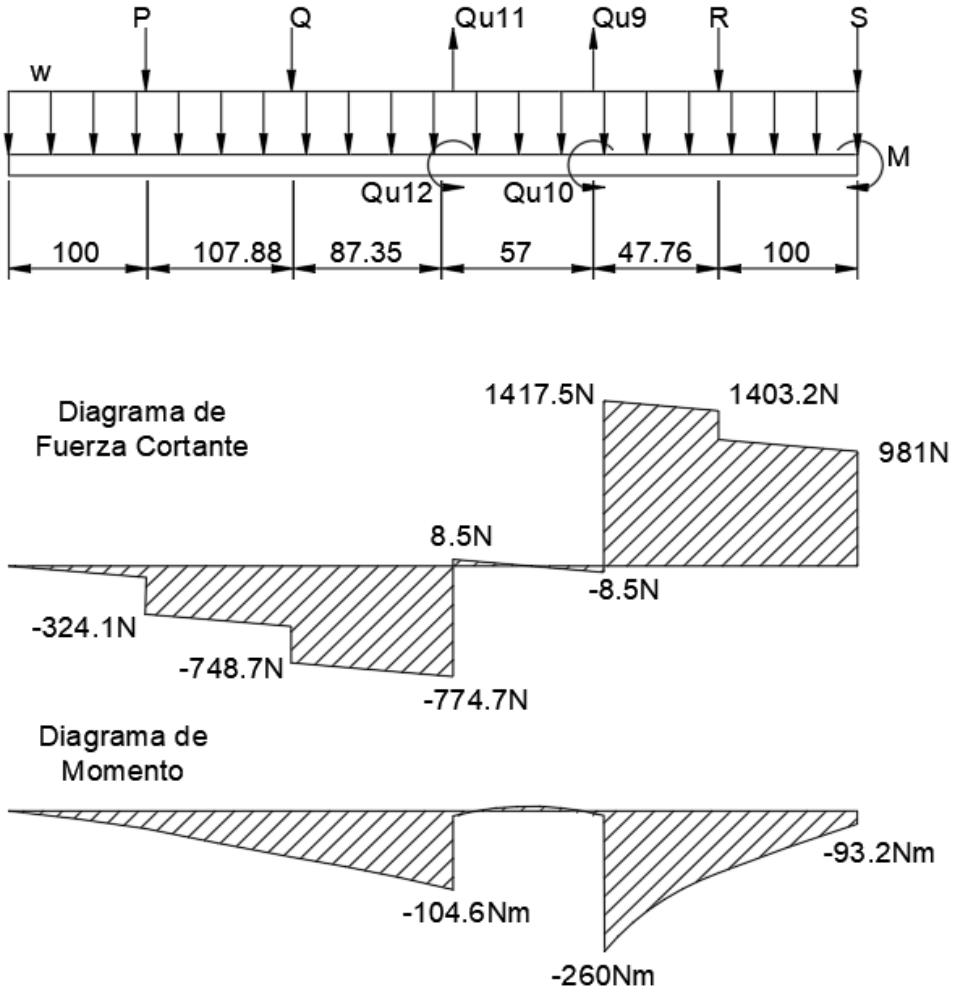


Tabla 4.9

Diseño de Sección y Factor de Seguridad

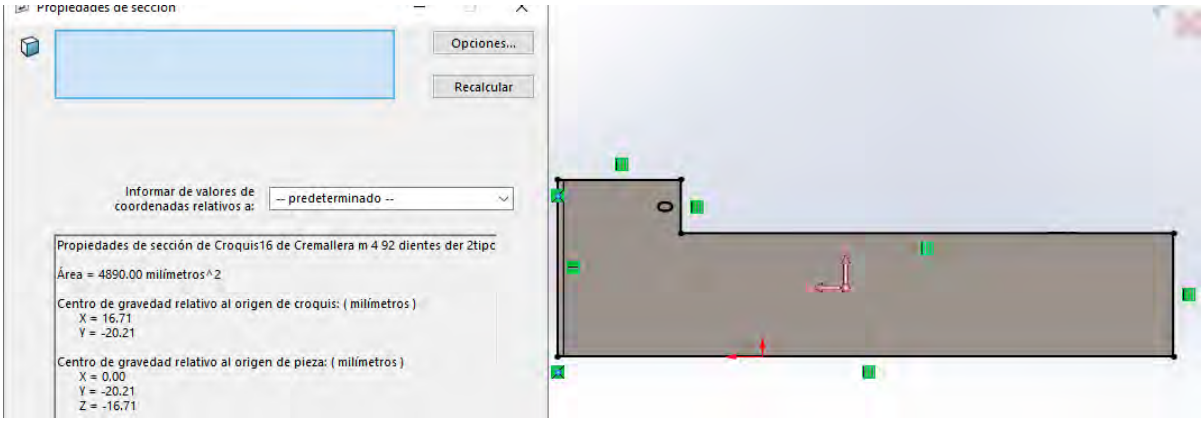
Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 260.07$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 46.88$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{260.07}{46.88} = 5547.5587$	mm3
Dist. máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 10$	mm
Ancho de Sección	$b = 130$	mm
Altura de Sección	$h = 20$	mm
Inercia	$I_x = ({}^{1}/_{12})bh^3 = 86666.667$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 8666.667$	mm3
Módulo de Sección	S_x=8.667e-06	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 30008025.24$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.56225$	

4.4. CÁLCULO DEL PUENTE

Ahora se diseñará el puente de la mesa de corte, con las reacciones anteriores e incluyendo los pesos de la cremallera y las guías.

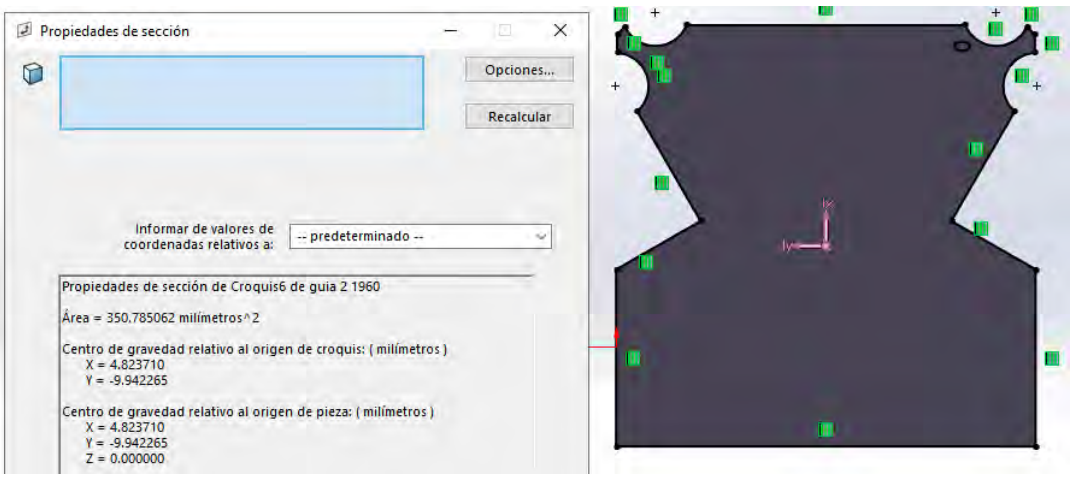
El peso de la cremallera que está ubicada sobre el puente se obtiene del diseño de la cremallera y el piñón, de allí se obtiene los siguientes datos y se toma como apoyo el catálogo Andantex (ver anexo A). Área transversal 4890mm^2 x1960mm x10^{-9}= 9.5844.10^{-3}m^3, para obtener su peso multiplica por la densidad del acero inoxidable AISI 316 con 8027 kg/m^3, así se tiene 76.933kg, se tendrá que reducir un aproximado de 160g por la forma inclinada que tiene la cremallera; por lo tanto, el peso de la cremallera es 76.773kg.

Figura 4.6
Área de la sección transversal de la cremallera, Solidworks



Las dimensiones de la guías y rieles se obtienen del catálogo general THK (ver anexo A) del cual se escogió dos guías radiales SR 20V. Área transversal 350.7851mm^{2}x1960mmx10^{-9}= 6.8754m^3, para obtener su peso multiplica por la densidad del acero estructural de 8027 kg/m^3, así se tiene 5.5189 kg

Figura 4.7
Área de la sección transversal de la guía, Solidworks



4.4.1. CÁLCULO DE LA BASE DE TRANSMISIÓN DE CABLES

EL peso aproximado como carga distribuida de los cables será de 30kg/m el cual en un milímetro de longitud muestra un peso de 30gramos.

Tabla 4.10
Cálculo de Carga

Datos		Unidades
Masa distribuida de cables	$m = 30$	kg/m
Carga en un milímetro	$w_p = 30 * 0.001m$=0.03	kg
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Longitud transversal	$L' = 2$	m
Carga por cables	$W = m * g * L' = 588.60$	N
Densidad acero estructural A-36	$\rho = 7850$	kg/m3
Carga por su propio peso	$P = \rho * g * b * h * L' = 46.667$	N
Longitud	$L = 0.1515$	m
Longitud	$L_1 = 0.0758$	m

Figura 4.8
Diagrama de fuerza cortante y momento

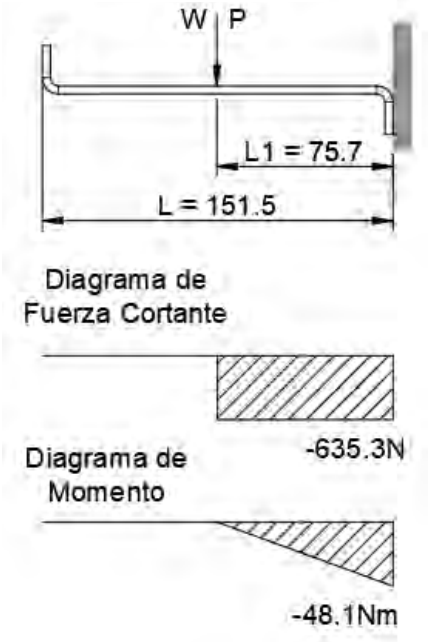


Tabla 4.11
Resultados de Momentos y Reacciones

Resultados		
Momento	$M = W * L1 + P * L1 = 48.12$	N.m
Reacción	$R = W + P = 635.266$	N

Tabla 4.12

Cálculo de Resistencia a la fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 2mm, \quad b = 2000mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 51.1$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.83$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 103.57\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1251.25$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.1803$ $S_f = aN^b = 45.14MPa$	–

Tabla 4.13

Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 48.1215$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 45.14$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{48.1215}{45.14} = 1066.049$	mm3
Dist. máxima del eje	$c = {}^h/_2 = 1$	mm
Ancho de Sección	$b = 2000$	mm
Altura de Sección	$h = 2$	mm
Inercia	$I_x = ({}^1/_{12})bh^3 = 1333.3333$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 1333.3333$	mm3
Módulo de Sección	S_x=1.333e-06	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 36091115$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.25072334$	

Se llevan las reacciones y momento calculados al centro de gravedad de la viga puente, porque todo cálculo se efectúa en centro de gravedad, las cargar w1 y w2 que corresponden a la carga distribuida del peso de los cables y del elemento base respectivamente se desplazaran al centro de gravedad con un momento.

Tabla 4.14
Cálculo de Momentos y momento total

Datos			Unidad
Carga	W	588.60	N
Carga	P	46.67	N
Carga Distribuida	w1	294.3000	N/m
Carga Distribuida	w2	23.3336	N/m
Longitud	L	0.1	m
Momento	$M_n = (W + P)L$	63.5267	N.m
Momento Total en C.G.	$M' = M + M_n$	111.6482	N.m

Figura 4.9
Diagrama de fuerzas y momentos

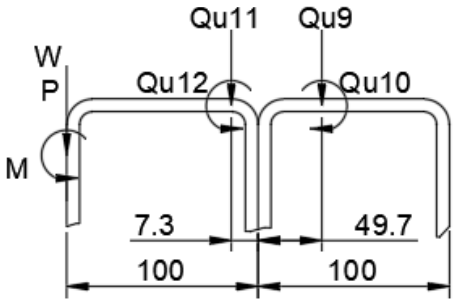


Tabla 4.15
Reacciones del calculo de la base superior

Qu11	783.2777	N	Qu9	1425.9833	N
Qu12	-104.6541	N.m	Qu10	260.0696	N.m

La sumatoria de las fuerzas en el eje y serán las reacciones calculadas en la base superior solamente. Sin embargo, la sumatoria de momentos si abarcara todas.

Tabla 4.16
Sumatoria de fuerzas y sumatoria de momentos

$\sum F_y = 0$	$\sum M_{CG} = 0$
P	T
2209.2611	201.82

4.4.2. CÁLCULO DE LA VIGA DEL PUENTE (STCP)

Se extrae el valor de peso de la cremallera y la guía.

Tabla 4.17
Carga Distribuida de la cremallera y la guía

Carga Distribuida w		Unidad
Peso guía	5.5189	kg
Peso cremallera	76.773	kg
Longitud	1.96	m
	87.8107	kg
Total	861.4234	N
	439.5017	N/m

Figura 4.10
Fuerza, Cargas distribuidas y momento resultante en viga del puente

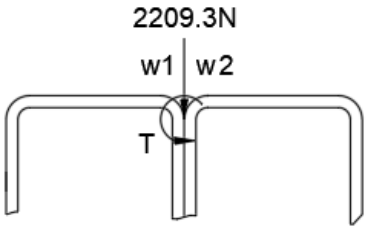


Tabla 4.18
Datos de la viga del puente

Datos			Unidades
Fuerza	P	2209.2611	N
Carga Distribuida	w	439.5017	N/m
Carga Distribuida	w1+w2	317.6336	N/m
Longitud	L	2.03	m
Longitud	c	0.98	m
Longitud	c'	1	m

La carga P corresponde a la fuerza resultante del cálculo anterior, w corresponde a los pesos de la cremallera, rieles y guías y w1+w2 corresponde a los pesos de la base de transmisión de cables y las longitudes, con sus respectivas longitudes, que se muestran en la figura 4.12.

La carga distribuida de w que es el peso distribuido de la cremallera y las guías deben estar en el centro de gravedad para poder calcular las reacciones, para ello se calcula las coordenadas del centro de gravedad de acuerdo a la figura 4.11 y se ubica $\bar{x}_{CG} = 73.2618$, este punto debe coincidir con el $\bar{x}_{CG}$ de la viga del puente.

Figura 4.12
Centro de gravedad de la carga distribuida w

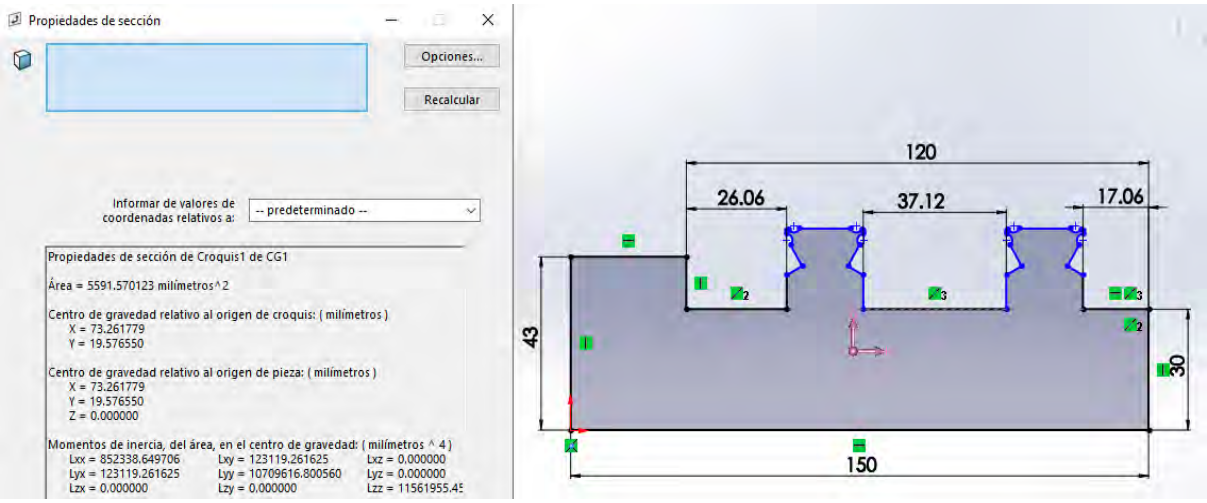
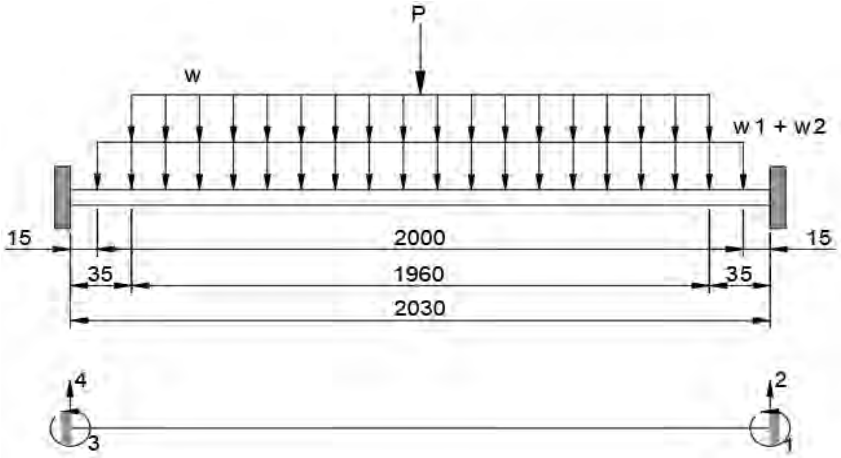


Figura 4.11
Diagrama de fuerza, carga distribuida y momentos



$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$q = kd + q_o$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como Q_u resulta cero, se calcularán las reacciones mediante las fórmulas de Momento en Extremos Fijos (FEM). (ver anexo B)

Figura 4.13
Diagrama de fuerzas y momentos

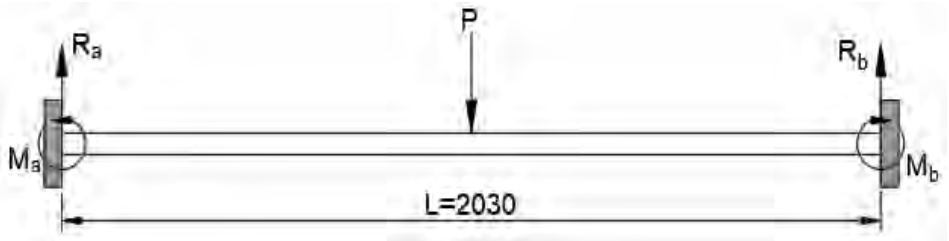


Tabla 4.19
Resultado de momentos y reacciones de la figura 4.13

$M_a = \frac{PL}{8}$	560.6000	$M_b = -\frac{PL}{8}$	-560.6000
$R_a = \frac{P}{2}$	1104.6305	$R_b = \frac{P}{2}$	1104.6305

Figura 4.14
Diagrama de fuerzas y momentos

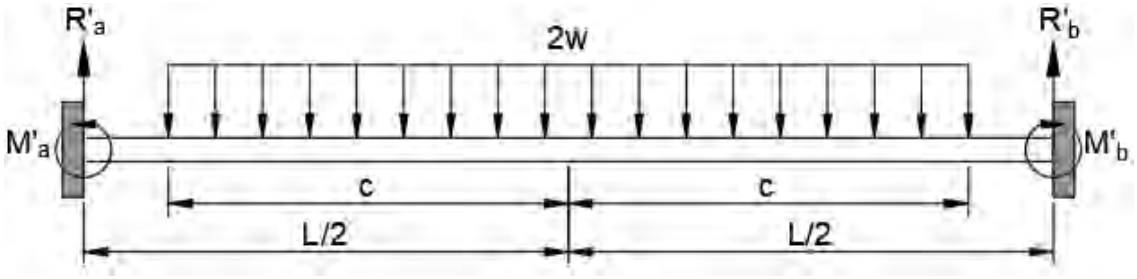


Tabla 4.20
Resultado de momentos y Reacciones

$M'_a = \frac{wc}{12L}(3L^2 + 4c^2)$	150.6625	$M'_b = -\frac{wc}{12L}(3L^2 + 4c^2)$	-150.6625
$R'_a = \frac{wc}{2}$	431	$R'_b = \frac{wc}{2}$	431

Figura 4.15
Diagrama de fuerzas y momentos

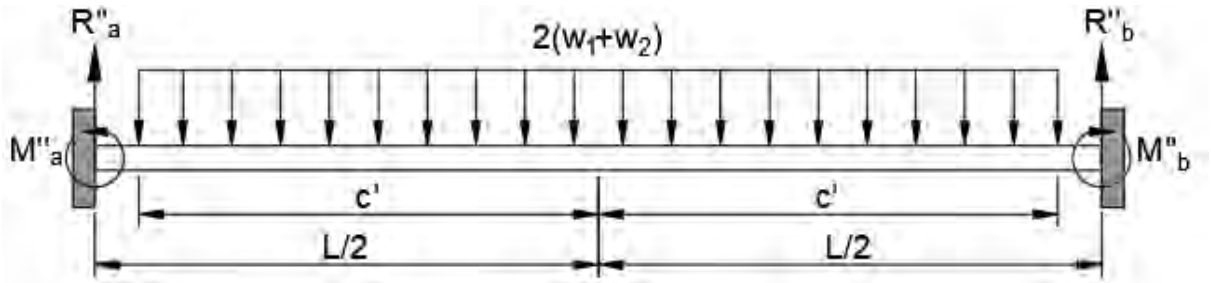


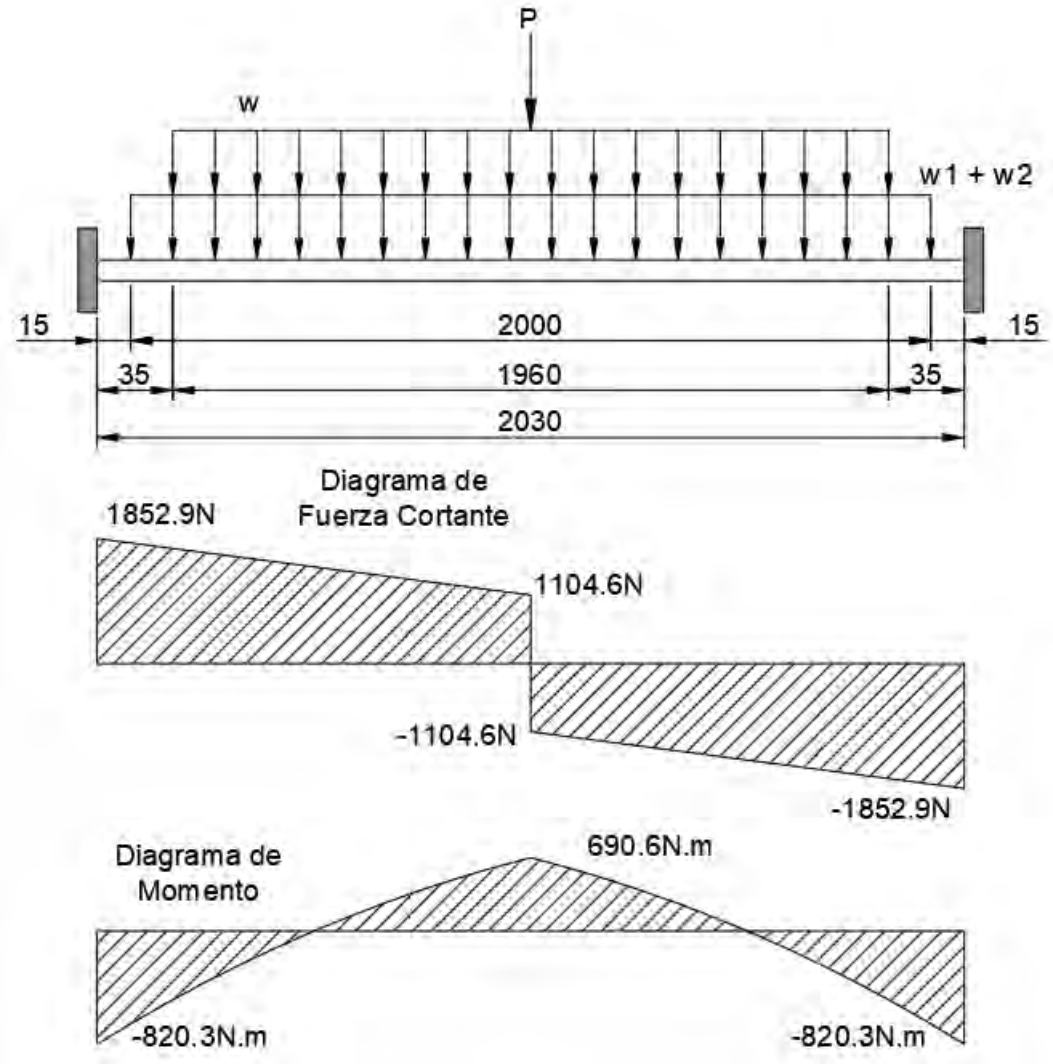
Tabla 4.21
Resultados de momentos y reacciones

$M''_a = \frac{(w_1 + w_2)c'}{12L}(3L^2 + 4c'^2)$	109.0425	$M''_b = -\frac{(w_1 + w_2)c'}{12L}(3L^2 + 4c'^2)$	-109.0425
$R''_a = \frac{(w_1 + w_2)c'}{2}$	318	$R''_b = \frac{(w_1 + w_2)c'}{2}$	318

Para determinar las reacciones de las cargas y momentos resultantes, se utilizará la ecuación $q = kd + q_0$, donde d es igual a cero y solo queda q_0 que es la suma de los resultados FEM, se obtiene:

Q	D		$q0$			
q1	0		1852.9758		1852.9758	N
q2	0	+	820.3049	=	820.3049	N.m
q3	0		1852.9758		1852.9758	N
q4	0		-820.3049		-820.3049	N.m

Figura 4.16
Diagrama de fuerza cortante y momento de la viga del puente



Para el diseño de la sección de la viga del puente se toma el momento máximo que es igual a 820.3049 N.m

Tabla 4.22

Cálculo de Resistencia a la fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 75mm, \quad b = 200mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 98.95$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.734$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 93.368\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1388.05$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.195$ $S_f = aN^b = 37.97MPa$	–

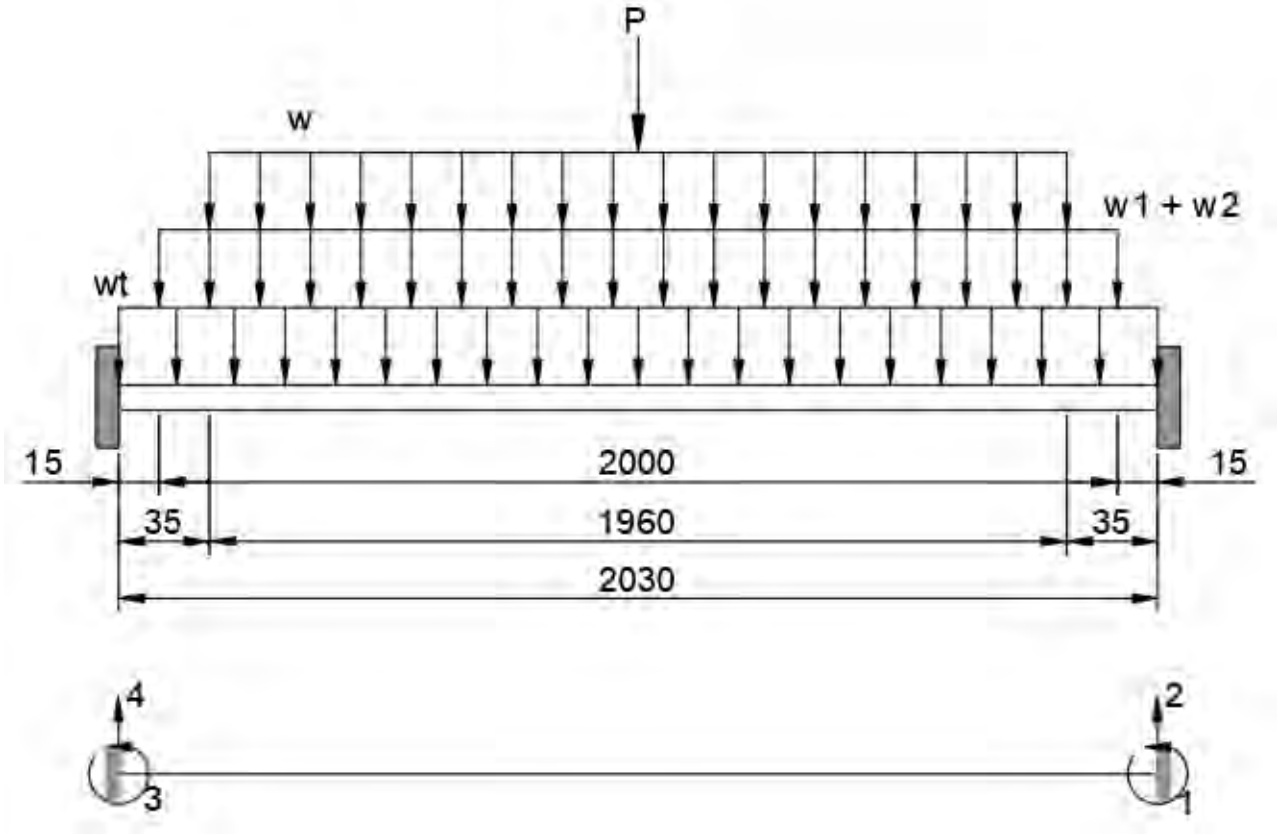
Tabla 4.23

Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 820.3049$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 38$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{820.3049}{38} = 21586.9713$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 37.5$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 75$	mm
Espesor de Viga	$t = 3$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 1821406.764$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 48570.847$	mm3
Módulo de Sección	S_x=4.857e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 16888832.7278$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 2.248$	

4.4.3. CÁLCULO DE LA VIGA DEL PUENTE (CP)

Figura 4.17
Diagrama de cargas, momentos y el peso de la viga



La figura 4.17 muestra la posición de las cargas, incluyendo el peso de la viga y las coordenadas globales del método de la rigidez.

Tabla 4.24
Datos de la sección de diseño

Tubo rectangular de 75x200mm		
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Área	$A = 1981.646$	mm2
Carga distribuida +accesorios	$w = \rho * A * g + 10 * g = 250.703$	N/m
Longitud	$L = 2.03$	m

Aplicando el método de la rigidez.

$$Q_k = KD_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = KD_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = KD_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k K^{-1}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como Q_u resulta cero, se calcula las reacciones mediante las fórmulas de Momento en Extremos Fijos (FEM), solo faltaría la carga distribuida debido a su peso.

Figura 4.18
Diagrama de cargas y momentos

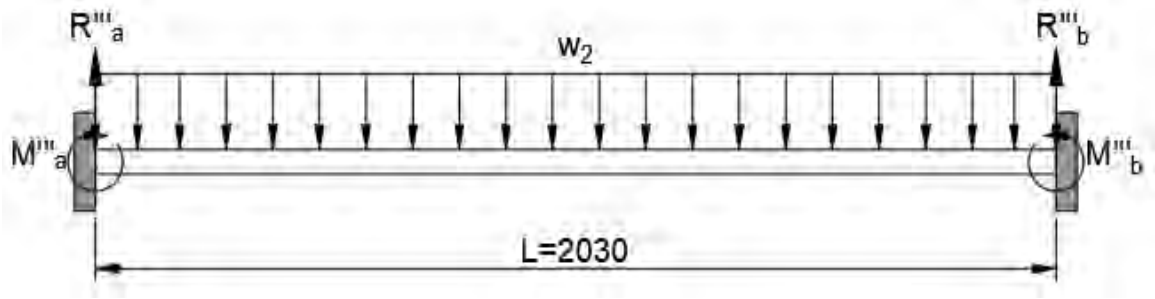


Tabla 4.25
Resultados de momentos y reacciones

$M_a''' = \frac{w_2 L^2}{12}$	86.0937	$M_b''' = -\frac{w_2 L^2}{12}$	-86.0937
$R_a''' = \frac{w_2 L}{2}$	254.46414	$R_b''' = \frac{w_2 L}{2}$	254.46414

Para determinar las reacciones de las cargas y momentos resultantes, se utilizará la ecuación $q = kd + q_0$, donde d es igual a cero y solo queda q_0 que es la suma de los resultados FEM incluyendo el FEM del peso de la viga, se obtiene:

Q	***D***		***q0***			
q1	0		2107.4399		2107.4399	N
q2	0	+	906.3986	=	906.3986	N.m
q3	0		2107.4399		2107.4399	N
q4	0		-906.3986		-906.3986	N.m

Figura 4.19
Diagrama de fuerza cotante y momento

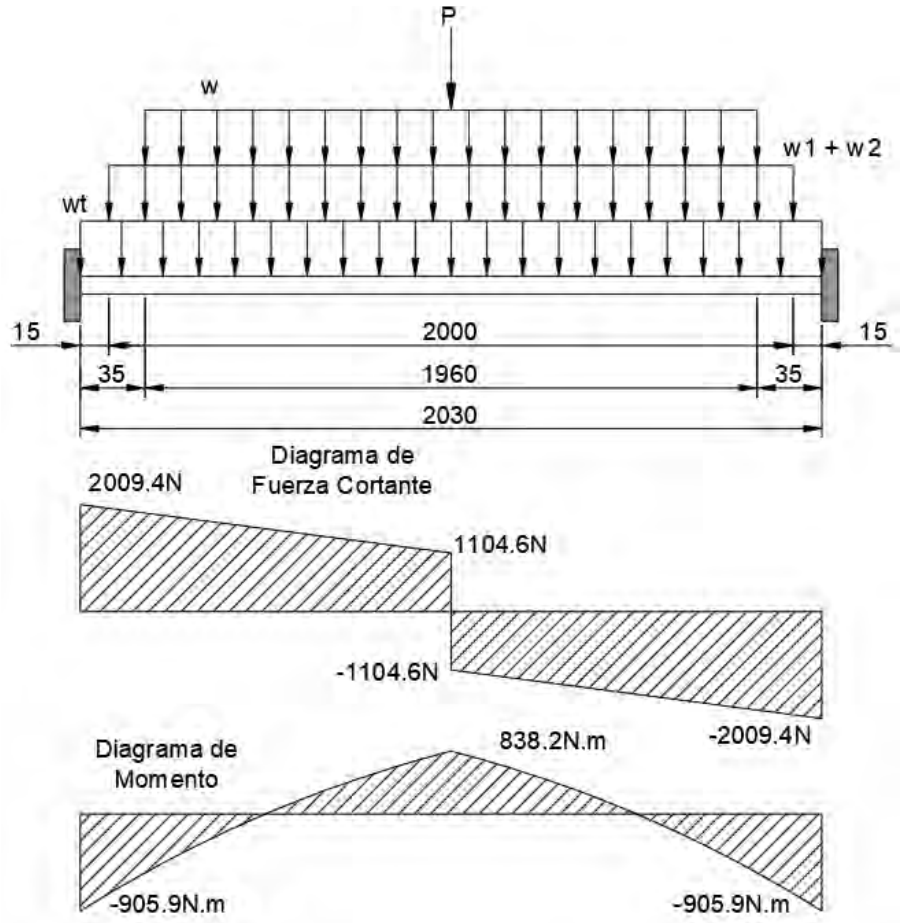


Tabla 4.26
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento en el eje z	$M_z = 201.822$	N.m
Momento Máximo	$M_{max} = \left(M_z{}^2 + 905.9^2\right)^{0.5} = 928.5959$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 38$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{928.5959}{38} = 24436.7366$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 37.5$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 75$	mm
Espesor de Viga	$t = 3$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 1821406.764$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 48570.847$	mm3
Módulo de Sección	S_x=4.857e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 19118381.7$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.9876$	

4.4.4. CÁLCULO POR PANDEO DE COLUMNA.

Tabla 4.27
Datos para el diseño por pandeo de la columna

Perfil		Unidad
Base	200	mm
Altura	100	mm
Espesor	3	mm
Área	1740.8230016	mm2
Inercia Ix	3182955.14	mm4
Inercia Iy	9244033.85	mm4
Radio de giro x	42.76002502	mm
Radio de giro y	72.87078624	mm
Módulo de Sección Sx	63659.10279	mm3
Módulo de Sección Sy	92440.33851	mm3

Tabla 4.28
Calculo de Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 100mm, \quad b = 200mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 114.268$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.7176$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 0.85$	Flexión axial (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 77.59\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1670.3024$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.2221$ $S_f = aN^b = 27.9MPa$	–

Una vez obtenida el nuevo esfuerzo de fluencia por fatiga, se procede el cálculo por pandeo de la columna sometida a una carga axial y un momento flexionante.

Tabla 4.29
Datos para el calculo por Pandeo

Módulo de Elasticidad	Esfuerzo Permisible	Esbeltez	Factor de Seguridad
$E\ (Pa)$	$\sigma_y\ (Pa)$	$\frac{Le}{r} = 4.71\sqrt{\frac{E}{\sigma_Y}}$	$F.S.$
2.00E+11	3.66E+07	348.17	1.67

Tabla 4.30
Datos para el calculo por Pandeo

	Factor Longitud Efectiva	Longitud de columna	Esbeltez x-x, y-y	Mayor o menor
	K	$L\ (mm)$	$\frac{KL}{r}$	$\frac{KL}{r}$
x	0.7	400	6.55	Menor
y	0.7	400	3.8424	Menor

Tabla 4.31
Calculo por Pandeo

	Esfuerzo Efectivo	Esfuerzo Critico de Euler	Esfuerzo Permisible (Pa)	Carga Permisible (N)	
	$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{\left(KL/r\right)^2}$	$\sigma_{cr} = \left(0.658^{\left(\sigma_y/\sigma_e\right)}\right)\sigma_y$	$\sigma_{perm} = \frac{\sigma_{cr}}{F.S.}$	$P_{perm} = \sigma_{perm}A$	Esfuerzo Permisible (MPa)
x	46035.1E+06	27.892923.61	16702349.47	29075.83	16.7023
y	133.696 E+09	27.897563.22	16705127.67	29080.67	16.7051

Tabla 4.32
Comprobaciones

x	$\sigma_{max} = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I}$	fuerza x	1210599.784	$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{perm}} \leq 1$	0.072	ok
y		fuerza y	11015827.962		0.659	ok

4.5. CÁLCULO DE BASE DE PUENTE (STCP)

El peso considerado para el servomotor es de 40kg que es mayor peso aproximado (ver anexo A) en la figura 4.20 podemos observar algunas propiedades de la base del puente y en la figura 4.21 se observa su diagrama de cuerpo libre.

Figura 4.20
Datos para la base de puente

Columna			Unidad
Densidad	ρ	7850	kg/m3
Área	A	1740.82	mm2
Longitud	Lc	400	mm
Peso Columna	wc	6.013	kg

Tabla 4.33
Calculo de fuerzas

	Datos	Unidad
Fuerza	$P = 40 * g = 392.4$	N
Fuerza	$Q = 2107.44 + wc * g = 2166.4255$	N
Longitud	$L = 0.77$	m

Figura 4.21
Diagrama de cargas y reacciones.

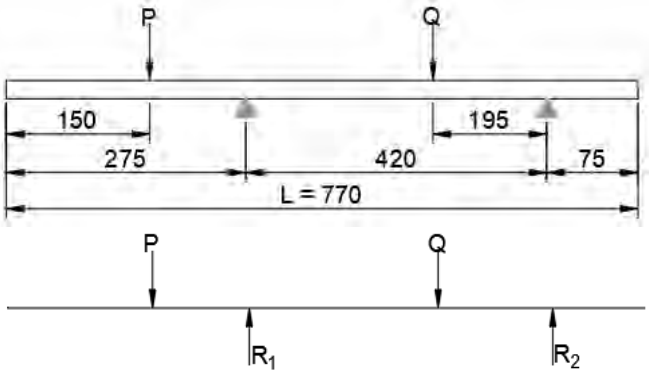


Tabla 4.34
Calculo de Reacciones

	Resultados		Unidad
Reacción	R1	1514.343	N
Reacción	R2	1043.011	N

Figura 4.22
Diagrama de fuerza cortante y momento

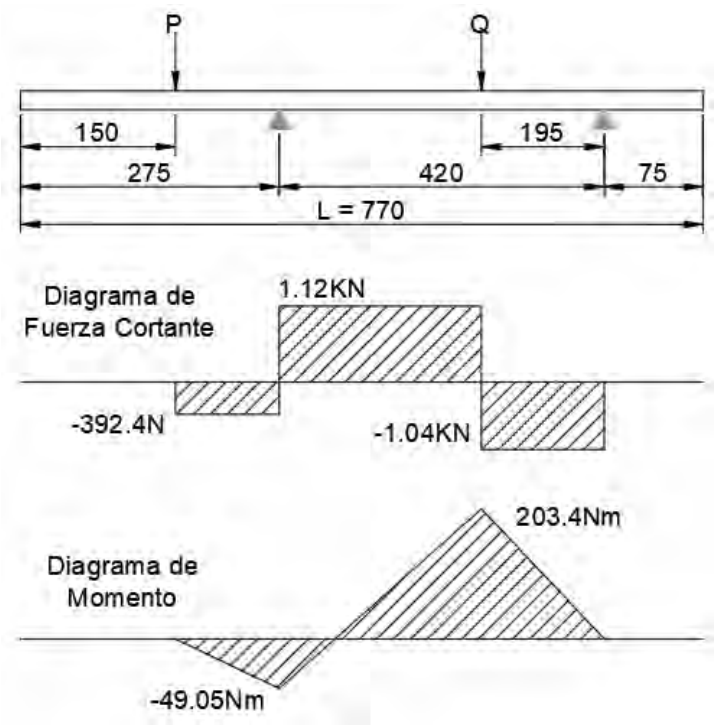


Tabla 4.35
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 19.05mm, \quad b = 200mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 49.874$ $k_b = 1.24d_e{}^{-0.107} = 0.8161$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 103.814\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1248.3816$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.18$ $S_f = aN^b = 29.94MPa$	–

Tabla 4.36
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 203.3872$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 30$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{203.3872}{30} = 6779.5721$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 9.525$	mm
Ancho de Sección	$b = 200$	mm
Altura de Sección	$h = 19.05$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 115221.544$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 12096.75$	mm3
Módulo de Sección	S_x=1.209e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 16813372.5$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.7843$	

4.6. CÁLCULO DE BASE DE PUENTE (CP)

Tabla 4.37
Datos de la seccion de diseño

Plancha de 200x19.05mm		
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Carga distribuida	$w = \rho * b * h * g = 293.4024$	N/m
Longitud	$L = 0.77$	m

Figura 4.23
Digrama de cuerpo libre

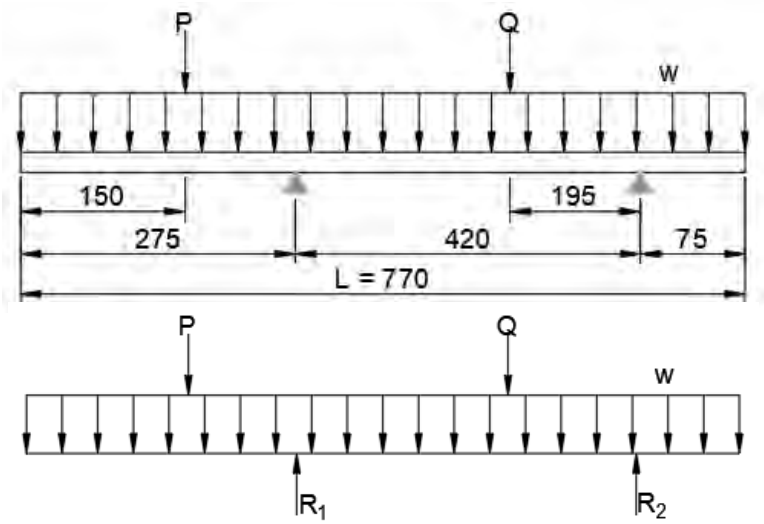


Tabla 4.38
Reacciones de la base de puente

Resultados			Unidad
Reacción	R1	1681.0933	N
Reacción	R2	1102.1806	N

Figura 4.24
Diagrama de fuerza cotante y momento

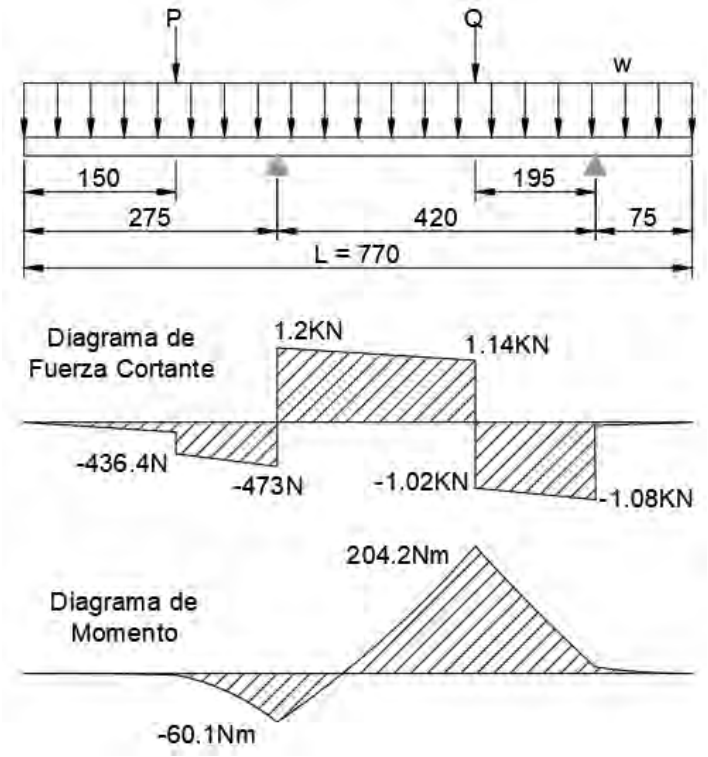


Tabla 4.39
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 204.2307$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 30$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{204.2307}{30} = 6807.6898$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 9.525$	mm
Ancho de Sección	$b = 200$	mm
Altura de Sección	$h = 19.05$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 115221.544$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 12096.75$	mm3
Módulo de Sección	S_x=1.209e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 16883104.6$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.7769$	

4.7. CÁLCULO DEL SOPORTE DE TABLERO (STCP)

El tablero de la mesa se diseña de tal manera que sea capaz de soportar 3 veces el peso requerido; por lo tanto, se empleara un peso de una plancha de espesor de 3 pulgadas sobre un área de trabajo de 1.8mx3.5m.

Se evalúa cada soporte por el concepto de áreas tributarias.

Tabla 4.40
Datos para areas tributarias

l_2/l_1	25.7143	>2
w	410.7633	kg/m

Figura 4.25
Dimensiones del soporte de tablero

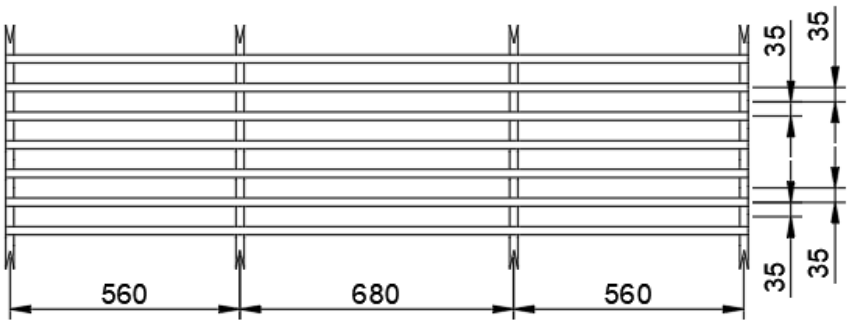
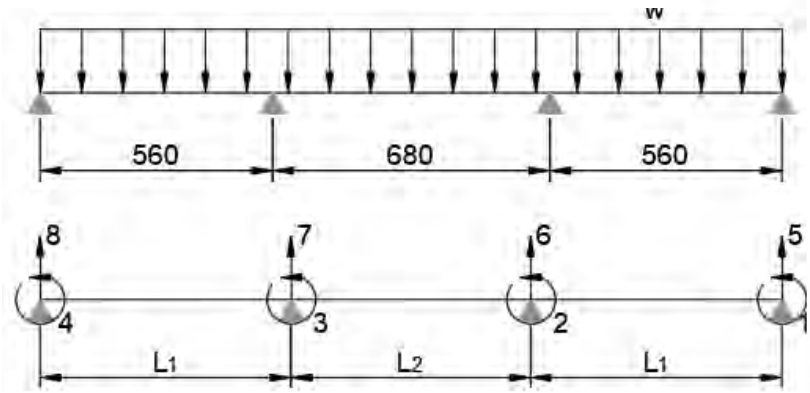


Tabla 4.41
Datos para el cálculo del soporte de tablero

	Datos	Unidad
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Espesor a soportar	$t = 3$	pulg
Carga Distribuida	$w' = \rho * g * t * 0.0254 = 5868.047$	N/m2
longitudes	$l_1 = 0.07$	m
longitudes	$l_2 = 1.8$	m
Carga Distribuida	$w = w' * l_1 = 410.7633$	N/m
longitud	$L_1 = 0.56$	m
longitud	$L_2 = 0.68$	m

Figura 4.26
Diagrama de cargas y momentos



Necesitamos conocer los momentos que se ejercen en los apoyos, de acuerdo al método de la rigidez utilizamos el Momento en Extremos Fijos (FEM), pero teniendo en cuenta las dos longitudes del apoyo del tablero.

Tabla 4.42
Momentos y Reacciones

$M_a = \frac{wL_1{}^2}{12}$	10.73	$M'_a = \frac{wL_2{}^2}{12}$	15.82	$R_a = R_b = \frac{wL_1}{2}$	115.01
$M_b = -\frac{wL_1{}^2}{12}$	-10.73	$M'_b = -\frac{wL_2{}^2}{12}$	-15.82	$R'_a = R'_b = \frac{wL_2}{2}$	139.66

Aplicando el método de la rigidez.

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = K_{11}D_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k K_{11}{}^{-1}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} 10.73 \\ 5.09 \\ -5.09 \\ -10.73 \end{bmatrix} \qquad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.27
Diagrama de reacciones y momentos

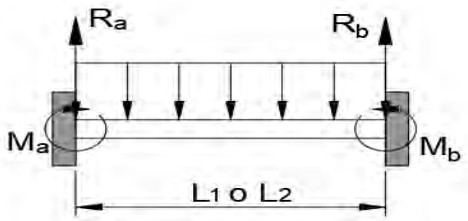


Tabla 4.43

Elementos de la Matriz Rigidez

Elementos de la Matriz Rigidez	
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 68.3309EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 38.1641EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 19.1327EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 12.9758EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 7.1429EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 5.8824EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 3.5714EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 2.9412EI$

$k_1 = k_3 =$

68.3309	19.1327	-68.3309	19.1327
19.1327	7.1429	-19.1327	3.5714
-68.3309	-19.1327	68.3309	-19.1327
19.1327	3.5714	-19.1327	7.1429

$k_2 =$

38.1641	12.9758	-38.1641	12.9758
12.9758	5.8824	-12.9758	2.9412
-38.1641	-12.9758	38.1641	-12.9758
12.9758	2.9412	-12.9758	5.8824

Q		***K***									***D***
10.73		7.14	3.57	0.00	0.00	-19.13	19.13	0.00	0.00		D1
5.09		3.57	13.03	2.94	0.00	-19.13	6.16	12.98	0.00		D2
-5.09		0.00	2.94	13.03	3.57	0.00	-12.98	-6.16	19.13		D3
-10.73	=	0.00	0.00	3.57	7.14	0.00	0.00	-19.13	19.13		D4
Q5		-19.13	-19.13	0.00	0.00	68.33	-68.33	0.00	0.00		0
Q6		19.13	6.16	-12.98	0.00	-68.33	106.49	-38.16	0.00		0
Q7		0.00	12.98	-6.16	-19.13	0.00	-38.16	106.49	-68.33		0
Q8		0.00	0.00	19.13	19.13	0.00	0.00	-68.33	68.33		0

K^{-1}

0.1639	-0.0478	0.0125	-0.0062
-0.0478	0.0955	-0.0250	0.0125
0.0125	-0.0250	0.0955	-0.0478
-0.0062	0.0125	-0.0478	0.1639

Q	***K1***					***D***		***q0***		***Q***
q8	68.3309	19.1327	-68.3309	19.1327		0		115.0137		86.5760
q4=	19.1327	7.1429	-19.1327	3.5714		-1.5193	+	10.7346	=	0
q7	-68.3309	-19.1327	68.3309	-19.1327		0		115.0137		143.4515
q3	19.1327	3.5714	-19.1327	7.1429		0.0330		-10.7346		-15.9251

Q	*K2*					*D*		*q0*		*Q*
q7	38.1641	12.9758	-38.1641	12.9758		0		139.6595		139.6595
q3	12.9758	5.8824	-12.9758	2.9412		0.0330	+	15.8281	=	15.9251
q6	-38.1641	-12.9758	38.1641	-12.9758		0		139.6595		139.6595
q2	12.9758	2.9412	-12.9758	5.8824		-0.0330		-15.8281		-15.9251

Q	*K3*					*D*		*q0*		*Q*
q6	68.3309	19.1327	-68.3309	19.1327		0		115.0137		143.4515
q2	19.1327	7.1429	-19.1327	3.5714		-0.0330	+	10.7346	=	15.9251
q5	-68.3309	-19.1327	68.3309	-19.1327		0		115.0137		86.5760
q1	19.1327	3.5714	-19.1327	7.1429		1.5193		-10.7346		0

Tabla 4.44
Resultados de las cargas del soporte de tablero

Resultados			
Q8	q8+ q8	86.5760	N
Q7	q7+ q7	283.1110	N
Q6	q6+ q6	283.1110	N
Q5	q5+ q5	86.5760	N

Figura 4.28
Diagrama de fuerza cortante y momento

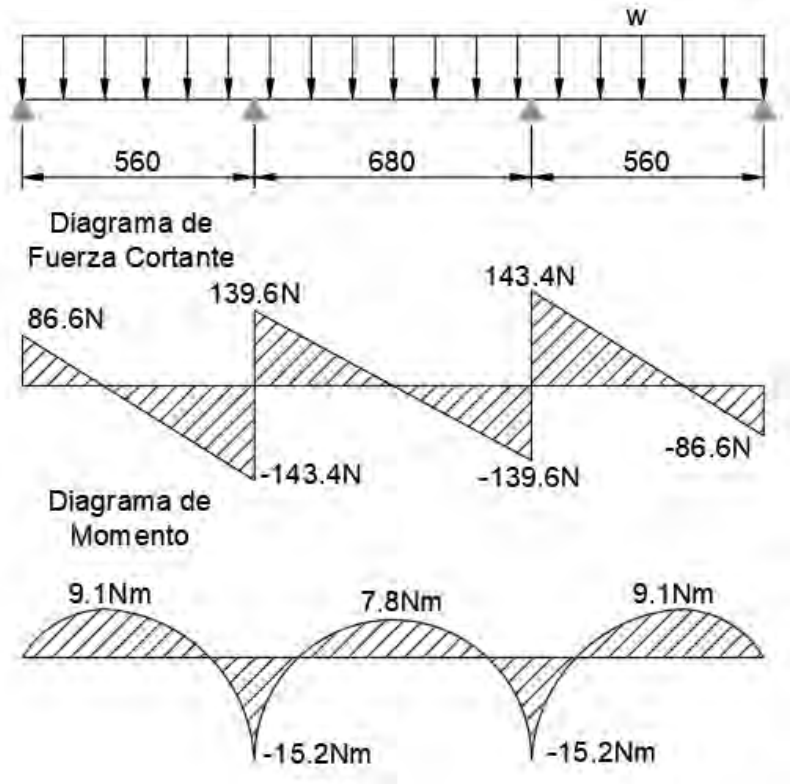


Tabla 4.45
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 30mm, \quad b = 2.5mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 6.9975$ $k_b = 1.24d_e{}^{-0.107} = 1.0069$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 128.0918\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1011.774$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.1496$ $S_f = aN^b = 64.3MPa$	–

La altura de la sección se considera 30 mm por ser la longitud de trabajo verdadero, la geometría es variable con una longitud de 50mm.

Tabla 4.46
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 15.9251$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 64.3$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{15.9251}{64.3} = 247.6693$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^h/_2 = 15$	mm
Ancho de Sección	$b = 2.5$	mm
Altura de Sección	$h = 30$	mm
Inercia	$I_x = ({}^1/_{12}) * b * h^3 = 5625$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 375$	mm3
Módulo de Sección	S_x=0.375e-06	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 42467036.45$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.5141$	

4.8. CÁLCULO DEL SOPORTE DE TABLERO (CP)

Tabla 4.47
Datos de la sección de diseño

	Barra de 30x2.5mm	
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Carga distribuida	$w = \rho * b * h * g = 5.7756$	N/m
Longitud	$L = 1.8$	m

Utilizamos el Momento en Extremos Fijos (FEM) nuevamente.

Figura 4.29
Diagrama de fuerzas y momentos

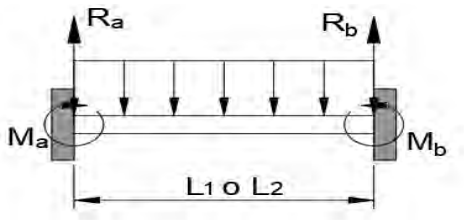


Tabla 4.48
Momentos y Reacciones de Apoyo de tablero (CP)

$M_a = \frac{wL_1{}^2}{12}$	10.8856	$M'_a = \frac{wL_2{}^2}{12}$	16.0506	$R_a = R_b = \frac{wL_1}{2}$	116.6309
$M_b = -\frac{wL_1{}^2}{12}$	-10.8856	$M'_b = -\frac{wL_2{}^2}{12}$	-16.0506	$R'_a = R'_b = \frac{wL_2}{2}$	141.6233

La matriz de rigidez se repite para cada elemento y la carga se calcula al sumar q iguales.

Q	*K1*					*D*		*q0*		*Q*
q8	68.3309	19.1327	-68.3309	19.1327		0		116.6309		87.7933
q4=	19.1327	7.1429	-19.1327	3.5714		-1.5407	+	10.8856	=	0
q7	-68.3309	-19.1327	68.3309	-19.1327		0		116.6309		145.4685
q3	19.1327	3.5714	-19.1327	7.1429		0.0335		-10.8856		-16.1491

Q	*K2*					*D*		*q0*		*Q*
q7	38.1641	12.9758	-38.1641	12.9758		0		141.6233		141.6233
q3	12.9758	5.8824	-12.9758	2.9412		0.0335	+	16.0506	=	16.1491
q6	-38.1641	-12.9758	38.1641	-12.9758		0		141.6233		141.6233
q2	12.9758	2.9412	-12.9758	5.8824		-0.0335		-16.0506		-16.1491

Q	*K3*					*D*		*q0*		*Q*
q6	68.3309	19.1327	-68.3309	19.1327		0		116.6309		145.4685
q2	19.1327	7.1429	-19.1327	3.5714		-0.0335	+	10.8856	=	16.1491
q5	-68.3309	-19.1327	68.3309	-19.1327		0		116.6309		87.7933
q1	19.1327	3.5714	-19.1327	7.1429		1.5407		-10.8856		0

Figura 4.30
Diagrama de fuerza cotante y momento

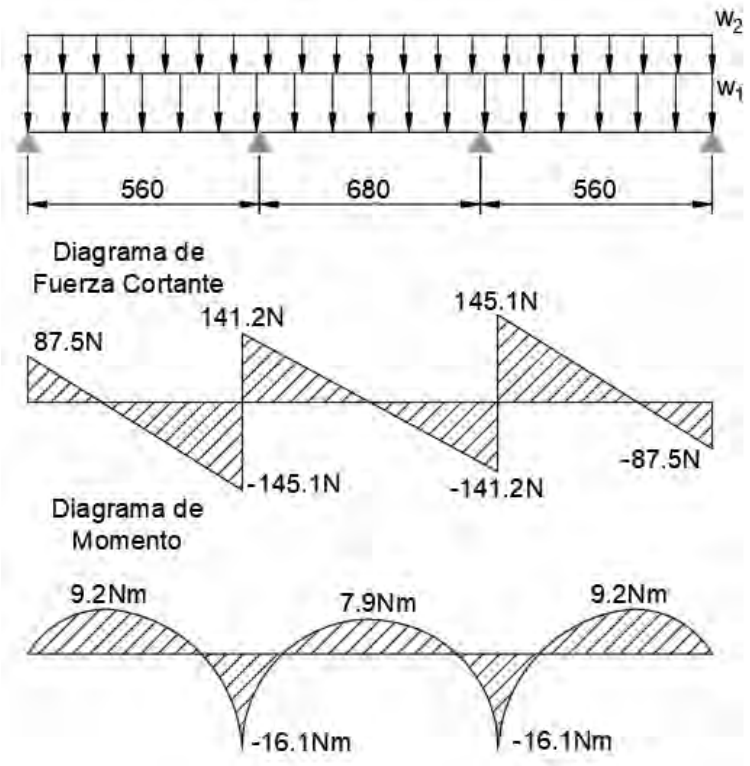


Tabla 4.49
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 16.1043$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 64.3$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{16.1043}{64.3} = 250.4553$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 15$	mm
Ancho de Sección	$b = 2.5$	mm
Altura de Sección	$h = 30$	mm
Inercia	$I_x = ({}^{1}/_{12}) * b * h^3 = 5625$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 375$	mm3
Módulo de Sección	S_x=0.375e-06	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 42944730.89$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.4972$	

4.9. CÁLCULO DEL LARGUERO (STCP)

Esta pieza se divide la mesa de corte en tres porque se utiliza 2 unidades de largueros y son las que sostienen 48 soportes del tablero separados a una distancia de 70mm en la mesa de corte. La carga calculada anteriormente en el soporte de tablero que afecta a los largueros es la misma $q_6 + q_6 = q_7 + q_7 = 287.0918\ N$ en 48 puntos.

$$Q_k = KD_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = KD_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = KD_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k K^{-1}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} -287.0917 \\ 0 \\ -287.0917 \\ 0 \\ -287.0917 \\ 0 \\ \vdots \\ -287.0917 \\ 0 \\ Q_{101} \\ Q_{102} \\ Q_{103} \\ Q_{104} \\ Q_{105} \\ Q_{106} \end{bmatrix}_{106x1} \qquad D_k = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \\ \vdots \\ D_{99} \\ D_{100} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{106x1}$$

Tabla 4.50
Datos para el diseño de larguero (STCP)

Datos			Unidades
Fuerza	P	287.091769	N
longitud	L1	0.27	m
longitud	L2	0.07	m
longitud	L3	0.035	m
longitud	L	3.9	m

Figura 4.31
Diagrama del cuerpo libre

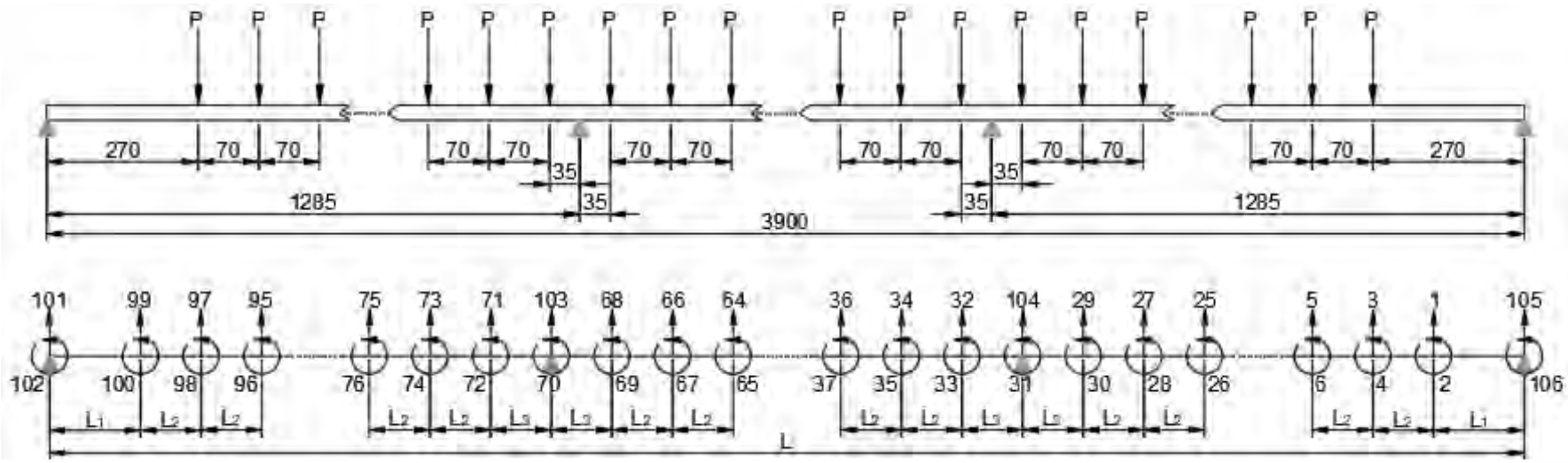


Tabla 4.51
Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez		
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 609.6632EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 34985.4227EI$	$\frac{12EI}{{L_3}^3} = 279883.3819EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 82.3045EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 1224.4898EI$	$\frac{6EI}{{L_3}^2} = 4897.9592EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 14.8148EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 57.1429EI$	$\frac{4EI}{L_3} = 114.2857EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 7.4074EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 28.5714EI$	$\frac{2EI}{L_3} = 57.1429EI$

$$k_{52} = k_1 = \begin{vmatrix} 609.6632 & 82.3045 & -609.6632 & 82.3045 \\ 82.3045 & 14.8148 & -82.3045 & 7.4074 \\ -609.6632 & -82.3045 & 609.6632 & -82.3045 \\ 82.3045 & 7.4074 & -82.3045 & 14.8148 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{r} k_{51} = k_{50} = \ldots = k_{39} = k_{38} = \\ k_{35} = k_{34} = \ldots = k_{19} = k_{18} = \\ k_{35} = k_{34} = \ldots = k_{19} = k_{18} = \\ k_{15} = k_{14} = \ldots = k_3 = k_2 = \end{array} \begin{vmatrix} 34985.4227 & 1224.4898 & -34985.4227 & 1224.4898 \\ 1224.4898 & 57.1429 & -1224.4898 & 28.5714 \\ -34985.4227 & -1224.4898 & 34985.4227 & -1224.4898 \\ 1224.4898 & 28.5714 & -1224.4898 & 57.1429 \end{vmatrix}$$

$$k_{37} = k_{36} = k_{17} = k_{16} = \begin{vmatrix} 279883.3819 & 4897.9592 & -279883.382 & 4897.9592 \\ 4897.9592 & 114.2857 & -4897.9592 & 57.1429 \\ -279883.382 & -4897.9592 & 279883.3819 & -4897.9592 \\ 4897.9592 & 57.1429 & -4897.9592 & 114.2857 \end{vmatrix}$$

Existe una similitud en las matrices de rigidez de los elementos debido a su longitud, todas estas matrices deben ser ordenadas en una sola matriz de acuerdo al método de rigidez, para hallar su inversa, la matriz de desplazamiento y las cargas desconocidas.

La matriz rigidez, su inversa y la matriz desplazamiento son:

K

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 |
|---|---|---

Figura 4.32
Diagrama de fuerza cortante y momento

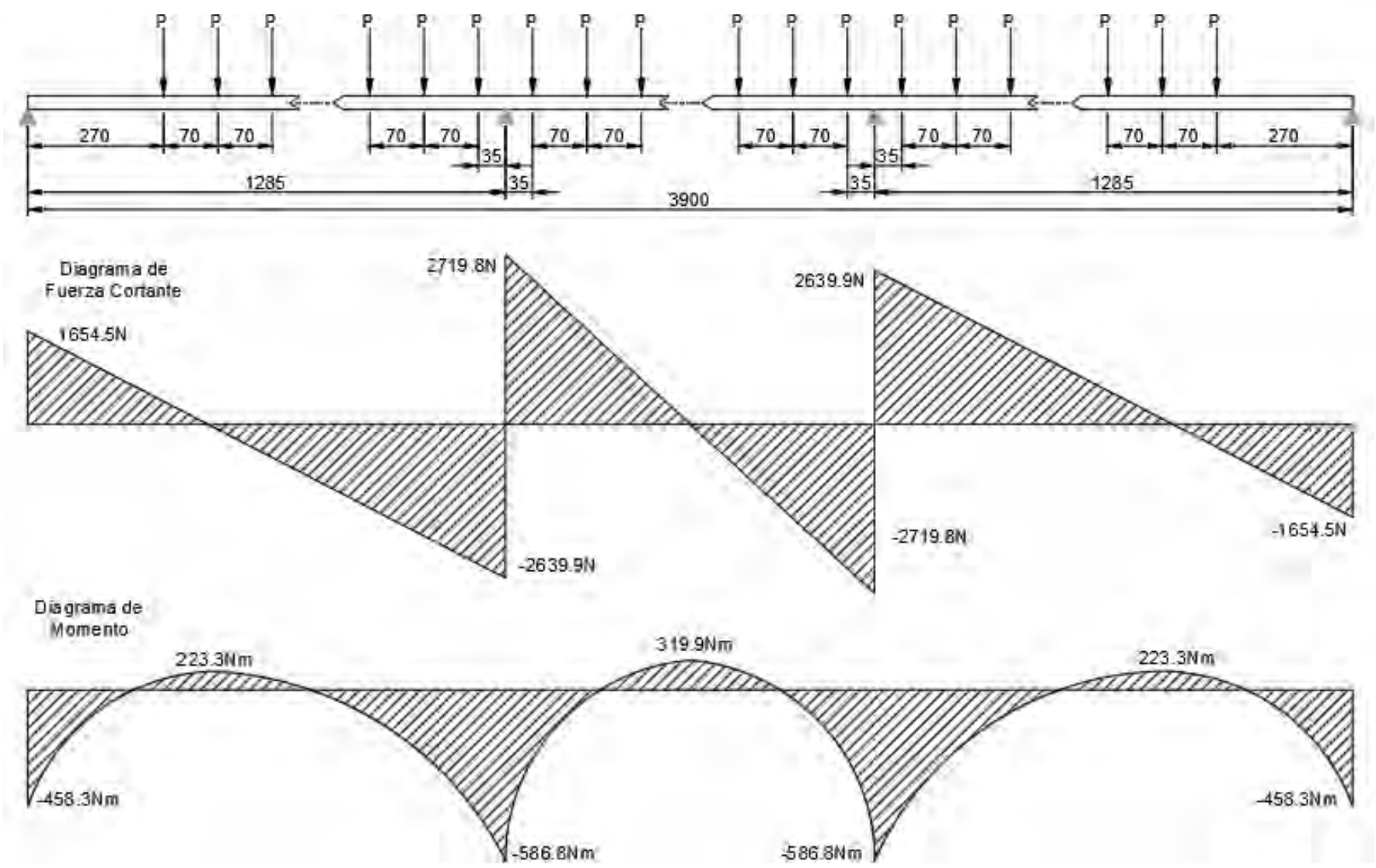


Tabla 4.52
Reacciones y momentos resultantes

Q101	1659.129568	N	Q104	5374.61877	N
Q102	459.6301532	N.m	Q105	1659.129568	N
Q103	5374.61877	N	Q106	-459.630153	N.m

Tabla 4.53
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 65mm, \quad b = 25.4mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 32.831$ $k_b = 1.24d_e{}^{-0.107} = 0.8534$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 108.5644\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1193.761$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.1735$ $S_f = aN^b = 48.82MPa$	–

Tabla 4.54
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 586.8643$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 48.82$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{586.8643}{48.82} = 12020.9821$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^h/_2 = 32.5$	mm
Ancho de Sección	$b = 25.4$	mm
Altura de Sección	$h = 65$	mm
Inercia	$I_x = ({}^1/_{12}) * b * h^3 = 581289.583$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 17885.8333$	mm3
Módulo de Sección	S_x=1.7885e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 32811685.93$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.48788$	

4.10. CÁLCULO DEL LARGUERO (CP)

Figura 4.33
Diagrama de cuerpo libre

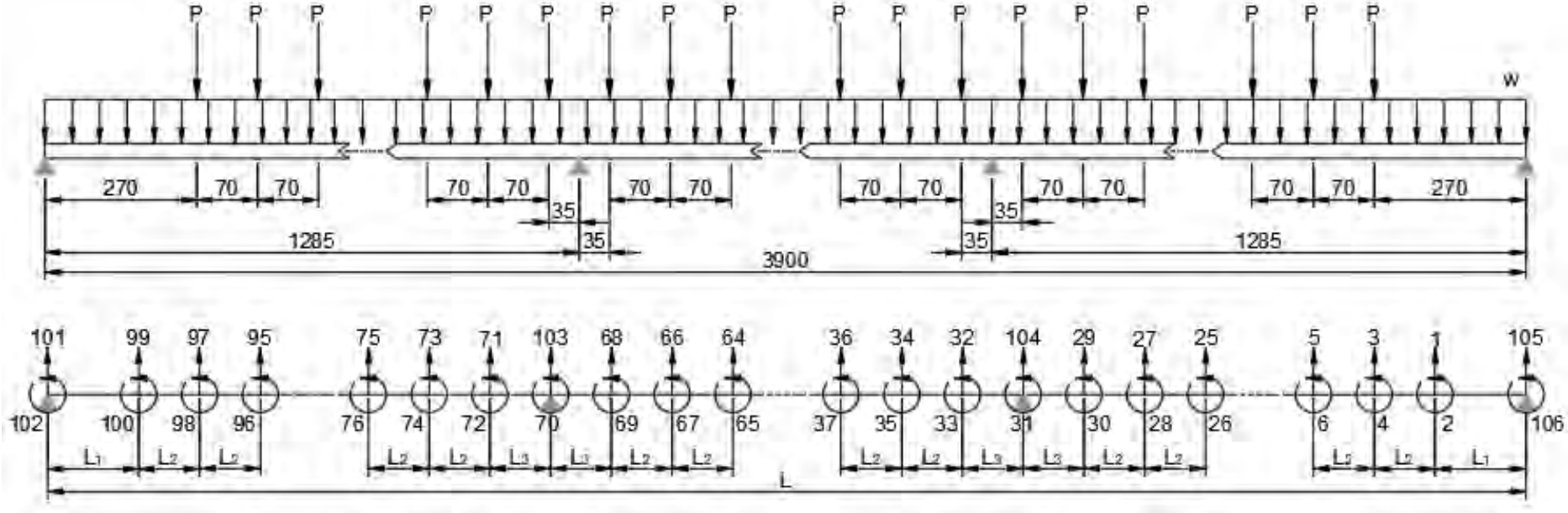


Tabla 4.55
Datos de la seccion de diseño

Barra 65mmx25.4mm		Unidad
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Carga Distribuida	$w = \rho * g * b * h = 127.141$	N/m
Longitud	$L = 3.9$	m
Longitud	$l = 1.285$	m
Longitud	$L_1 = 1.330$	m

Como es una carga distribuida utilizamos los Momentos en Extremos Fijos (FEM)

Figura 4.34
Diagrama de cuerpo libre

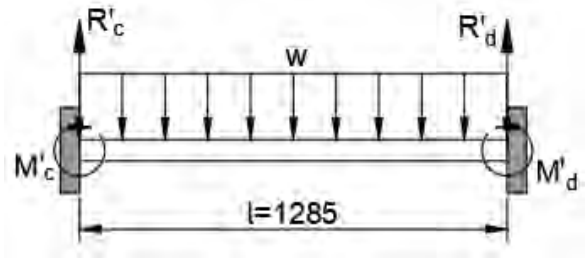


Tabla 4.56
Momentos y reacciones

$M'_c = \frac{wl^2}{12}$	17.4949	$R'_c = \frac{wl}{2}$	81.6881
$M'_d = -\frac{wl^2}{12}$	-17.4949	$R'_d = \frac{wl}{2}$	81.6881

Figura 4.35
Diagrama de cuerpo libre

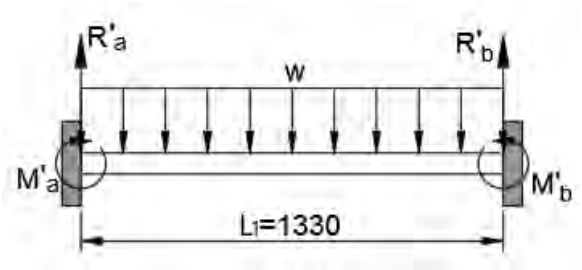


Tabla 4.57
Momentos y reacciones

$M'_a = \frac{wL_1{}^2}{12}$	18.7416	$R'_a = \frac{wL_1}{2}$	84.5488
$M'_b = -\frac{wL_1{}^2}{12}$	-18.7416	$R'_b = \frac{wL_1}{2}$	84.5488

Figura 4.36
Diagrama de cuerpo libre

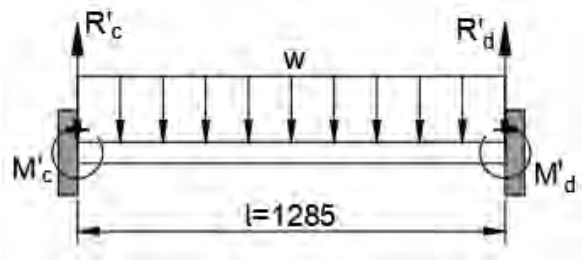


Tabla 4.58
Momentos y reacciones

$M'_c = \frac{wl^2}{12}$	17.4949	$R'_c = \frac{wl}{2}$	81.6881
$M'_d = -\frac{wl^2}{12}$	-17.4949	$R'_d = \frac{wl}{2}$	81.6881

La inversa de la matriz de rigidez se repite, así como los desplazamientos, entonces evaluaremos por elemento con la formula $q = kd + q_0$ teniendo en cuenta las matrices de rigidez y desplazamientos de cada elemento, delimitado por su numeración como se muestra en la figura 4.33 dentro de cada elemento

Q	*K1*					*D*		*q0*		*Q*
q101	609.66	82.30	-609.66	82.30		0		81.68		1739.84
q102=	82.30	14.81	-82.30	7.40		0	+	17.49	=	476.70
q99	-609.66	-82.30	609.66	-82.30		-11.29		0		-1658.15
q100	82.30	7.40	-82.30	14.81		-63.55		0		-11.51

Q	*K16*					*D*		*q0*		*Q*
q71	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		0.06		0		-2648.23
q72=	4897.9	114.3	-4897.9	57.14		7.49	+	0	=	496.65
q103	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		0		81.69		2729.92
q70	4897.9	57.14	-4897.9	114.3		-11.51		-17.49		-606.83

Q	*K17*					*D*		*q0*		*Q*
q103	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		0		84.55		2811.92
q70=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1		-11.51	+	18.74	=	606.83
q68	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		-0.74		0		-2727.37
q69	4897.9	57.1	-4897.9	114.3		-30.43		0		-492.63

Q	*K36*					*D*		*q0*		*Q*
q32	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.94		-0.74		0		-2727.37
q33=	4897.9	114.3	-4897.9	57.14		30.43	+	0	=	492.63
q104	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.94		0		84.55		2811.92
q31	4897.9	57.1	-4897.94	114.3		11.51		-18.74		-606.83

Q	*K37*				*D*		*q0*		*Q*
q104	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.94	0		81.68		2729.9
q31=	4897.9	114.3	-4897.9	57.14	11.51	+	17.49	=	606.8
q29	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.94	0.06		0		-2648.2
q30	4897.9	57.1	-4897.94	114.3	-7.49		0		-496.6

Q	*K52*				*D*		*q0*		*Q*
q1	609.66	82.30	-609.66	82.30	-11.29		0		-1658.15
q2=	82.30	14.81	-82.30	7.41	63.55	+	0	=	11.51
q105	-609.66	-82.30	609.66	-82.30	0		81.68		1739.84
q106	82.30	7.41	-82.30	14.81	0		-17.49		-476.70

Se obtienen las reacciones y momentos necesarios para realizar los diagramas y diseñar la sección del larguero.

Q101	1739.8364	N
Q102	476.7047	N.m
Q103	5541.8370	N
Q104	5541.8370	N
Q105	1739.8364	N
Q106	-476.7047	N.m

Figura 4.37

Diagrama de fuerza cotante y momento

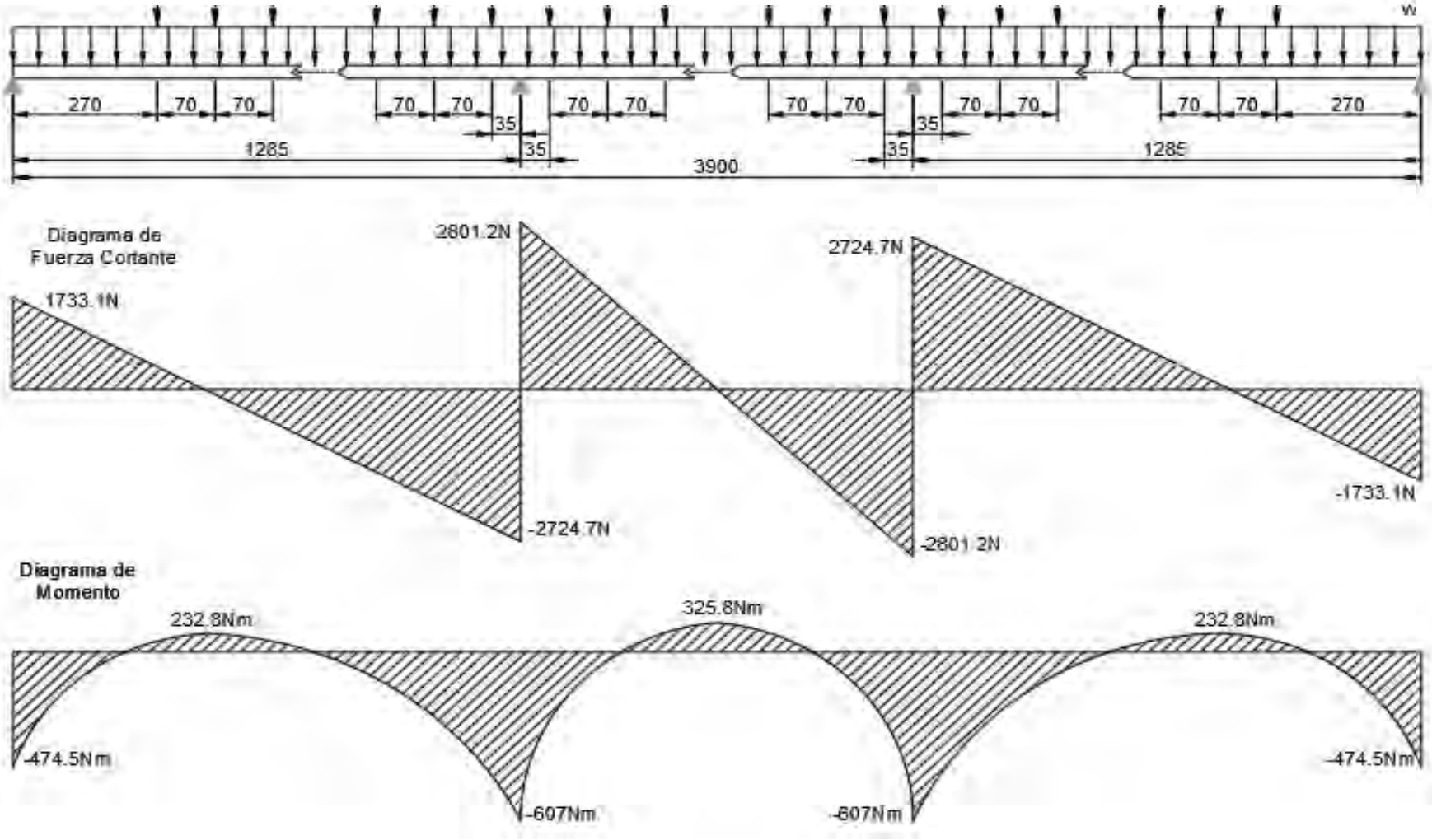


Tabla 4.59
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 600.5622$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 48.82$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{600.5622}{48.82} = 12301.5607$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 32.5$	mm
Ancho de Sección	$b = 25.4$	mm
Altura de Sección	$h = 65$	mm
Inercia	$I_x = ({}^{1}/_{12}) * b * h^3 = 581289.583$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 17885.8333$	mm3
Módulo de Sección	S_x=1.7885e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 33577534.8$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.4539$	

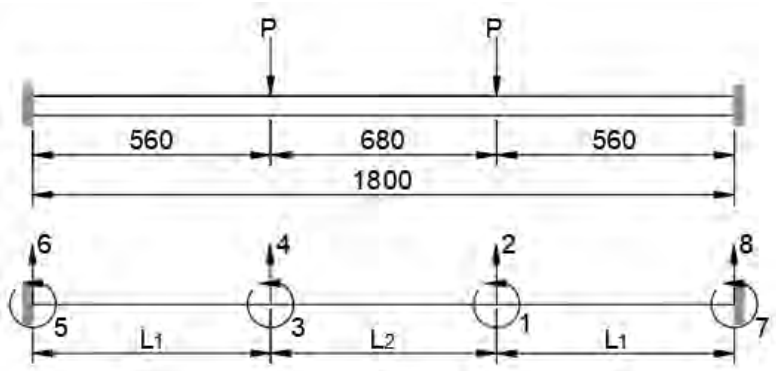
4.11. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES INTERNAS (STCP)

Las cargas Q103 y Q104 del cálculo de los largueros son importante para este cálculo debido a que cada una de estas fuerzas actuara sobre dos vigas frontales internas de la mesa de corte.

Tabla 4.60
Datos de las vigas frontales internas (STCP)

Datos			Unidades
Fuerza	P	5541.836993	N
Longitud	L1	0.56	m
Longitud	L2	0.68	m

Figura 4.38
Diagrama de cuerpo libre



Aplicando el método de la rigidez.

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = K_{11}D_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k {K_{11}}^{-1}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} 0 \\ -5541.837 \\ 0 \\ -5541.837 \end{bmatrix} \qquad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabla 4.61

Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez	
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 68.3309EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 38.1641EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 19.1327EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 12.9758EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 7.1429EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 5.8824EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 3.5714EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 2.9412EI$

$$k_1 = k_3 = \begin{vmatrix} 68.3309 & 19.1327 & -68.3309 & 19.1327 \\ 19.1327 & 7.1429 & -19.1327 & 3.5714 \\ -68.3309 & -19.1327 & 68.3309 & -19.1327 \\ 19.1327 & 3.5714 & -19.1327 & 7.1429 \end{vmatrix}$$

$$k_2 = \begin{vmatrix} 38.1641 & 12.9758 & -38.1641 & 12.9758 \\ 12.9758 & 5.8824 & -12.9758 & 2.9412 \\ -38.1641 & -12.9758 & 38.1641 & -12.9758 \\ 12.9758 & 2.9412 & -12.9758 & 5.8824 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{Q} \\ \begin{vmatrix} 0 \\ -5541.84 \\ 0 \\ -5541.84 \\ \hdashline Q5 \\ Q6 \\ Q7 \\ Q8 \end{vmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \boldsymbol{K} \\ \begin{vmatrix} 13.02 & 6.2 & 2.9 & 12.9 & 0 & 0 & 3.6 & -19.1 \\ 6.16 & 106.5 & -12.9 & -38.2 & 0 & 0 & 19.1 & -68.3 \\ 2.94 & -12.9 & 13.0 & -6.2 & 3.6 & 19.1 & 0 & 0 \\ 12.98 & -38.2 & -6.2 & 106.4 & -19.1 & -68.3 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 3.6 & -19.1 & 7.1 & 19.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.1 & -68.3 & 19.1 & 68.3 & 0 & 0 \\ 3.57 & 19.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.1 & -19.1 \\ -19.13 & -68.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -19.1 & 68.3 \end{vmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \boldsymbol{D} \\ \begin{vmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \end{array}$$

K^{-1}				D		Q	
0.1377	-0.0281	-0.0738	-0.0311	D1	328.2738	Q5	2137.917
-0.0281	0.0191	0.0311	0.0121	D2	-173.0196	Q6	5541.837
-0.0738	0.0311	0.1377	0.0281	D3	-328.2738	Q7	-2137.917
-0.0311	0.0121	0.0281	0.0191	D4	-173.0196	Q8	5541.837

Figura 4.39
Diagrama de fuerza cotante y momento

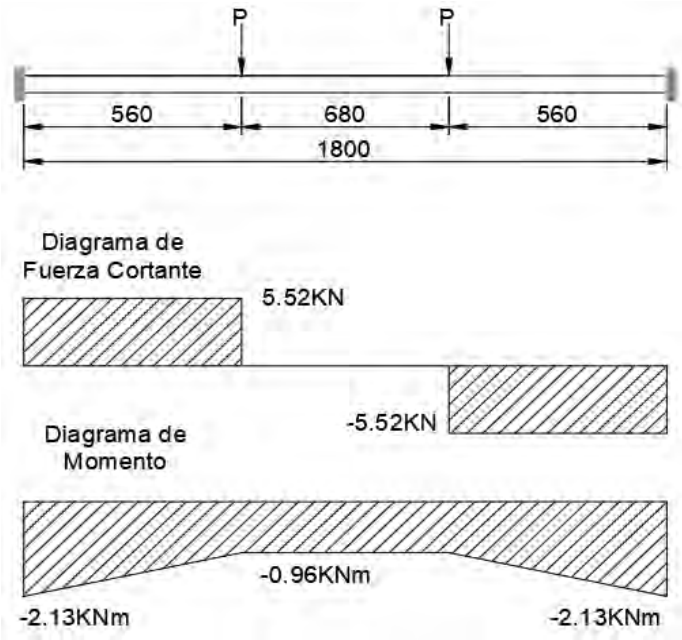


Tabla 4.62
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e\prime} = 0.5S_{ut} \quad S_{e\prime} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^{b} = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 200mm, \quad b = 100mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 114.2684$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.7176$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e\prime} = 91.2832\ MPa$ $f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^8 ciclos	$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1419.757$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.1986$ $S_f = aN^b = 23.15MPa$	–

Tabla 4.63
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 2137.9176$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 23.15$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{2137.9176}{23.15} = 92350.6505$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 100$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 200$	mm
Espesor de Sección	$t = 4$	mm
Inercia	$I_x = 11999226.1$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 119992.261$	mm3
Módulo de Sección	S_x=11.9992e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 17817128.8$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.29931$	

4.12. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES INTERNAS (CP)

Tabla 4.64
Datos de la seccion de diseño

Tubo 100x200x4mm		Unidad
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Área	$A = 2294.796$	mm2
Carga Distribuida	$w = \rho * g * A = 176.72$	N/m
Longitud	$L = 1.8$	m

Por ser carga distribuida, se usará el Momento en Extremos Fijos (FEM)

Figura 4.40
Diagrama de cuerpo libre

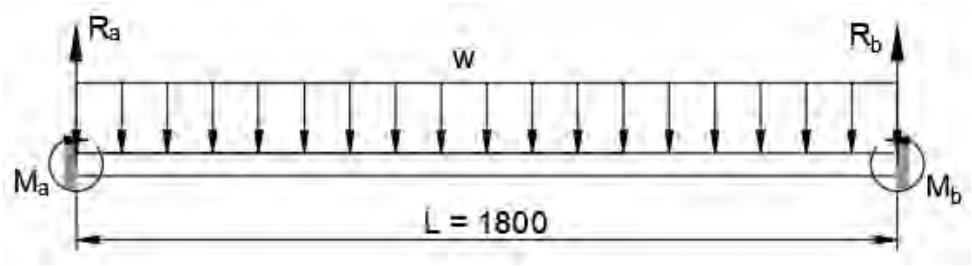


Tabla 4.65

Momentos y reacciones de las vigas frontales internas (CP)

$M_a = \frac{wL^2}{12}$	47.7141	$R_a = \frac{wL}{2}$	159.0469
$M_b = -\frac{wL^2}{12}$	-47.7141	$R_b = \frac{wL}{2}$	159.0469

La inversa de la matriz de rigidez se repite, así como los desplazamientos, entonces evaluaremos por elemento con la formula $q = kd + q_0$ teniendo en cuenta las matrices de rigidez y desplazamientos de cada elemento, delimitado por su numeración como se muestra en la figura 4.38 dentro de cada elemento.

Q		***K1***				***D***		***q0***		***Q***
q6	68.33	19.13	-68.33	19.13		0		159.05		5700.88
q5=	19.13	7.14	-19.13	3.57		0	+	47.71	=	2185.63
q4	-68.33	-19.13	68.33	-19.13		-173.02		0		-5541.84
q3	19.13	3.57	-19.13	7.14		-328.27		0		965.51

Q		***K3***				***D***		***q0***		***Q***
q2	68.33	19.13	-68.33	19.13		-173.02		0		-5541.84
q1=	19.13	7.14	-19.13	3.57		328.27	+	0	=	-965.51
q8	-68.33	-19.13	68.33	-19.13		0		159.05		5700.88
q7	19.13	3.57	-19.13	7.14		0		-47.71		-2185.63

El resultado son la reacciones y momentos en los extremos de las dos vigas internas que son idénticas por que las cargas que se les aplica son las mismas.

Q		
Q5	2185.6316	N.m
Q6	5700.8839	N
Q7	-2185.6316	N.m
Q8	5700.8839	N

Ahora se verifica la sección de diseño.

Figura 4.41
Diagrama de fuerza contante y momento

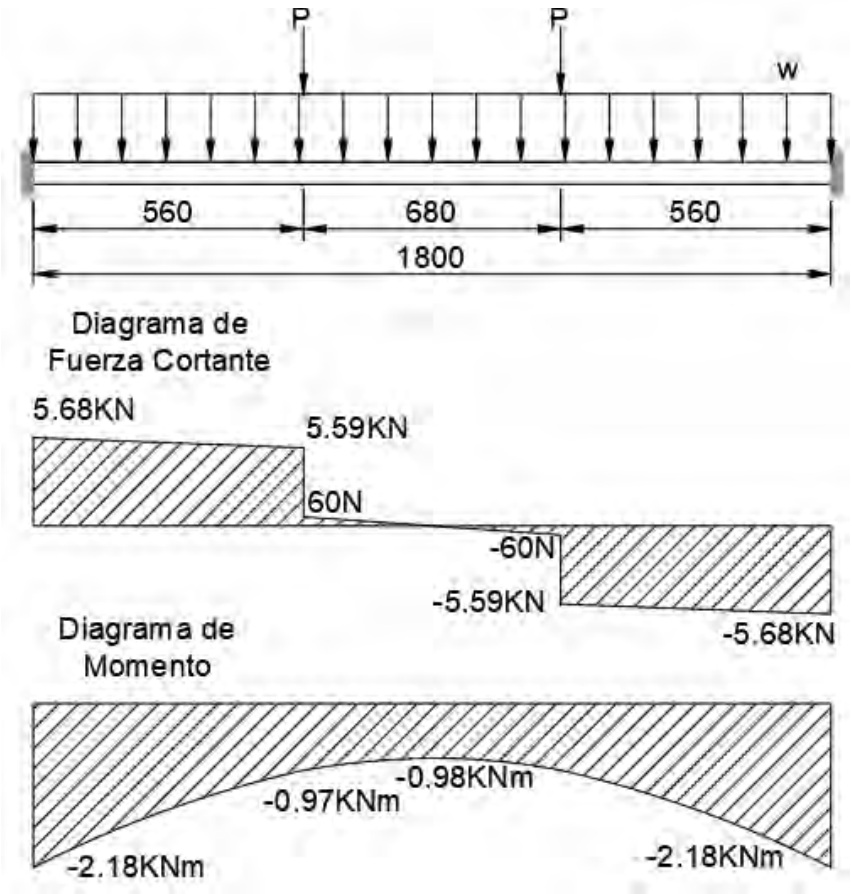


Tabla 4.66
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 2185.6316$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 23.15$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{2185.6316}{23.15} = 94411.7341$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 100$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 200$	mm
Espesor de Sección	$t = 4$	mm
Inercia	$I_x = 11999226.1$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 119992.261$	mm3
Módulo de Sección	S_x=11.9992e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 18214771.8$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.2709$	

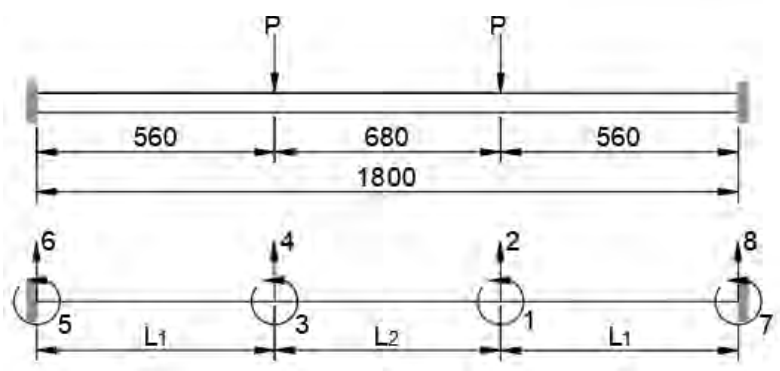
4.13. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES EXTERNAS (STCP)

Las cargas Q101 y Q105 del cálculo de los largueros son importante para este cálculo debido a que cada una de estas fuerzas actúa en los extremos de las dos vigas frontales externas de la mesa de corte.

Tabla 4.67
Datos de la sección de diseño

Datos			Unidades
Fuerza	P	1739.83636	N
Longitud	L1	0.56	m
Longitud	L2	0.68	m

Figura 4.42
Diagrama de cuerpo libre



Aplicando el método de la rigidez.

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k \qquad Q_k = \begin{bmatrix} 0 \\ -1739.83636 \\ 0 \\ -1739.83636 \end{bmatrix} \qquad D_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = K_{11}D_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k {K_{11}}^{-1}$$

Tabla 4.68
Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez	
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 68.3309EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 38.1641EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 19.1327EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 12.9758EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 7.1429EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 5.8824EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 3.5714EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 2.9412EI$

$$k_1 = k_3 = \begin{vmatrix} 68.3309 & 19.1327 & -68.3309 & 19.1327 \\ 19.1327 & 7.1429 & -19.1327 & 3.5714 \\ -68.3309 & -19.1327 & 68.3309 & -19.1327 \\ 19.1327 & 3.5714 & -19.1327 & 7.1429 \end{vmatrix}$$

$$k_2 = \begin{vmatrix} 38.1641 & 12.9758 & -38.1641 & 12.9758 \\ 12.9758 & 5.8824 & -12.9758 & 2.9412 \\ -38.1641 & -12.9758 & 38.1641 & -12.9758 \\ 12.9758 & 2.9412 & -12.9758 & 5.8824 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{Q} \\ 0 \\ -5541.84 \\ 0 \\ -5541.84 \\ Q5 \\ Q6 \\ Q7 \\ Q8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{K} \\ 13.025 & 6.157 & 2.941 & 12.97 & 0 & 0 & 3.57 & -19.13 \\ 6.157 & 106.495 & -12.97 & -38.16 & 0 & 0 & 19.13 & -68.33 \\ 2.941 & -12.976 & 13.025 & -6.16 & 3.571 & 19.133 & 0 & 0 \\ 12.976 & -38.164 & -6.16 & 106.49 & -19.133 & -68.331 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.571 & -19.13 & 7.143 & 19.133 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.13 & -68.33 & 19.133 & 68.331 & 0 & 0 \\ 3.571 & 19.133 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.14 & -19.13 \\ -19.133 & -68.331 & 0 & 0 & 0 & 0 & -19.13 & 68.33 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \boldsymbol{D} \\ D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{K^{-1}} \\ 0.1377 & -0.0281 & -0.0738 & -0.0311 \\ -0.0281 & 0.0191 & 0.0311 & 0.0121 \\ -0.0738 & 0.0311 & 0.1377 & 0.0281 \\ -0.0311 & 0.0121 & 0.0281 & 0.0191 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \boldsymbol{D} \\ D1 \\ D2 \\ D3 \\ D4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 103.0602 \\ -54.3188 \\ -103.0602 \\ -54.3188 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \boldsymbol{Q} \\ Q5 \\ Q6 \\ Q7 \\ Q8 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 671.1902 \\ 1739.8363 \\ -671.1902 \\ 1739.8363 \end{vmatrix}$$

Figura 4.43

Diagrama de fuerza cortante y momento

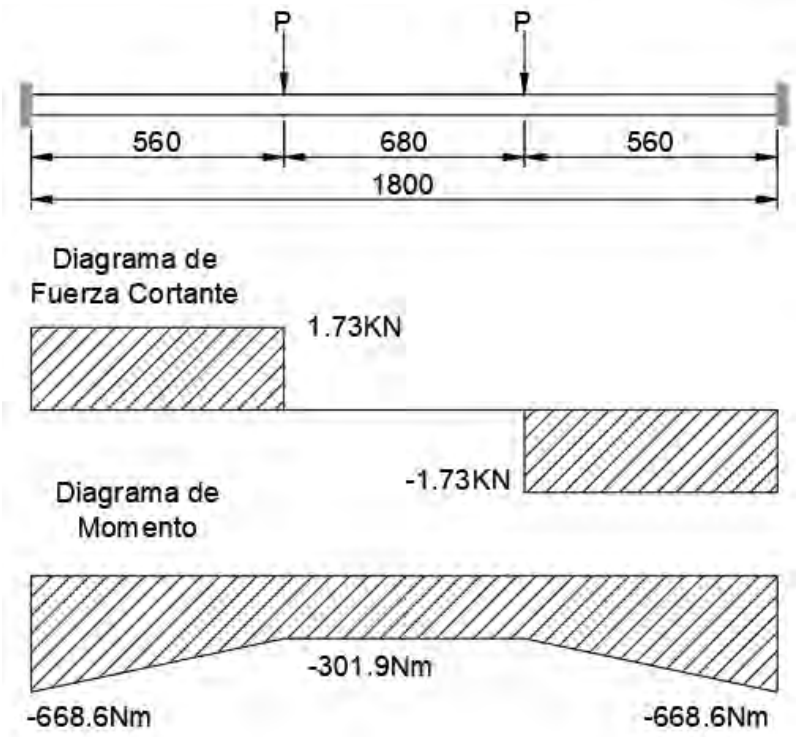


Tabla 4.69
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa$ $S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut}$ $S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7,$ $b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^{b} = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 100mm,$ $b = 100mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 80.8$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.7577$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236$ $k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 96.3877\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^9 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi,$ $S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1344.5693$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.1907$ $S_f = aN^b = 25.8MPa$	–

Tabla 4.70
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 671.1902$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 25.8$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{671.1902}{25.8} = 26015.1242$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 50$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 100$	mm
Espesor de Sección	$t = 3$	mm
Inercia	$I_x = 1771155.14$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 35423.10$	mm3
Módulo de Sección	S_x=3.542e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 18947809.5$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.3616$	

4.14. CÁLCULO DE LAS VIGAS FRONTALES EXTERNAS (CP)

Tabla 4.71
Datos de la sección de diseño

Tubo 100x100x3mm		Unidad
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Área	$A = 1140.823$	mm2
Carga Distribuida	$w = \rho * g * A = 87.853$	N/m
Longitud	$L = 1.8$	m

Por ser carga distribuida, se usará el Momento en Extremos Fijos (FEM)

Figura 4.44
Diagrama de cuerpo libre

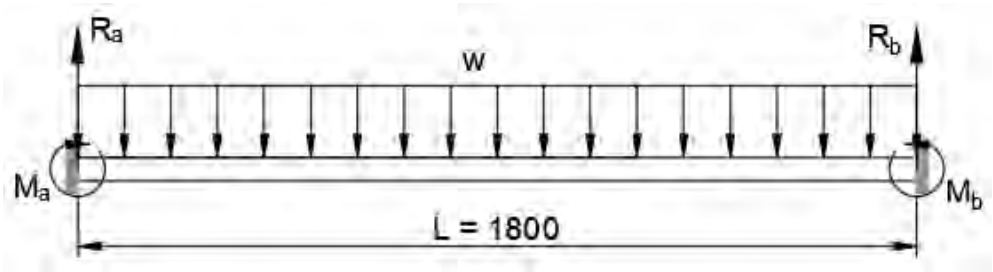


Tabla 4.72
Momentos y reacciones

$M_a = \frac{wL^2}{12}$	23.7203	$R_a = \frac{wL}{2}$	79.0678
$M_b = -\frac{wL^2}{12}$	-23.7203	$R_b = \frac{wL}{2}$	79.0678

La inversa de la matriz de rigidez se repite, así como los desplazamientos, entonces evaluaremos por elemento con la formula $q = kd + q_0$ teniendo en cuenta las matrices de rigidez y desplazamientos de cada elemento, delimitado por su numeración como se muestra en la figura 4.42 dentro de cada elemento.

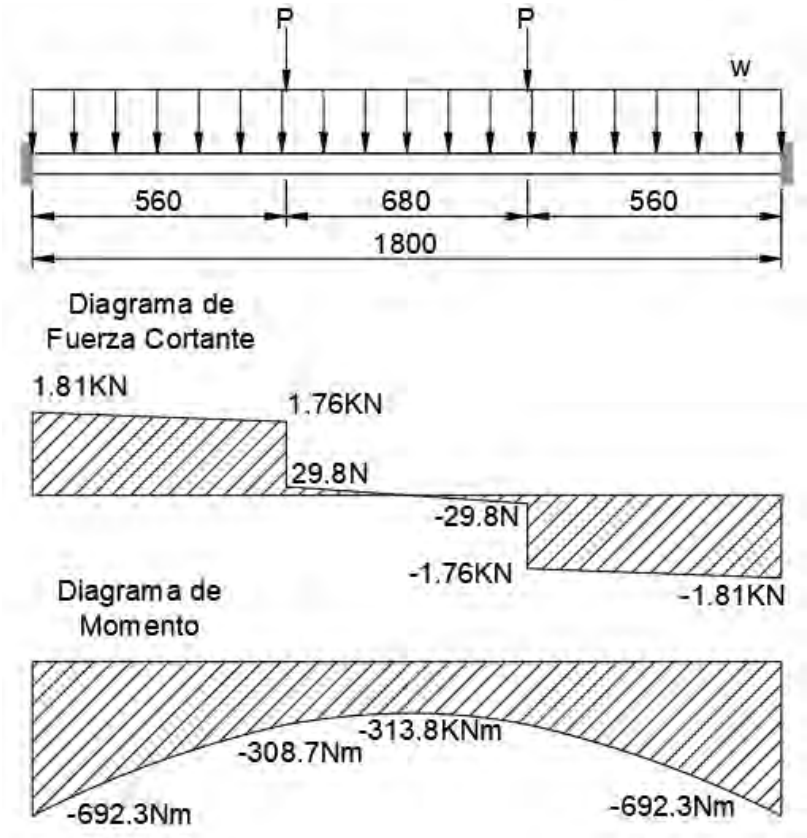
Q		***K1***				***D***		***q0***		***Q***
q6	68.33	19.13	-68.33	19.13		0		79.07		1818.90
q5=	19.13	7.14	-19.13	3.57		0	+	23.72	=	694.91
q4	-68.33	-19.13	68.33	-19.13		-54.32		0		-1739.84
q3	19.13	3.57	-19.13	7.14		-103.06		0		303.12

Q	*K3*				*D*		*q0*		*Q*
q2	68.33	19.13	-68.33	19.13	-54.32		0		-1739.84
q1=	19.13	7.14	-19.13	3.57	103.06	+	0	=	-303.12
q8	-68.33	-19.13	68.33	-19.13	0		79.07		1818.91
q7	19.13	3.57	-19.13	7.14	0		-23.72		-694.91

El resultado son la reacciones y momentos en los extremos de las dos vigas frontales externas que son idénticas por que las cargas que se les aplica son las mismas.

Q		
Q5	694.9105	N.m
Q6	1818.9041	N
Q7	-694.9105	N.m
Q8	1818.9041	N

Figura 4.45
Diagrama de fuerza cortante y momento



Ahora se verifica la sección de diseño.

Tabla 4.73
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

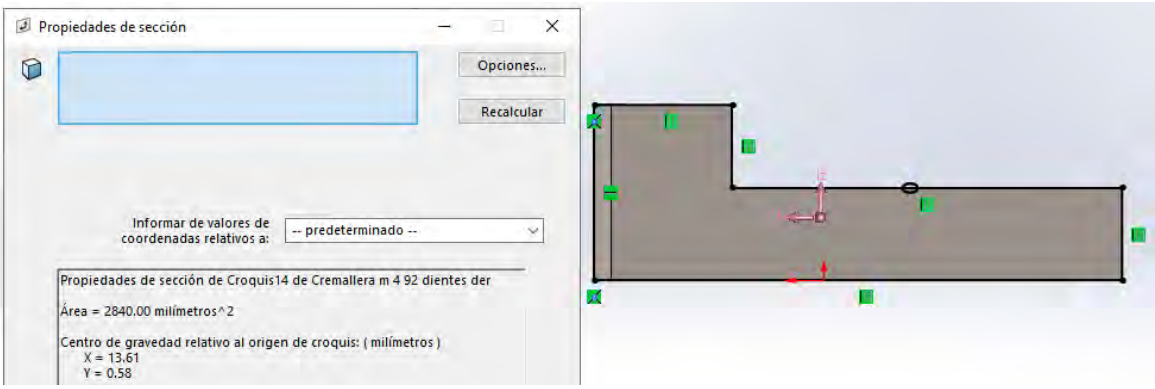
Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento Máximo	$M_{max} = 694.9105$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 25.8$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{694.9105}{25.8} = 26934.5168$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 50$	mm
Ancho de Sección	$b = 100$	mm
Altura de Sección	$h = 100$	mm
Espesor de Sección	$t = 3$	mm
Inercia	$I_x = 1771155.14$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 35423.1028$	mm3
Módulo de Sección	S_x=3.5423e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 19617438.3$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.3151$	

4.15. CÁLCULO DE LA VIGA LATERAL (STCP)

Ahora se diseñará la viga lateral de la mesa de corte, con las reacciones anteriores e incluyendo los pesos de la cremallera y las guías.

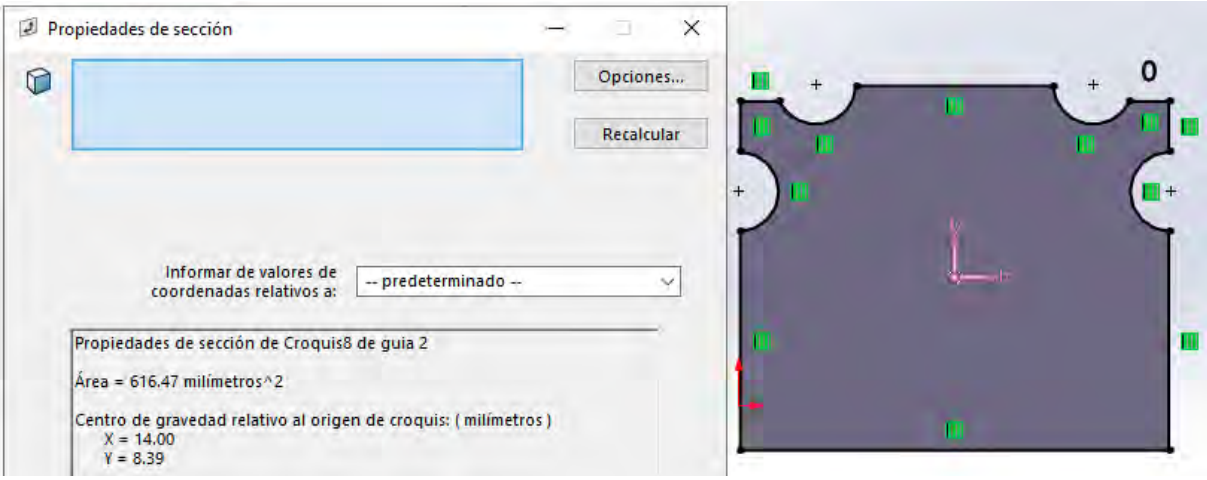
El peso de la cremallera que está ubicada sobre la viga lateral se obtiene del diseño de la cremallera y el piñón, de allí se obtiene los siguientes datos y se toma como apoyo el catálogo Andantex (ver anexo A). Área transversal 2840mm^2 x3720mm x10^{-9}= 0.01056m^3, para obtener su peso multiplica por la densidad del acero inoxidable AISI 316 con 8027 kg/m^3, lo cual resulta 84.8036kg; sin embargo, se debe restar el peso de 1.87 kg por la forma inclinada de la cremallera y por la cantidad de dientes, se tiene un peso de cremallera igual a 82.9337kg.

Figura 4.46
Área de la sección transversal de la cremallera, Solidworks



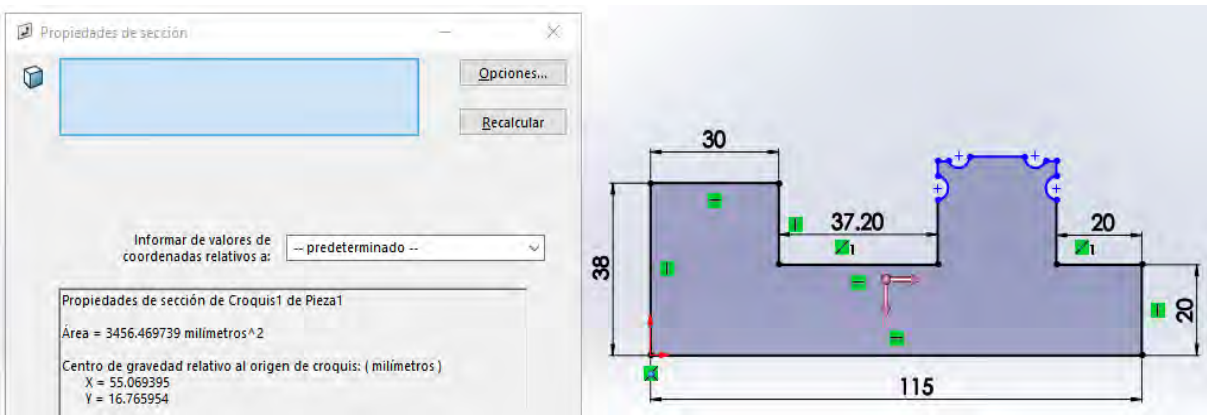
Las dimensiones de la guías y rieles se obtienen del catálogo general THK (ver anexo A) del cual se escogió una guía de carga ultra pesada (ultra heavy load) NR 30LR. Área transversal 616.4697mm2x3720mmx10-9=2.2933.10-3m3, para obtener su peso multiplica por la densidad del acero inoxidable AISI 316 con 8027 kg/m3, así se tiene un peso de la guía de 18.4081 kg.

Figura 4.47
Área de la sección transversal de la guía, Solidworks



La carga distribuida de w que es el peso distribuido de la cremallera y de la guía deben estar en el centro de gravedad para poder calcular las reacciones, para ello se calcula las coordenadas del centro de gravedad de acuerdo a la figura 4.48 y se ubica $\bar{x}_{CG} = 55.0694$, este punto debe coincidir con el $\bar{x}_{CG}$ de la viga del puente.

Figura 4.48
Centro de gravedad de la carga distribuida w



La carga P1 corresponde a la reacción de los extremos de cada soporte de tablero, las cargas P2 y P3 corresponden a las reacciones de la base del puente a resultante del cálculo anterior, w corresponde a los pesos de la cremallera, rieles y guías y w1+w2 corresponde a los pesos de la base de transmisión de cables y las longitudes, con sus respectivas longitudes, que se muestran en la figura 4.49.

Tabla 4.74
Datos de la viga lateral (STCP)

Datos			Unidad
Fuerza	P1	87.7933	N
Fuerza	P2	1681.0933	N
Fuerza	P3	1102.1806	N
Carga distribuida	w	267.2480	N/m
Longitud	L1	0.27	m
Longitud	L2	0.07	m
Longitud	L3	0.035	m

Las longitudes L1, L2 y L3 se muestran en la figura 4.49.

Figura 4.49
Diagrama de cuerpo libre

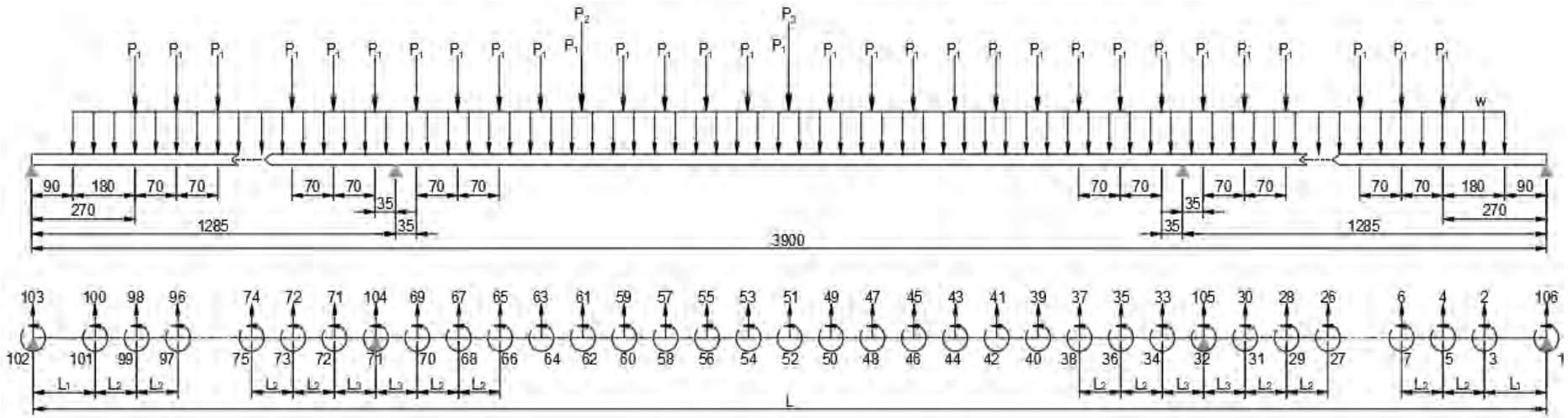


Tabla 4.75
Elementos de la Matriz de Rigidez

Elementos de la Matriz de Rigidez		
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 609.6632EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 34985.4227EI$	$\frac{12EI}{{L_3}^3} = 279883.3819EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 82.3045EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 1224.4898EI$	$\frac{6EI}{{L_3}^2} = 4897.9592EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 14.8148EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 57.1429EI$	$\frac{4EI}{L_3} = 114.2857EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 7.4074EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 28.5714EI$	$\frac{2EI}{L_3} = 57.1429EI$

Figura 4.50
Peso de la guía y cremallera

Accesorios		Unidad
Peso guía	18.4081	kg
Peso cremallera	82.9337	kg
Longitud	3.72	m
Total	101.3417	kg
	994.1624	N
	267.2480	N/m

$$k_{52} = k_1 = \begin{vmatrix} 609.6632 & 82.3045 & -609.6632 & 82.3045 \\ 82.3045 & 14.8148 & -82.3045 & 7.4074 \\ -609.6632 & -82.3045 & 609.6632 & -82.3045 \\ 82.3045 & 7.4074 & -82.3045 & 14.8148 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} k_{51} = k_{50} = \ldots = k_{39} = k_{38} = \\ k_{35} = k_{34} = \ldots = k_{19} = k_{18} = \\ k_{35} = k_{34} = \ldots = k_{19} = k_{18} = \\ k_{15} = k_{14} = \ldots = k_3 = k_2 = \end{matrix} \begin{vmatrix} 34985.4227 & 1224.4898 & -34985.4227 & 1224.4898 \\ 1224.4898 & 57.1429 & -1224.4898 & 28.5714 \\ -34985.4227 & -1224.4898 & 34985.4227 & -1224.4898 \\ 1224.4898 & 28.5714 & -1224.4898 & 57.1429 \end{vmatrix}$$

$$k_{37} = k_{36} = k_{17} = k_{16} = \begin{vmatrix} 279883.3819 & 4897.9592 & -279883.382 & 4897.9592 \\ 4897.9592 & 114.2857 & -4897.9592 & 57.1429 \\ -279883.382 & -4897.9592 & 279883.3819 & -4897.9592 \\ 4897.9592 & 57.1429 & -4897.9592 & 114.2857 \end{vmatrix}$$

Por la existencia de cargas distribuidas, se utiliza el Momento en Extremos Fijos (FEM).

Tabla 4.76
Datos de calculo

a	l	L1	w
1.195	1.285	1.33	267.2480

Figura 4.51
Diagrama de cuerpo libre

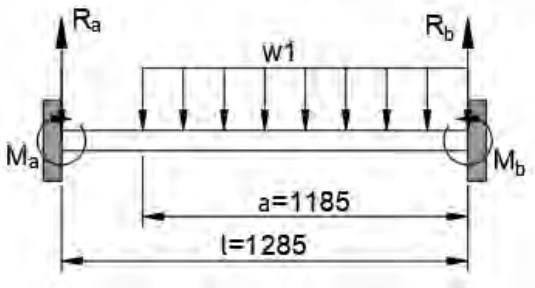


Tabla 4.77
Momentos y reacciones

$M_a = \frac{wa^3}{12l}\left(4 - 3\frac{a}{l}\right)$	35.79	$R_a = \frac{wa^3}{2l^2}\left(2 - \frac{a}{l}\right)$	147.77
$M_b = \frac{wa^2}{12}\left[6 - \frac{a}{l}\left(8 - 3\frac{a}{l}\right)\right]$	-36.73	$R_b = \frac{wa}{2}\left[2 - \frac{a^2}{l^2}\left(2 - \frac{a}{l}\right)\right]$	171.6

Figura 4.52
Diagrama de cuerpo libre

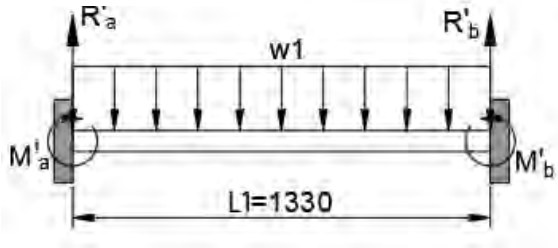


Tabla 4.78
Momentos y reacciones

$M'_a = \frac{wL_1{}^2}{12}$	39.3946	$R'_a = \frac{wL_1}{2}$	177.7199
$M'_b = -\frac{wL_1{}^2}{12}$	-39.3946	$R'_b = \frac{wL_1}{2}$	177.7199

Figura 4.53.
Diagrama de cuerpo libre FEM

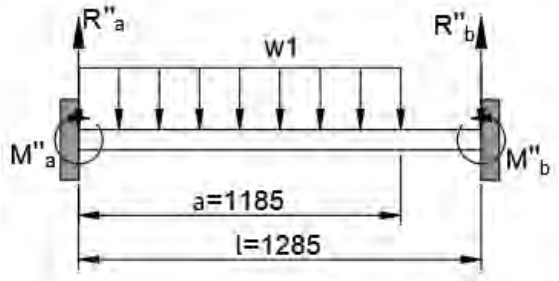


Tabla 4.79
Momentos y Reacciones

$M_a'' = \frac{wa^2}{12}\left[6 - \frac{a}{l}\left(8 - 3\frac{a}{l}\right)\right]$	36.7260	$R_a'' = \frac{wa}{2}\left[2 - \frac{a^2}{l^2}\left(2 - \frac{a}{l}\right)\right]$	171.5930
$M_b'' = \frac{wa^3}{12l}\left(4 - 3\frac{a}{l}\right)$	-35.7899	$R_b'' = \frac{wa^3}{2l^2}\left(2 - \frac{a}{l}\right)$	147.7684

La matriz de rigidez, su inversa y la matriz de desplazamiento son:

Q

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | D |
|---|---|---

Calculando las reacciones tenemos.

Q	*K1*					*D*		*Q*
q103	609.663	82.305	-609.663	82.305		0		323.793
q102=	82.305	14.815	-82.305	7.407		-22.116	=	0
q100	-609.663	-82.305	609.663	-82.305		-4.089		-176.025
q101	82.305	7.407	-82.305	14.815		-6.037		83.317

Q	*K16*					*D*		*Q*
q72	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		2.283		-1140.875
q73=	4897.94	114.3	-4897.9	57.1		-58.179	=	389.459
q104	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		0		1312.467
q71	4897.9	57.1	-4897.9	114.3		-72.508		-466.116

Q	*K17*					*D*		*Q*
q104	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		0		2019.661
q71=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1		-72.508	=	466.116
q69	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		-2.786		-1841.942
q70	4897.9	57.1	-4897.9	114.3		-86.316		-362.253

Q	*K36*					*D*		*Q*
q33	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		-3.5209		-2609.4051
q34=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1		107.8297	=	382.8396
q105	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		0		2787.1250
q32	4897.9	57.1	-4897.9	114.3		92.8320		-513.5633

Q	*K37*					*D*		*Q*
q105	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9		0		1349.391
q32=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1		92.832	=	513.563
q30	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9		2.965		-1177.798
q31	4897.9	57.1	-4897.9	114.3		76.864		-435.614

Q	*K52*					*D*		*Q*
q2	609.663	82.305	-609.663	82.305		-1.467		-139.101
q3=	82.305	14.815	-82.305	7.407		-2.779	=	-73.347
q106	-609.663	-82.305	609.663	-82.305		0		286.869
q1	82.305	7.407	-82.305	14.815		11.954		0

Se obtienen las reacciones, de acuerdo con la figura 4.49

Q		
Q103	323.7935	N
Q104	3332.1290	N
Q105	4136.5164	N
Q106	286.8696	N

Tabla 4.80
Resistencia a la Fatiga

Resistencia a la Fatiga		Ubicación
Propiedades del acero	$S_{ut} = 400MPa \quad S_y = 250MPa$ $S_{e'} = 0.5S_{ut} \quad S_{e'} = 200MPa$	Acero estructural A-36 (ver anexo B)
Factor de Superficie	$a = 57.7, \quad b = -0.718$ $k_a = aS_{ut}{}^b = 0.7814$	Laminado en caliente (ver anexo B)
Factor de Tamaño	$h = 400mm, \quad b = 150mm$ $d_e = 0.808\sqrt{hb} = 197.9187$ $k_b = 1.51d_e{}^{-0.157} = 0.6583$	Perfiles estructurales (ver anexo B)
Factor de Modificación de Carga	$k_c = 1$	Flexión (ver anexo B)
Factor de Temperatura	$k_d = 1$	Temp. de ambiente 20°
Factor de Confiabilidad	$z_a = 2.236 \quad k_e = 1 - 0.08z_a = 0.81$	99% confiabilidad (ver anexo B)
Factor de Efectos Varios	$k_f = 1$	–
Límite de Resistencia a la Fatiga	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_{e'} = 83.7407\ MPa$	–
Resistencia a la Fatiga a 10^9 ciclos	$f = 0.9\ S_{ut} < 70kpsi, \quad S_f = aN^b$ $a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 1547.633$ $b = -\frac{1}{3}log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -0.2111$ $S_f = aN^b = 19.5MPa$	–

Figura 4.54

Diagrama de fuerza cortante y momento

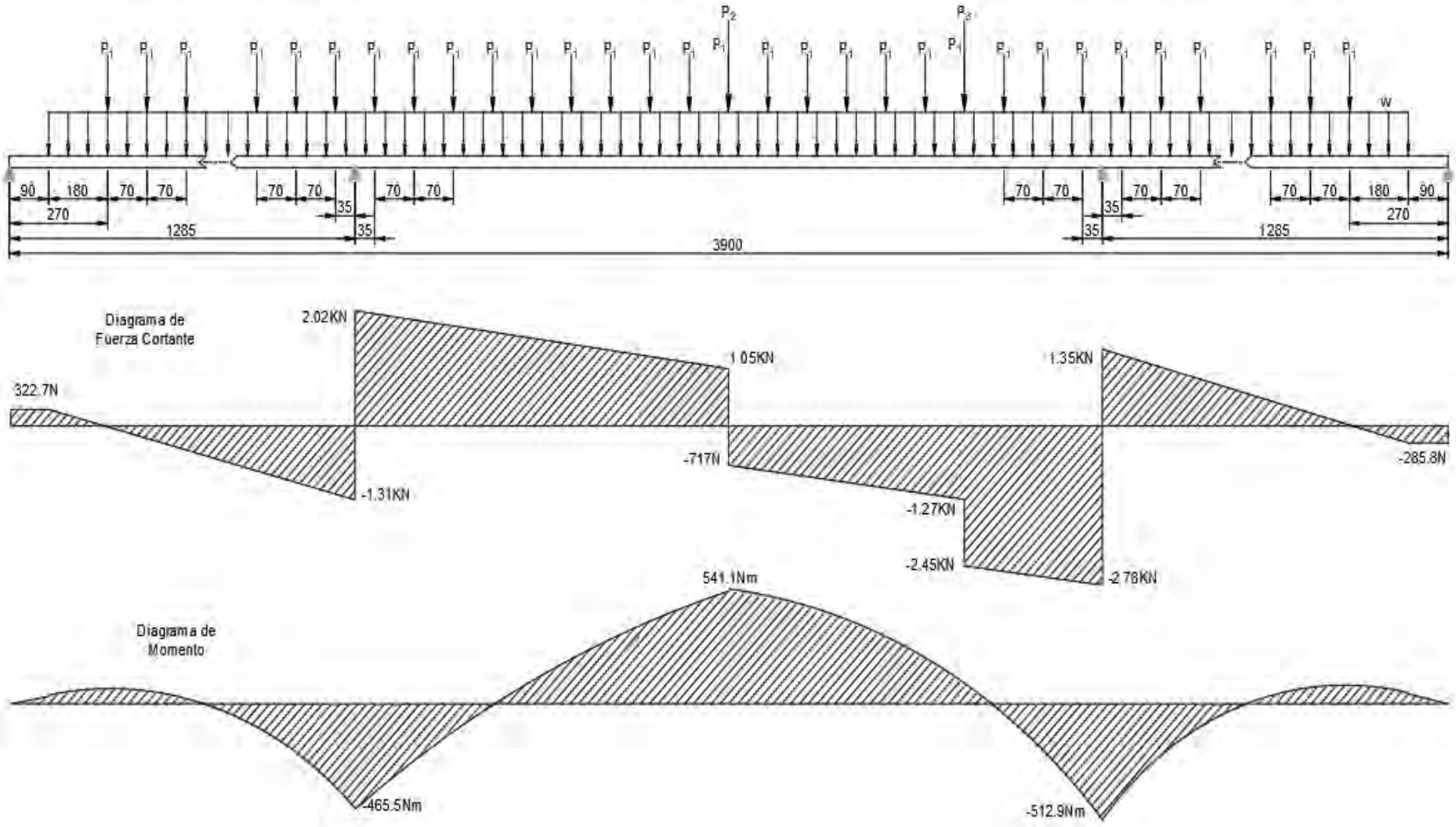


Tabla 4.81
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento eje z	$M_z = 5182.2337$	N.m
Momento Máximo	$M_{max} = \left({M_z}^2 + 541.12^2\right)^{0.5} = 5210.4088$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 19.5$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{5216.9202}{19.5} = 267200.4515$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 200$	mm
Ancho de Sección	$b = 150$	mm
Altura de Sección	$h = 400$	mm
Espesor de Sección	$t = 5$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 105405816.94$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 527029.085$	mm3
Módulo de Sección	S_x=5.2702e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 9886378.11$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.9724$	

4.16. CÁLCULO DE LA VIGA LATERAL (CP)

Tabla 4.82
Datos de la seccion de diseño

Tubo 150x200x5mm (x2)		Unidad
Densidad	$\rho = 7850$	kg/m3
Gravedad	$g = 9.81$	m/s2
Área	$A = 6671.238$	mm2
Carga Distribuida	$w = \rho * g * A = 513.7421$	N/m
Longitud	$L = 3.9$	m

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k$$

$$Q_k = K_{11}D_u \quad \rightarrow \quad D_u = Q_k{K_{11}}^{-1}$$

Figura 4.55
Diagrama de cuerpo libre

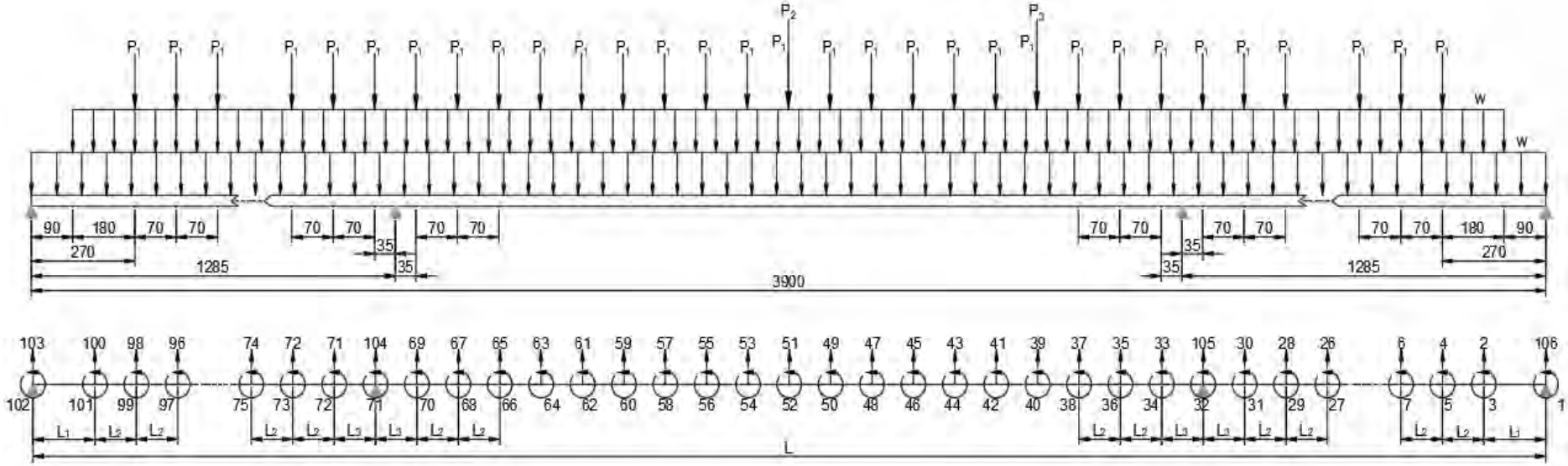


Tabla 4.83
Elementos de la Matriz de Rigidez.

Elementos de la Matriz de Rigidez		
$\frac{12EI}{{L_1}^3} = 609.6632EI$	$\frac{12EI}{{L_2}^3} = 34985.4227EI$	$\frac{12EI}{{L_3}^3} = 279883.3819EI$
$\frac{6EI}{{L_1}^2} = 82.3045EI$	$\frac{6EI}{{L_2}^2} = 1224.4898EI$	$\frac{6EI}{{L_3}^2} = 4897.9592EI$
$\frac{4EI}{L_1} = 14.8148EI$	$\frac{4EI}{L_2} = 57.1429EI$	$\frac{4EI}{L_3} = 114.2857EI$
$\frac{2EI}{L_1} = 7.4074EI$	$\frac{2EI}{L_2} = 28.5714EI$	$\frac{2EI}{L_3} = 57.1429EI$

Figura 4.56
Datos de la sección de diseño

Accesorios		Unidad
Peso guía	18.4081	kg
Peso cremallera	82.9337	kg
Longitud	3.72	m
Total	101.3417	kg
	994.1624	N
	267.2480	N/m

Debido a su propio peso, se utiliza el Momento de Extremos Fijos (FEM).

Figura 4.57
Diagrama de cuerpo libre

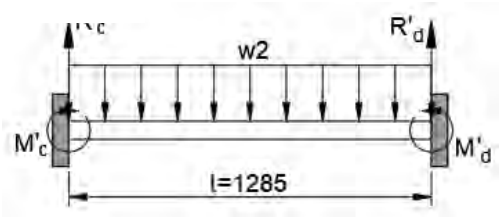


Tabla 4.84
Momentos y Reacciones

$M'_c = \frac{wl^2}{12}$	70.6920	$R'_c = \frac{wl}{2}$	330.0793
$M'_d = -\frac{wl^2}{12}$	-70.6920	$R'_d = \frac{wl}{2}$	330.0793

Figura 4.58
Diagrama de cuerpo libre

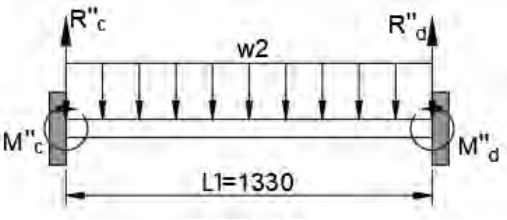


Tabla 4.85
Momentos y Reacciones

$M''_c = \frac{wL_1{}^2}{12}$	75.7299	$R''_c = \frac{wL_1}{2}$	341.6385
$M''_d = -\frac{wL_1{}^2}{12}$	-75.7299	$R''_d = \frac{wL_1}{2}$	341.6385

La matriz de rigidez, su inversa y la matriz de desplazamiento son iguales a las calculadas STCP (sin tener en cuenta el peso).

Q	K1				D		Q
q103	609.66	82.30	-609.66	82.301	0		585.699
q102=	82.30	14.82	-82.30	7.41	-48.774	=	0
q100	-609.66	-82.30	609.66	-82.301	-8.934		-107.851
q101	82.301	7.41	-82.301	14.82	-16.092		135.602

Q	K16				D		Q
q72	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9	1.997		-1209.048
q73=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1	-49.733	=	403.985
q104	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9	0		1710.721
q71	4897.9	57.1	-4897.9	114.3	-64.613		-553.719

Q	K17				D		Q
q104	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9	0		2361.30
q71=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1	-64.613	=	553.719
q69	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9	-2.517		-1841.942
q70	4897.9	57.1	-4897.9	114.3	-78.835		-374.127

Q	K36				D		Q
q33	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9	-3.252		-2609.405
q34=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1	100.349	=	394.713
q105	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9	0		3128.763
q32	4897.9	57.1	-4897.9	114.3	84.936		-601.167

Q	K37				D		Q
q105	279883.4	4897.9	-279883.4	4897.9	0		1747.645
q32=	4897.9	114.3	-4897.9	57.1	84.936	=	601.167
q30	-279883.4	-4897.9	279883.4	-4897.9	2.679		-1245.972
q31	4897.9	57.1	-4897.9	114.3	68.418		-450.139

Q	K52				D		Q
q2	609.66	82.30	-609.66	82.301	-6.311		-70.927
q3=	82.30	14.82	-82.30	7.41	7.277	=	-125.632
q106	-609.66	-82.30	609.66	-82.301	0		548.775
q1	82.301	7.41	-82.301	14.82	38.612		0

Se obtienen las reacciones, de acuerdo con la figura 4.55

Q103	585.6988	N
Q104	4072.0208	N
Q105	4876.4082	N
Q106	548.7748	N

Figura 4.59

Diagrama de fuerza cortante y momento

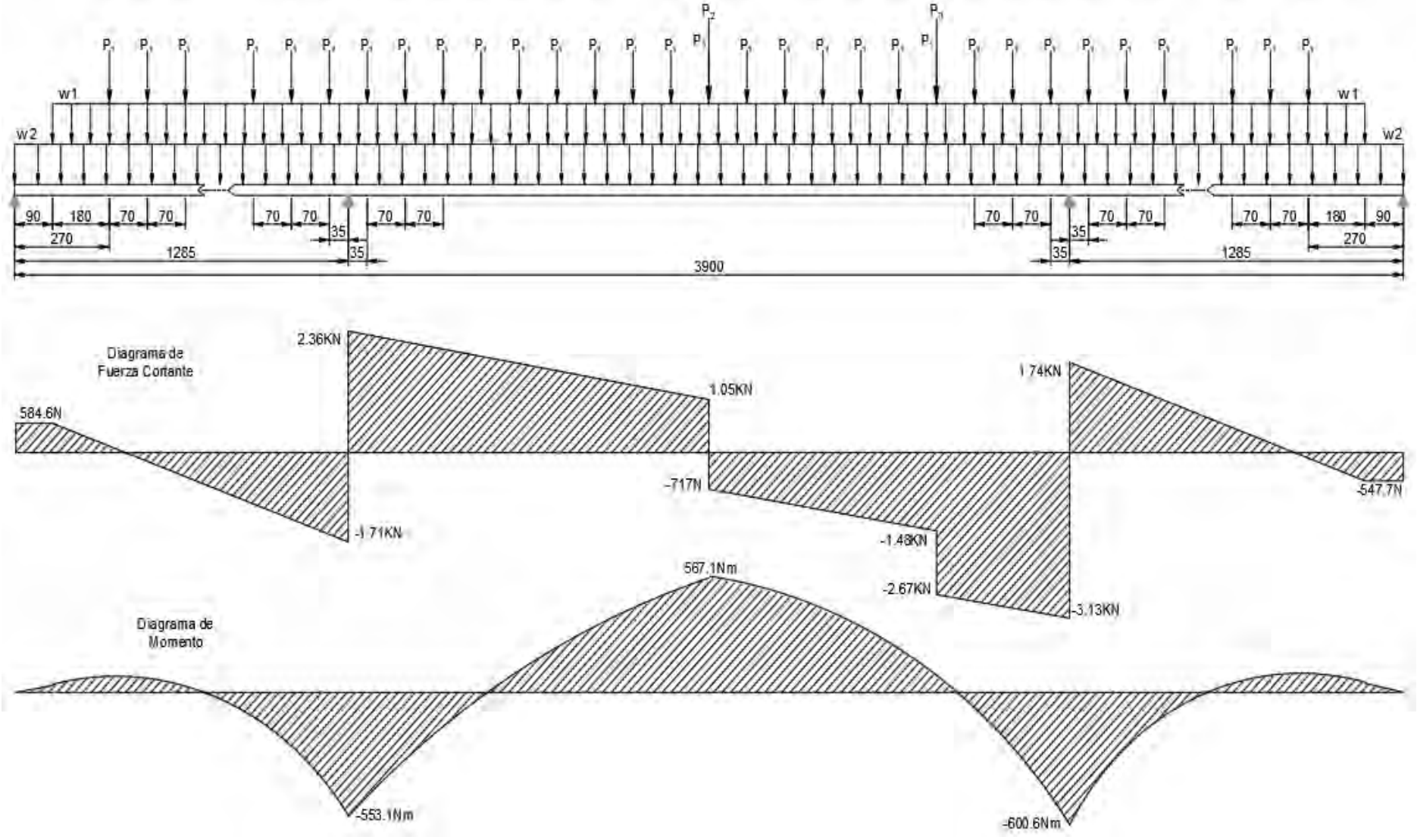


Tabla 4.86
Diseño de Sección y Factor de Seguridad

Diseño de Sección y Factor de Seguridad		
Momento eje z	$M_z = 5182.2337$	N.m
Momento Máximo	$M_{max} = \left({M_z}^2 + 600.5915^2\right)^{0.5} = 5216.9202$	N.m
Esfuerzo de Fatiga	$S_f = 19.5$	MPa
Módulo de Sección requerido	$S_{req} > \frac{M_{max}}{S_f} = \frac{5216.9202}{19.5} = 267534.3705$	mm3
Distancia máxima del eje	$c = {}^{h}/_{2} = 200$	mm
Ancho de Sección	$b = 150$	mm
Altura de Sección	$h = 400$	mm
Espesor de Sección	$t = 5$	mm
Inercia (x2)	$I_x = 105405816.94$	mm4
Módulo de Sección	$S_x = 527029.085$	mm3
Módulo de Sección	S_x=5.2702e-05	m3
Esfuerzo de Máximo	$S_{max} = \frac{M_{max}}{S_x} = 9898733.06$	Pa
Factor de Seguridad	$FS = \frac{S_f}{S_{max}} = 1.9699$	

4.17. SOLDADURA

Considerando el punto medio del elemento más crítico, con las cargas más críticas, siendo en este caso la viga lateral donde actúa una fuerza cortante de 8948,429N que resulta de la suma de las reacciones Q104 y Q105, adicionando las reacciones de las dos vigas frontales internas Q6 o Q8, se tiene también el momento flector de la viga del puente q2 o q4 sumando más el momento de las dos vigas frontales internas Q5 o Q7 $\mathbf{5182.2337}$Nm y otro momento flector de 600.5915 Nm.

$$\tau' = \frac{F}{0.707hA} = \frac{8948{,}429}{0.707(6 * 25.4)(100 * 25.4)} = 6848.1209N/m^2$$

$$\tau'' = \frac{M}{0.707hZ} = \frac{5182.2337}{0.707(6 * 25.4)(50 * 100 * 25.4^2)} = 35431.4977N/m^2$$

$$\tau''' = \frac{F}{0.707hA} = \frac{600.5915}{0.707(6 * 25.4)(50^2/3 * 25.4^2)} = 24637.8578N/m^2$$

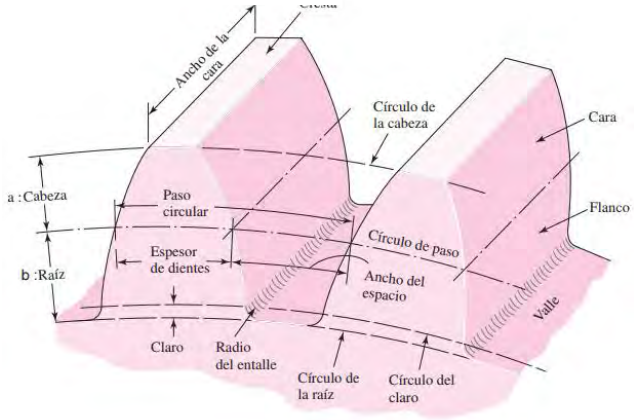
$$Sy = \frac{\sqrt{\tau'^2 + \tau''^2 + \tau'''^2}}{0.4} = \frac{\sqrt{6848.1^2 + 35431.5^2 + 24637.8^2}}{0.4} = 109239.182$$

Se recomienda usar electrodos de E60xx, debido a que la soldadura se efectuara cada 10 centímetros.

5. DISEÑO DE CREMALLERA Y PIÑON HELICOIDAL

Para el diseño de la cremallera y el piñón helicoidal se utilizan las ecuaciones y tablas. (ver anexo C)

Figura 5.1
Partes de un piñón



Ángulo de presión normal $\varphi_n = 20°$ comercial

Ángulo de hélice $\psi = 25°$ comercial

$Bhn\ piñon = 210$ tabla 6 (ver anexo C)

$Bhn\ cremallera = 180$ tabla 6 (ver anexo C)

$$\tan \varphi_t = \frac{\tan \varphi_n}{\cos \psi} \qquad \varphi_t = 21.88°$$

Número mínimo de dientes de un piñón con cremallera

$k = 1$, profundidad completa

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{\text{seno}^2\, \varphi_t} \qquad N_P = 13.05$$

$N_P = 14$ dientes

$N_{cr} = 176$ dientes

Paso diametral normal estimado $P_n = 8\, {}^{dientes}/_{pulg}$

Paso diametral tangencial: $P_t = P_n \cos \psi \qquad P_t = 7.25\, {}^{dientes}/_{pulg}$

Diámetro de paso del piñón: $d_p = \frac{N_P}{P_t} \qquad d_p = 1.93\ pulg$

Diámetro de paso de la cremallera: infinito de Tabla 14-2 (ver anexo C)

$Y_P = 0.277$

$Y_{cr} = 0.485$

Figura 14-7: Factores geométricos J'' de engranes helicoidales. (ver anexo C)

$J''_P = 0.47$

$J''_{cr} = 0.62$

Figura 14-8: Multiplicadores del factor J' para emplearlos con la figura 14-7, para encontrar J. (ver anexo C)

$J'_P = 0.925$

$J'_{cr} = 1.025$

$J_P = J''_P J'_P = 0.43475$

$J_{cr} = J''_{cr} J'_{cr} = 0.6355$

$$V = \frac{\pi d_p n}{12} = 1516.53\ pies/min$$

$$W^t = \frac{33000\ P}{V} = 130.56\ lbf$$

$Q_v = 6$ numero de calidad

Ecuación 14-28 (ver anexo C)

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3} = 0.825$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 59.773$$

Ecuación 14-27 (ver anexo C)

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A}\right)^B = 1.513$$

Ancho de engranaje $F = 1.5\ pulg$

Ecuación a Sección 14-10 (ver anexo C)

$$K_s = 1.192\left(\frac{F\sqrt{Y}}{P}\right)^{0.0535}$$

$$K_s p = 1.192\left(\frac{F\sqrt{Y_P}}{P}\right)^{0.0535} \qquad K_s p = 1.053$$

$$K_s cr = 1.192\left(\frac{F\sqrt{Y_{cr}}}{P}\right)^{0.0535} \qquad K_s cr = 1.069$$

Ecuación 14-31 (ver anexo C)

$C_{mc} = 1$ dientes sin coronar

Ecuación 14-32 (ver anexo C)

$$F \leq 1pulg, \qquad C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F \quad C_{pf} = 0.0589$$

Ecuación 14-33 (ver anexo C)

$C_{pm} = 1$ para piñon montado separado con ${S_1}/{S} < 0.175$

Ecuación 14-34 (ver anexo C)

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

Tabla 14-9 Constantes empíricas A, B y C (ver anexo C)

$C_{ma} = 0.15$

Ecuación 14-35 (ver anexo C)

$C_e = 1$ para todas las otras condiciones

Ecuación 14-30 (ver anexo C)

$$K_m = 1 + C_{mc}\left(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e\right) = 1.21$$

Ecuación 14-40 (ver anexo C)

$$K_B = 1, \qquad m_B \geq 1.2, \qquad m_B = \frac{t_R}{h_t}, \qquad t_R \gg h_t$$

$$m_G = \frac{N_{cr}}{N_p} = 12.571$$

Figura 14-14: Factor de ciclos de esfuerzo repetidamente aplicados de resistencia a la flexión YN. (ver anexo C)

$N_c = 10^8$ciclos

$$Y_{Np} = 1.6831\, N^{-0.0323} = 0.928$$

$$Y_{Ncr} = 1.6831 \left(\frac{N}{m_G}\right)^{-0.0323} = 1.01$$

Figura 14-15: Factor de ciclos de esfuerzos de resistencia a la picadura ZN. (ver anexo C)

$$Z_{Np} = 1.4488\, N^{-0.023} = 0.948$$

$$Z_{Ncr} = 1.4488 \left(\frac{N}{m_G}\right)^{-0.023} = 0.867$$

Tabla 14-10: Factores de confiabilidad KR (YZ), (ver anexo C)

$K_R = 1$

$K_T = 1, \text{Temperatura} < 250° \, F$

$C_f = 1, \text{Factor de condicion superficial}$

Tabla 14-8: Coeficiente elástico Cp, (ver anexo C)

$C_p = 2300$

Figura 14-4: Números de esfuerzo de flexión permisible de engranes de acero nitrurado St. (ver anexo C)

Grado 1 $S_{tp} = 105.2H_{Bp} + 9280psi = 31372\text{psi}$

Grado 1 $S_{tcr} = 105.2H_{Bcr} + 9280psi = 28216\text{psi}$

Figura 14-5: Resistencia a la fatiga por contacto Sc, (ver anexo C)

Grado 1 $S_{c\,p} = 322H_{Bp} + 29100psi = 96720$

Grado 1 $S_{c\,cr} = 322H_{Bcr} + 29100psi = 87060$

Ecuación 14-36 (ver anexo C)

$$\frac{H_{Bp}}{H_{Bcr}} = 1.16 < 1.2 \qquad A' = 0$$

$$C_H = 1.0 + A'(m_G - 1.0) \qquad C_H = 1$$

$K_O = 1$ Factor de sobrecarga, uniforme - uniforme

Ecuación 14-23 factor de repartición de carga mN (ver anexo C)

$m_N = 1$ estimado

$$\frac{1}{d_p} = 0.519\,, \qquad \frac{1}{d_{cr}} = 0\,, \qquad \frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_{cr}} = \frac{m_G + 1}{d_p m_G}$$

$$\left(\frac{m_G + 1}{d_p m_G}\right) d_p = \frac{m_G + 1}{m_G} = 1$$

$$I = \frac{\cos\varphi_t \operatorname{sen}\varphi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} = 0.173$$

Flexión diente del piñón y cremallera

$$\sigma_p = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} = 3086.5704psi$$

$$\sigma_{cr} = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} = 2111.544psi$$

Factor de seguridad en flexión del piñón

$$S_{f\,p} = \frac{S_t Y_N}{K_T K_R \sigma_p} = 9.436$$

$$S_{f\,cr} = \frac{S_t Y_N}{K_T K_R \sigma_p} = 14.968$$

Desgaste diente del piñón

$$\sigma_{c\,p} = C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{1/2} = 51552.2878 psi$$

$$\sigma_{c\,cr} = C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{1/2} = 51939.955 psi$$

Factor de Seguridad del Desgaste

$$S_{H\,p} = \frac{S_c Z_N C_H}{K_T K_R \sigma_{c\,p}} = 1.779$$

$$S_{H\,cr} = \frac{S_c Z_N C_H}{K_T K_R \sigma_{c\,cr}} = 1.453$$

Comparando $S_{f\,p} > S_{H\,p}$ la amenaza será por desgaste.

Comparando $S_{f\,cr} > S_{H\,cr}$ la amenaza será por desgaste.

Así se obtiene las características del Engrane Helicoidal y de la cremallera.

Cabeza $a = \frac{1}{P_d} = 0.125\ pulg$

Raiz $b = \frac{1.25}{P_d} = 0.15625\ pulg$

Diametro de paso piñon $= 1.9309\ pulg$

Diametro de paso cremallera $= infinito$

Paso circular $= \frac{\pi}{P_d} = 0.433\ pulg$

Altura o prof. total $= a + b = 0.28125\ pulg$

5.1. CALCULO DE POTENCIA

Para calcular las potencias necesarias para realizar los desplazamientos, se necesita sumar los pesos que se encuentran encima de las guías que están sobre el puente y las guías que están sobre las vigas laterales, considerar el coeficiente de fricción 1.

Primero se calcula la potencia del desplazamiento en el puente.

$$F = \mu Wt \qquad Wt = mg \qquad F = \mu mg$$

$$P = FV \qquad P = \mu mgV$$

$F: fuerza$ $\mu: coeficiente\ de\ friccion$ $N: normal$ $m: masa$
$g: gravedad$ $P: potencia$ $V: velocidad$

Tabla 5.1
Pesos y potencia

Pesos	kg	Potencia		
Sistema de Transmisión P	30	gravedad	9.81	m/s2
Servo Q	40	Peso Total	2160.21105	N
Sistema de Refrigeración R	40	Velocidad	60	m/min
Cabezal de corte S	100		1	m/s
Peso de la base superior	10.205	Potencia	2160.211	Watt
Masa Total	220.205		3	Kwatt

Potencia requerida para mover el cabezal de corte a lo largo del puente es 3 kilowatts, se requiere de un servomotor con esta potencia o mayor.

Segundo se calcula la potencia de desplazamiento de todo el puente, considerando todo el peso anteriormente calculado:

Tabla 5.2
Pesos y potencia

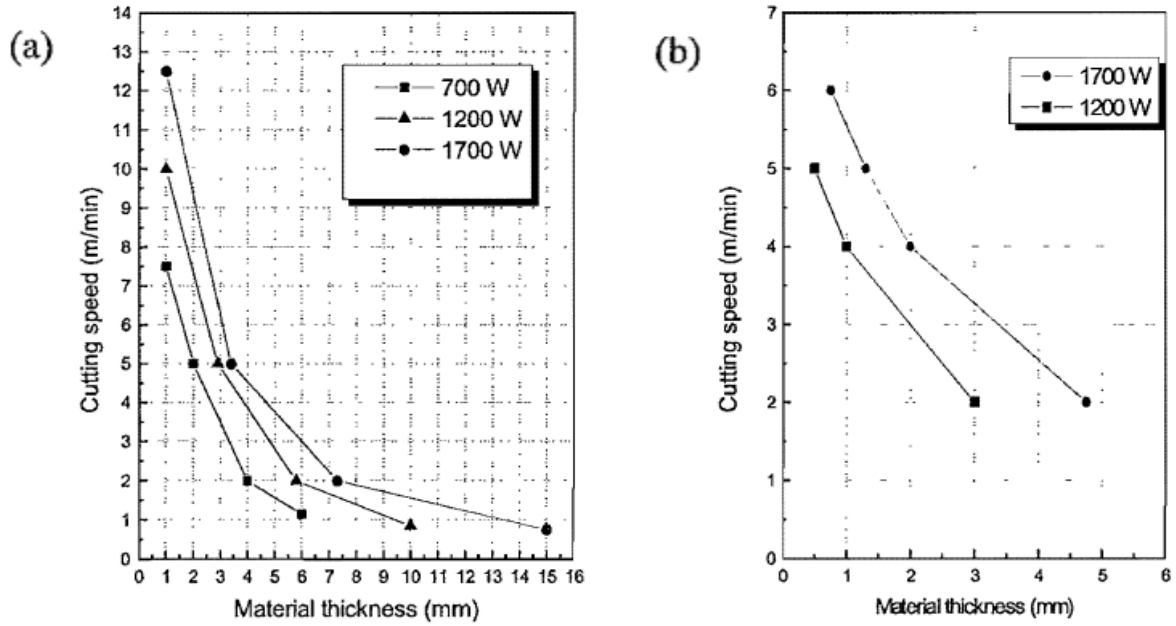
Cant.	Pesos de accesorios y vigas	kg	Potencia		
1unid	Peso de cremallera y guías	87.8108	gravedad	9.81	m/s2
1unid	Peso de base de transmisión de cables	64.7571	Peso Total	5325.8328	N
1unid	Peso de viga	33.1341	Velocidad	60	m/min
2unid	Peso de columna	10.9324		1	m/s
2unid	Peso de base de puente	46.059	Potencia	7486.044	Watt
2unid	Carga P	80		8	Kwatt
	Total	542.8983			

Potencia requerida para mover todo el puente es 8 kilowatts, se requiere dos servomotores con una potencia de 4 kilowatts de potencia o mayores, para satisfacer el movimiento.

5.2. VELOCIDAD DE CORTE

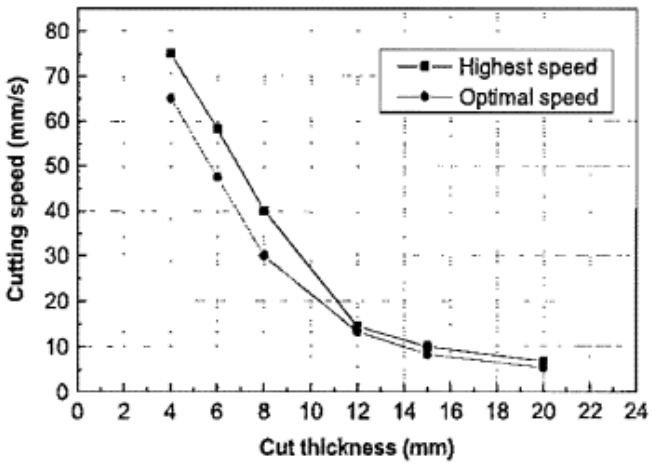
Para determinar la velocidad de corte en chapas o planchas de acero ASTM A-36 en diferentes espesores menores a 1 pulgada, se tiene que tomar en cuenta la potencia, el espesor de la chapa y el gas de corte, como se aprecia en la figura 5.21.

Figura 5.21
Velocidad de corte representativa en función del espesor del material para el corte por láser de CO2 de (a) acero ASTM A-36 con gas de oxígeno y (b) acero inoxidable con gas nitrógeno.



Si la velocidad de corte es elevada generará cortes con superficies ásperas, por ello se debe mantener las velocidades de corte en niveles óptimos, la figura 5.22 muestra una velocidad de corte óptima para ser utilizar en la máquina de corte de acuerdo al espesor que se requiera.

Figura 5.22
Influencia del espesor del material en la velocidad de corte usando un láser de CO2 de 2.5KW



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- En base a las tesis estudiadas de los antecedentes se concluye que el diseño electrónico de automatización es donde se evalúa el tipo de interpolación a utilizar con su algoritmo y junto con la construcción de la máquina de corte brinda mayor confiablidad al diseño, también que este tipo de máquinas generan mayor productividad; así como el diseño estructural de la mesa de corte es el punto de partida en todas las investigaciones.
- En el análisis de los modelos matemáticos de Interpolación Polinómica se obtuvo que después del análisis de los errores de: Lagrange, Newton, Hermite, Splines y Bezier. Bezier es el más eficiente porque se pudo realizar graficas geométricas precisas que se logra manejando los puntos de control escogidos, es decir manejando la curvatura de la gráfica de esta forma brinda eficiencia a la mesa de corte.
- Al aplicar la falla por fatiga se consiguió una reducción de 5 a 8 veces el esfuerzo permisible en los diferentes elementos de la mesa de corte, lo cual implica una mayor confiabilidad en los elementos estructurales diseñados para resistir cargas móviles.
- El método de rigidez permitió obtener reacciones exactas en cada componente, lo cual evita el sobredimensionamiento de los elementos de la mesa de corte, mas aumenta la fiabilidad y precisión; así como brinda la ventaja de fácil manejabilidad computacional en un recalculo.
- El diseño de la cremallera helicoidal y engranaje helicoidal se logró la potencia de 4.5 KW y velocidad de 3000rpm requeridas para el movimiento de la mesa de corte, las características que ambas comparten son de: paso normal 8, ángulo de hélice 25°, ángulo de presión normal 20° y numero de dientes del engranaje 14 que son comerciales.
- La simulación muestra el tipo de grafica de cada método de interpolación, donde se requiere mayor cantidad de puntos elegidos para la interpolación de Lagrange y Newton, también se requiere mayor curvatura para la interpolación de Hermite y Splines, pero con la interpolación de Bezier se obtiene la gráfica deseada.

RECOMENDACIONES

- Estudiar el cálculo electrónico, eléctrico e informático para el diseño completo de la mesa de corte.
- Efectuar el cálculo de resistencia de material con elementos no prismáticos.
- Investigar la interpolación polinómica tridimensional (3D) con mayores grados de libertad, lo que hará posible que la mesa de corte realice cortes 3D.
- Realizar un estudio con influencia en la variación de temperatura, lubricación, defectos del material y criterios de falla.
- Calcular mediante fatiga los distintos componentes de una máquina para incrementar la vida útil del componente.

BIBLIOGRAFIA

Jose A. Ezquerro Fernandez (2012) Iniciación a los Métodos Numéricos: Universidad de la Rioja Editorial Círculo Rojo

Jose L. de la Fuente O´connor (2017) Ingeniería de los Algoritmos y Métodos Numéricos: Segunda Edición

Steven C. Chapra Raymond P. Canale. (2007) Métodos Numéricos para ingenieros: Quinta Edición Mc Graw Hill

Timothy Sauer (2013) Análisis Numérico: 2da Edición Always Learning Pearson.

Richard L. Burden, J. Douglas Faires (2010) Numerical Analysis: Ninth Edition Brooks/Cole

Mikell P. Groover (2007) Fundamentos de manufactura moderna: Tercera Edición Mc Graw Hill

R. C. Hibbeler (2010) Análisis Estructural: Octava Edición Always Learning Pearson.

Russell C. Hibbeler, (2011) Mecánica de Materiales: Octava Edición Always Learning Pearson.

Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett, (2008) Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley: Octava Edición Mc Graw Hill

Benjamin Barriga, Métodos de Diseño en Ingeniería Mecánica: Introducción. PUCP

Roberto Hernandez Sampieri (2014) Metodología de la Investigación: Sexta Edición Mc Graw Hill Education

Juan J. Hori Asano (2002) Diseño de elementos de máquinas, Quinta Edición.

J. Harris y M. Brandt (2001) Laser Cutting of Thick Steel Plate: Institute of Materials Engineering Australasia

THK Corporation, LTD. (2018). THK Catalog Center. Google. Recuperado de: https://www.thk.com/catalog/?lang=en

TCI cutting. (2018). TCI cutting waterjet & laser systems. Google. Recuperado de: https://www.tcicutting.com/es-mx/?noredirect=es_MX

Indura. (2009). Indura GrupoAIR PRODUCTS. Google. Recuperado de: https://www.indura.com.ar/content/storage/ar/producto/ID5582_file_697_7-%20plasma%20indura2.pdf

Victor AN ESAB BRAND. (2019). Catalogo resumido. Google. Recuperado de: https://www.soldexa.com.pe/soldexa/sp/support/documentation/upload/victor-catalogo-resumido.pdf

KMT. (2019). Shape Technologies Group Catalogo Aqualine I. Google. Recuperado de: https://pdf.directindustry.es/pdf/kmt-gmbh-kmt-waterjet-systems/cabezal-corte-por-chorro-agua-pura-aqualine-i/31481-205391.html

Yaskawa. (2019) AC Servo Drives Series Product Catalog. Google: Recuperado de: https://pdf.directindustry.com/pdf/yaskawa/ac-servo-drives-sigma-v-series-product-catalog/6184-526669.html

Andantex. (2016). Modular Rank & Pinion System. Google. Recuperado de: https://andantex.com/pdf-catalogs/andantex-catalog-final-v4.pdf

Soto Cajiga, J. A. (2006). Generación automática de trayectorias para un robot manipulador utilizando procesamiento de imágenes. (Grado de Maestría). Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, México.

Alvarado, O. H. (2015). Diseño y Simulacion de una maquina cortadora para tiras de otatillo. (Grado de Maestria). CIATEQ, Mexico.

Quevedo Dioses, F. Y. (2014). Interpolación y ajuste de superficies en componentes mecánicos digitalizados empleando superficies b-spline. (Grado de Maestría). Pontifica Universidad Católica del Perú, Lima.

Carvajal Cabrera, R. J. (2018). Diseño y construcción de una máquina cortadora plasma CNC en la empresa mecánica industrial “MOYA HNOS". (Titulo de Grado). Universidad Tecnica de Ambato, Ambato.

Pérez Peña, L. I. (2020). Automatización de una máquina cortadora plasma para materiales metálicos de espesores entre 1 y 50 mm. (Tesis de Grado). Pontifica Universidad Catolica del Peru, Lima.

Diario Gestion. (03 de Julio de 2018). Gestion. Obtenido de https://gestion.pe/economia/mercados/sector-metalmecanico-registro-crecimiento-6-1-primer-cuatrimestre-2018-237415-noticia/?ref=gesr

Grados Material Mundial. (2 de marzo de 2021). Grados Material Mundial. Obtenido de https://www.materialmundial.com/inox-ss316-aisi-astm-acero-inoxidable-316-ficha-tecnica-propiedades-ss/?__cf_chl_captcha_tk__=db2636e0ff0b4d0afd8bbc391f9dd90a1035ff59-1614733589-0-AbJnnV_dyoZGNJgn-sCmy1uy8MJ8wONSCQX9NbV_7Ix0Bd4MRz0xQ9k9nVA-8gSp2Fc7_J0KwVp

Gweike Laser. (10 de 11 de 2020). Gweike Laser. Obtenido de https://es.gwklaser.com/fiberlaser/LF1325L.html

Sociedad Nacional de Industrias. (06 de enero de 2019). Obtenido de https://sni.org.pe/sni-industria-metalmecanica-crecio-102/

ANEXOS

Anexo A. Catálogo de pesos de accesorios de la mesa de corte

Especificaciones de las Tolas de Acero (Planchas)

(Ancho X Largo - Calibre - Espesor mm - Peso lbs. por unidad)

LISAS

- 4' x 8' - 1/22" - 0.90 mm - 46 lbs.
- 4' x 8' - 1/20" - 1.10 mm - 54 lbs.
- 4' x 8' - 1/16" - 1.55 mm - 82 lbs.
- 4' x 8' - 3/32" - 2.25 mm - 118 lbs.
- 5' x 10' - 3/32" - 2.25 mm - 184 lbs.
- 4' x 8' - 1/8" - 3.00 mm - 157 lbs.
- 5' x 10' - 1/8" - 3.00 mm - 245 lbs.
- 4' x 8' - 3/16" - 4.50 mm - 232 lbs.
- 5' x 10' - 3/16" - 4.50 mm - 363 lbs.
- 6' x 20' - 3/16" - 4.50 mm - 881 lbs.
- 4' x 8' - 1/4" - 6.00 mm - 315 lbs.
- 5' x 10' - 1/4" - 6.00 mm - 511 lbs.
- 6' x 20' - 1/4" - 6.00 mm - 1181 lbs.
- 4' x 8' - 3/8" - 9.00 mm - 489.60 lbs.
- 6' x 20' - 3/8" - 9.00 mm - 1836 lbs.
- 4' x 8' - 1/2" - 12.00 mm - 652.80 lbs.
- 6' x 20' - 1/2" - 12.00 mm - 2448 lbs.
- 8' x 20' - 1/2" - 12.00 mm - 3264 lbs.
- 4' x 8" - 5/8" - 15.00 mm - 819.20 lbs.
- 4' x 8" - 3/4" - 18.00 mm - 979.20 lbs.
- 4' x 8' - 1" - 25.00 mm - 1305.60 lbs.
- 4' x 8' - 1-1/2" - 38.00 mm - 1958.00 lbs.

CORRUGADAS

- 4' x 8' - 3/32" - 2.50 mm - 130 lbs.
- 4' x 8' - 1/8" - 3.00 mm - 167 lbs.
- 4' x 8' - 3/16" - 4.50 mm - 248 lbs.
- 4' x 8' - 1/4" - 6.00mm - 360.00lbs

GALVANIZADAS

- 4' x 8' - CAL 26 - 0.50 mm - 26 lbs.
- 4' x 8' - CAL 24 - 0.60 mm - 32 lbs.
- 4' x 8' - CAL 22 - 0.70 mm - 36 lbs.
- 4' x 8' - CAL 20 - 1.00 mm - 52 lbs.
- 4' x 8' - CAL 18 - 1.20 mm - 61 lbs.
- 4' x 8' - CAL 16 - 1.50 mm - 82 lbs.
- 4' x 8' - CAL 14 - 2.00 mm - 105 lbs.

ALUMINIO

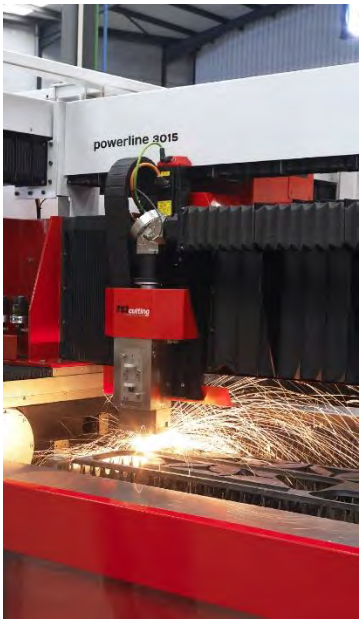
- 4' x 8' - 1/16" - 1.50 mm - 28.73 lbs.
- 4' x 8' - 1/16" Corrugada - 1.50 mm - 30.48 lbs.
- 4' x 8' - 1/8" Corrugada - 3.00 mm - 60.59 lbs.

TCI cutting®
waterjet & laser systems

Modelos serie Speedline Fibra	Potencia - Resonador	Medidas
Speedline 1530 Fibra	IPG. Potencias desde 1.000 W hasta 6.000 W	3.000x1.500x100 mm
Speedline 2040 Fibra		4.000x2.000x100 mm
Speedline 2060 Fibra		6.000x2.000x100 mm
Speedline 3060 Fibra		6.000x3.000x100 mm

Características	Datos Técnicos
Carga máxima	950 kg/m^2
Cabezales	1 o 2
Vel. Máx. pos. (simultáneo)	160 m/min
Aceleración Máx. axial	19,6 m/s^2 (2G)
Tolerancia máquina	± 0.05 mm/m
Repetibilidad	± 0.025 mm/m
Potencias	De 1.000 W a 6.000 W
Máquina completamente cerrada	Incluido
Sistema de extracción de humos	Incluido
Sistema de refrigeración	Incluido
Cambio de mesa automática	Incluido
Cargador y descargador automático	Opcional

CO_2 versus Fibra



En cuanto a los espesores de chapa que pueden llegar a cortar, el láser de CO_2 puede llegar a cortar hasta 25mm de grosor, mientras que el laser de fibra solo puede cortar chapas finas y de grosor medio hasta 12mm.

Respecto al acceso a la máquina, ya que la longitud de onda del láser de fibra es de 1.064 micrómetros y la del laser de CO_2 es de 10.6 micrómetros, la del laser fibra diez veces menor, por lo tanto necesita mucha más seguridad ya que las reflexiones laser son perjudiciales para la vista. Por el contrario, el laser de CO_2 tiene un excepcional acceso a la maquina sin ser perjudicial para la vista.

Gracias a que el láser de fibra es más eficiente energéticamente, no requiere ningún gas de resonador, los costes son más bajos que con el laser de CO_2. Por cada unidad de potencia que pasa por un sistema de corte de CO_2, aproximadamente se aprovecha entre el 8 y 10%, mientras que con el laser de fibra se puede esperar aproximadamente entre el 25 y 30%.

El laser de CO_2 como utiliza espejos para hacer llegar el haz hasta la lente, y esos espejos tienen que estar a una cierta distancia, se requiere más espacio para el diseño de la maquina que con el laser de fibra, que su diseño compacto requiere poco espacio.

En cuanto a las lentes que utilizan, el laser de CO_2 requiere de dos lentes que hay que cambiar dependiendo del material y del espesor, y su ciclo de vida es de aproximadamente 1000 horas. El láser de fibra, utiliza una sola lente con un ciclo de vida de aproximadamente entre 4.000 y 5.000 horas.

Máquinas de corte por plasma Indura

Máquina de corte por plasma con aire comprimido seco

Características:
- Encendido de arco por alta frecuencia
- Regulación de la potencia en 2 y 3 posiciones
  Esto permite el ahorro sustancial de consumibles
- Equipadas con doble sistema de protección:
  - Presostato de aire
  - Termostato para sobre temperatura
- Doble filtro de aire incorporado

Aplicaciones:
- Permiten cortar y perforar velozmente, sin deformar chapas en:
  - Acero al carbono
  - Aluminio
  - Acero Inoxidable
  - Cobre

Aptas para corte en: Carrocerías livianas y pesadas
Estructuras metálicas en general

	Plasma 20	Plasma 30	Plasma 32
Conexión a la red	380 V / 3 fases	380 V / 3 fases	380 V / 3 fases
Potencia absorbida al 60%	9 KVA	12 KVA	15.5 KVA
Corriente máx. absorbida	21 A	29 A	34 A
Corriente máx de corte	50 A al 50%	90 A al 40%	110 A al 50%
Posición de regulación	2	2	2
Caudal de aire comprimido	105 l/min	210 l/min	210 l/min
Presión de aire comprimido	5.5 bar	5.5 bar	5.5 bar
Corte máximo	12 mm	18 mm	25 mm
Separación máxima	18 mm	25 mm	32 mm
Dimensiones (mm)	695x456x610	695x456x610	695x456x610
Peso	68	83	83

Código SAP	Descripción
1010722	Plasma Indura 20
1002266	Plasma Indura 30
1010260	Plasma Indura 32

Consultar por el listado de accesorios y opcionales.

VCM 200

Las VCM 200, son máquinas versátiles de presición, tipo tractor que se pueden utilizar con un riel para corte en línea recta y una variedad de operaciones de soldadura. Sin usar el riel y adicionando un conjunto circular, el VCM 200 tambien se puede utilizar para cortes de circunferencias.

- Perillas grandes tipo mariposa para ajustes manuales de los accesorios
- Controles para doble tracción, accionamiento y lectura de velocidad.
- Unidades con tracción a traves de disco cónico.
- Motor de induccion de corriente alterna de velocidad constante situado en el lado opuesto de la antorcha para un funionamiento más fresco y mas eficiente.
- El diseño contra equilibrado permite una distancia de corte de la antorcha de hasta 18" (457.2mm) de la máquina.
- Velocidad constante en una amplia gama de temperaturas.
- Porta antorcha diseñado para antorchas de 1.38" (35 .1 mm) de diámetro

ESPECIFICACIONES

CORTES EN LÍNEA RECTA / CÍRCULOS

Incrementos de longitud de 72" (182 .9 cm) (Riel Recto)

Diametros de círculo desde 4" (101 .6 mm) a 96" (243 .8 cm)

RANGO DE VELOCIDAD

1-60"/minuto (25 .4 mm-152 .4 cm/minuto)

DIMENSIONES

Longitud

- 14.25" (362 .0 mm)

Ancho

-11" (279 .4 mm) – Solo máquina

-28 .5" (723 .9 mm) - Máquina & Porta antorcha

Altura

-11 .5" (292 .1 mm) – Parte Superior del Porta antorcha

-5 .5" (139 .7 mm) – Parte Superior de la maquina

PESO

Maquina - 47 lb (21 kg)

Cabezal de corte por chorro de agua pura AQUALINE I

Fiabilidad demostrada en funcionamiento ininterrumpido

Los trabajos para el sector de la automoción se cuentan entre las subcontratas industriales más exigentes. Las exigencias planteadas a los generadores de chorro de agua no son la excepción, sino una confirmación de esta regla. Las unidades de producción suelen trabajar 3 turnos de 8 horas al día durante toda la semana, requiriendo una extremada fiabilidad y velocidad.

Todo paro de la producción acarrea un costoso retraso, y la interrupción de un proceso pone en peligro el conjunto del flujo productivo.

Amplia variedad de aplicaciones

Las aplicaciones del corte por chorro de agua pura suelen requerir velocidades de corte significativamente mayores que las de corte por abrasivo. Son muy frecuentes en la industria de la automoción y aeroespacial, así como en la fabricación de paneles de plásticos varios y materiales compuestos. Otras aplicaciones importantes son la fabricación

Amplia variedad de aplicaciones

Las aplicaciones del corte por chorro de agua pura suelen requerir velocidades de corte significativamente mayores que las de corte por abrasivo. Son muy frecuentes en la industria de la automoción y aeroespacial, así como en la fabricación de paneles de plásticos varios y materiales compuestos. Otras aplicaciones importantes son la fabricación de juntas y de materiales alveolares y el procesamiento de alimentos.

Fiabilidad bajo condiciones extremas

AQUALINE I es conocido en todo el sector por contarse entre los más rápidos y fiables en condiciones de trabajo extremas, con los tiempos de reacción más rápidos, una alta calidad y componentes de larga vida.

Apto para sistemas unidimensionales o de multiples ejes.

AQUALINE I se usa ampliamente en las "cajas de corte 3D" robóticas y en máquinas de corte multidimensionales.

Válvula de cierre de alto rendimiento

Los múltiples ciclos de corte de estas aplicaciones exigen una extraordinaria velocidad y fiabilidad en el ciclo de apertura-cierre de la válvula de corte. AQUALINE I constituye la solución líder del sector en este campo. En función de la aplicación, se ofrecen válvulas de corte normalmente cerradas (N/C) o normalmente abiertas (N/O). La válvula de la boquilla se abre en menos de 50 ms, dependiendo de la presión de trabajo.

Diseño compacto, flexibilidad de uso

El cabezal AQUALINE I pesa sólo 1,8 kg. (3,9 lbs.), lo que garantiza una amplia flexibilidad y facilita las aplicaciones tridimensionales. Puede equiparse con orificio de zafiro o diamante, según lo requiera cada proceso.

Diseño compacto, flexibilidad de uso

El cabezal AQUALINE I pesa sólo 1,8 kg. (3,9 lbs.), lo que garantiza una amplia flexibilidad y facilita las aplicaciones tridimensionales. Puede equiparse con orificio de zafiro o diamante, según lo requiera cada proceso.

Redundancia y productividad

Su diseño compacto permite montar múltiples boquillas de corte a una cortadora uni- o bidimensional para aumentar el volumen de producción. Su pequeño tamaño también ofrece la posibilidad de instalar un segundo juego redundante de cabezales como medida de seguridad. En la práctica, es frecuente ver conectados más de 12 cabezales a un solo sistema de corte.

La facilidad de mantenimiento, una prioridad clave

El cuerpo, tubo, y tuerca de la boquilla disponen de aliviaderos de escape que indican claramente qué conexión hay que apretar o qué junta hay que sustituir. Su exclusivo diseño permite cambiar la junta en menos de 5 minutos.

>>>

Rotary Servomotors

SGMGV

Model Designations

SGMGV - 03 A D A 2 1

Σ-V Series Servomotor SGMGV	1st+2nd digits	3rd digit	4th digit	5th digit	6th digit	7th digit

1st+2nd digits Rated Output

Code	Specifications
03	300 W
05	450 W
09	850 W
13	1.3 kW
20	1.8 kW
30	2.9 kW
44	4.4 kW
55	5.5 kW
75	7.5 kW
1A	11 kW
1E	15 kW

3rd digit Power Supply Voltage

Code	Specifications
A	200 VAC
D	400 VAC

4th digit Serial Encoder

Code	Specifications
3	20-bit absolute
D	20-bit incremental

5th digit Design Revision Order

Code	Specifications
A	Standard

6th digit Shaft End

Code	Specifications
2	Straight without key
6	Straight with key and tap

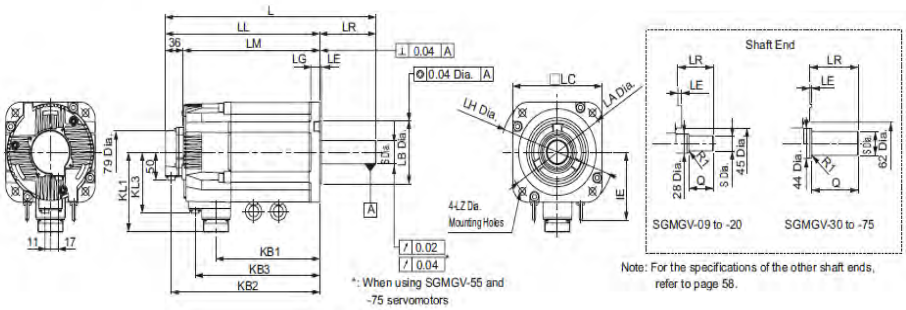
7th digit Options

Code	Specifications
1	Without options
B	With holding brake (90 VDC)
C	With holding brake (24 VDC)
D	With oil seal and holding brake (90 VDC)
E	With oil seal and holding brake (24 VDC)
S	With oil seal

Limited Stock Items Non-Stock Items

External Dimensions Units: mm

(2) 850 W to 7.5 kW

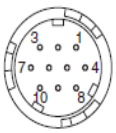


Note: For the specifications of the other shaft ends, refer to page 58.

Model SGMGV-	L	LL	LM	LR	KB1	KB2	KB3	IE	KL1	KL3	Flange Face Dimensions							Shaft End Dimensions		Approx. Mass kg
											LA	LB	LC	LE	LG	LH	LZ	S	Q	
09□□A2□	231	173	137	58	83	161	115	–	104	80	145	$110^{0}_{-0.035}$	130	6	12	165	9	$19^{0}_{-0.013}$	40	7.5
13□□A2□	247	189	153	58	99	177	131	–	104	80	145	$110^{0}_{-0.035}$	130	6	12	165	9	$22^{0}_{-0.013}$	40	9.0
20□□A2□	265	207	171	58	117	195	149	–	104	80	145	$110^{0}_{-0.035}$	130	6	12	165	9	$24^{0}_{-0.013}$	40	11.0
30□□A2□	287	208	172	79	108	196	148	–	134	110	200	$114.3^{0}_{-0.025}$	180	3.2	18	230	13.5	$35^{+0.01}_{0}$	76	19.5
44□□A2□	311	232	196	79	132	220	172	–	134	110	200	$114.3^{0}_{-0.025}$	180	3.2	18	230	13.5	$35^{+0.01}_{0}$	76	23.5
55□□A2□	378	265	229	113	163	253	205	123	144	110	200	$114.3^{0}_{-0.025}$	180	3.2	18	230	13.5	$42^{0}_{-0.016}$	110	27.5
75□□A2□	424	311	275	113	209	299	251	123	144	110	200	$114.3^{0}_{-0.025}$	180	3.2	18	230	13.5	$42^{0}_{-0.016}$	110	35

Note: Models with oil seals are of the same configuration.

· Cable Specifications for Encoder-end Connector (20-bit Encoder)



Receptacle: CM10-R10P-D
Applicable plug (To be provided by the customer)
Plug: CM10-AP10S-□-D (Angle)
CM10-SP10S-□-D (Straight)
(Boxes (□) indicate a value that varies, depending on cable size.)
Manufacturer: DDK Ltd.

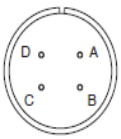
With an Absolute Encoder

1	PS	6	BAT (+)
2	/PS	7	–
3	–	8	–
4	PG 5V	9	PG 0V
5	BAT (–)	10	FG (Frame ground)

With an Incremental Encoder

1	PS	6	–
2	/PS	7	–
3	–	8	–
4	PG 5V	9	PG 0V
5	–	10	FG (Frame ground)

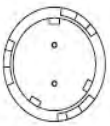
· Cable Specifications for Servomotor-end Connector



A	Phase U
B	Phase V
C	Phase W
D	FG (Frame ground)

Manufacturer: DDK Ltd.

· Cable Specifications for Brake-end Connector



Receptacle: CM10-R2P-D
Applicable plug (To be provided by the customer)
Plug: CM10-AP2S-□-D (Angle)
CM10-SP2S-□-D (Straight)
(Boxes (□) indicate a value that varies, depending on cable size.)
Manufacturer: DDK Ltd.

Brake terminal
Brake terminal

Note: No polarity for connection to the brake terminals

Ratings and Specifications

Time Rating: Continuous
Vibration Class: V15
Insulation Resistance: 500 VDC, 10 MΩ min.
Ambient Temperature: 0 to 40°C
Excitation: Permanent magnet
Mounting: Flange-mounted
Thermal Class: F

Withstand Voltage: 1500 VAC for one minute (200-V Class)
1800 VAC for one minute (400-V Class)
Enclosure: Totally enclosed, self-cooled, IP67
(except for shaft opening)
Ambient Humidity: 20% to 80% (no condensation)
Drive Method: Direct drive
Rotation Direction: Counterclockwise (CCW) with forward run reference when viewed from the load side

200 V Class

Servomotor Model: SGMGV-□□□		03A	05A	09A	13A	20A	30A	44A	55A	75A	1AA	1EA
Rated Output*1	kW	0.3	0.45	0.85	1.3	1.8	2.9	4.4	5.5	7.5	11	15
Rated Torque*1	N·m	1.96	2.86	5.39	8.34	11.5	18.6	28.4	35.0	48.0	70.0	95.4
Instantaneous Peak Torque*1	N·m	5.88	8.92	13.8	23.3	28.7	45.1	71.1	87.6	119	175	224
Rated Current*1	A_{rms}	2.8	3.8	6.9	10.7	16.7	23.8	32.8	42.1	54.7	58.6	78
Instantaneous Max. Current*1	A_{rms}	8	11	17	28	42	56	84	110	130	140	170
Rated Speed*1	min^{-1}	1500										
Max. Speed*1	min^{-1}	3000									2000	
Torque Constant	$N·m/A_{rms}$	0.776	0.854	0.859	0.891	0.748	0.848	0.934	0.871	0.957	1.32	1.37
Rotor Moment of Inertia	$\times10^{-4}$ kg·m²	2.48 (2.73)	3.33 (3.58)	13.9 (16)	19.9 (22)	26 (28.1)	46 (54.5)	67.5 (76.0)	89.0 (97.5)	125 (134)	242 (261)	303 (341)
Rated Power Rate*1	kW/s	15.5 (14.1)	24.6 (22.8)	20.9 (18.2)	35.0 (31.6)	50.9 (47.1)	75.2 (63.5)	119 (106)	138 (126)	184 (172)	202 (188)	300 (283)
Rated Angular Acceleration*1	rad/s²	7900 (7180)	8590 (7990)	3880 (3370)	4190 (3790)	4420 (4090)	4040 (3410)	4210 (3740)	3930 (3590)	3840 (3580)	2890 (2680)	3150 (2960)
Applicable SERVOPACK	SGDV-□□□□	3R8A	3R8A	7R6A	120A	180A	330A 200A*2	330A	470A	550A	590A	780A

400 V Class

Servomotor Model: SGMGV-□□□		03D	05D	09D	13D	20D	30D	44D	55D	75D	1AD	1ED
Rated Output*	kW	0.3	0.45	0.85	1.3	1.8	2.9	4.4	5.5	7.5	11	15
Rated Torque*	N·m	1.96	2.86	5.39	8.34	11.5	18.6	28.4	35.0	48.0	70.0	95.4
Instantaneous Peak Torque*	N·m	5.88	8.92	13.8	23.3	28.7	45.1	71.1	87.6	119	175	224
Rated Current*	A_{rms}	1.4	1.9	3.5	5.4	8.4	11.9	16.5	20.8	25.7	28.1	37.2
Instantaneous Max. Current*	A_{rms}	4	5.5	8.5	14	20	28	40.5	52	65	70	85
Rated Speed*	min^{-1}	1500										
Max. Speed*	min^{-1}	3000									2000	
Torque Constant	$N·m/A_{rms}$	1.55	1.71	1.72	1.78	1.50	1.70	1.93	1.80	1.92	2.64	2.74
Rotor Moment of Inertia	$\times10^{-4}$ kg·m²	2.48 (2.73)	3.33 (3.58)	13.9 (16)	19.9 (22)	26 (28.1)	46 (54.5)	67.5 (76.0)	89.0 (97.5)	125 (134)	242 (261)	303 (341)
Rated Power Rate*	kW/s	15.5 (14.1)	24.6 (22.8)	20.9 (18.2)	35.0 (31.6)	50.9 (47.1)	75.2 (63.5)	119 (106)	138 (126)	184 (172)	202 (188)	300 (283)
Rated Angular Acceleration*	rad/s²	7900 (7180)	8590 (7990)	3880 (3370)	4190 (3790)	4420 (4090)	4040 (3410)	4210 (3740)	3930 (3590)	3840 (3580)	2890 (2680)	3150 (2960)
Applicable SERVOPACK	SGDV-□□□□	1R9D	1R9D	3R5D	5R4D	8R4D	120D	170D	210D	260D	280D	370D

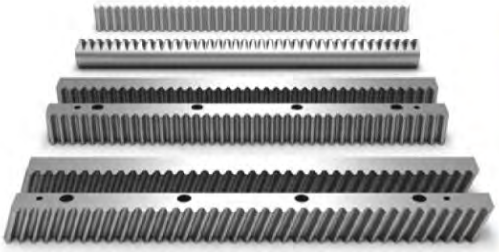
*: These items and torque-motor speed characteristics quoted in combination with a SERVOPACK are at an armature winding temperature of 20°C.

Notes: 1 The values in parentheses are for servomotors with holding brakes.
2 The above specifications show the values under the cooling condition when the following heat sinks are mounted on the servomotors.
SGMGV-03D/-05D: 250 mm × 250 mm × 6 mm (aluminum)
SGMGV-09D/-13D/-20D: 400 mm × 400 mm × 20 mm (iron)
SGMGV-30D/-44D/-55D/-75D: 550 mm × 550 mm × 30 mm (iron)
SGMGV-1AD/-1ED: 650 mm × 650 mm × 35 mm (iron)

RACK CAPABILITIES

Standard Range:

The index on the next page provides an overview of our Standard range of straight (spur) and helical tooth racks. Racks in the standard range are usually in stock allowing for short delivery times. The standard range consists of rectangular and round profile steel racks in modules 1 – 10 with lengths up to 3 meters and quality from AGMA 8 to AGMA 13.



Custom Racks:

In addition to the standard range, Andantex can provide Straight or Helical racks to customer designs with:

- Precision milled teeth in modules 0.5 - 30 (diametral pitch 50.8 to 0.85) in lengths up to 4 meters.
- Ground Teeth in modules 1-16 (diametral pitch 25.4 to 1.6) in lengths up to 3 meters.
- Quality Levels of up to AGMA 14 (DIN 4)
- Material hardened or plated
- Round Sections
- Stainless Steel
- Plastic

Part Numbering System

A11 02 0 200

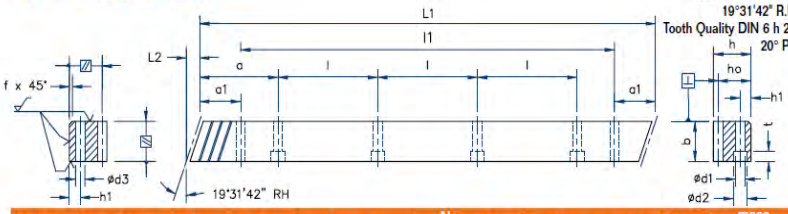
- A11: Tooth Style and quality
- 02: Module or Circular pitch, mm
- 0: With or Without Holes, 0 = holes, 1 = no holes
- 200: Rack Length in cm.
- Options

ANDANTEX
800-713-6170 • www.andantex.com • info@andantex.com

RACKS
WITH RH HELICAL TEETH

SERIES A11

Case Hardened & Ground Teeth
19°31'42" R.H. Helix Angle
Tooth Quality DIN 6 h 23 (~AGMA12)
20° Pressure Angle

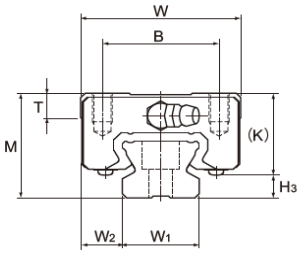


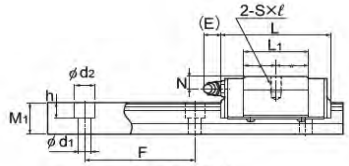
Module	L1	L2	teeth	b	h	ho	f	l1	a	l	No. holes	h1	d1	d2	t	a1	d3	Fp	mass kg.	Part no.
1.5	500	6.7	100	19	19	17.5	2	436.6	62.5	125	4	8	7	11	7	31.7	5.7	0.029	1.3	A11-1.50-050
1.5	500	6.7	100	19	19	17.5	2					Without Holes						0.029	1.3	A11-1.51-050
1.5	1000	6.7	200	19	19	17.5	2	936.6	62.5	125	8	8	7	11	7	31.7	5.7	0.043	2.6	A11-1.50-100
1.5	1000	6.7	200	19	19	17.5	2					Without Holes						0.043	2.6	A11-1.51-100
1.5								Companion Rack For Assembly												A11-1.51-999
2.0	500	8.5	75	24	24	22	2	436.6	62.5	125	4	8	7	11	7	31.7	5.7		2.1	A11-020-050
2.0	500	8.5	75	24	24	22	2					Without Holes							2.1	A11-021-050
2.0	1000	8.5	150	24	24	22	2	936.6	62.5	125	8	8	7	11	7	31.7	5.7	0.036	4.2	A11-020-100
2.0	1000	8.5	150	24	24	22	2					Without Holes						0.036	4.2	A11-021-100
2.0	2000	8.5	300	24	24	22	2	1936.6	62.5	125	16	8	7	11	7	31.7	5.7	0.058	8.2	A11-020-200
2.0	2000	8.5	300	24	24	22	2					Without Holes						0.058	8.2	A11-021-200
2.0								Companion Rack For Assembly												A11-021-999
2.5	500	8.5	60	24	24	21.5	2	436.6	62.5	125	4	9	7	11	7	31.7	5.7	0.027	2.0	A11-2.50-050
2.5	500	8.5	60	24	24	21.5	2					Without Holes						0.027	2.0	A11-2.51-050
2.5	1000	8.5	120	24	24	21.5	2	936.6	62.5	125	8	9	7	11	7	31.7	5.7	0.036	4.1	A11-2.50-100
2.5	1000	8.5	120	24	24	21.5	2					Without Holes						0.036	4.1	A11-2.51-100
2.5	2000	8.5	240	24	24	21.5	2	1936.6	62.5	125	16	9	7	11	7	31.7	5.7	0.053	8.2	A11-2.50-200
2.5	2000	8.5	240	24	24	21.5	2					Without Holes						0.053	8.2	A11-2.51-200
2.5								Companion Rack For Assembly												A11-2.51-999
3.0	500	10.3	50	29	29	26	2	430	62.5	125	4	9	10	15	9	35	7.7		2.9	A11-030-050
3.0	500	10.3	50	29	29	26	2					Without Holes							2.9	A11-031-050
3.0	1000	10.3	100	29	29	26	2	930	62.5	125	8	9	10	15	9	35	7.7	0.036	5.9	A11-030-100
3.0	1000	10.3	100	29	29	26	2					Without Holes						0.036	5.9	A11-031-100
3.0	2000	10.3	200	29	29	26	2	1930	62.5	125	16	9	10	15	9	35	7.7	0.054	11.2	A11-030-200
3.0	2000	10.3	200	29	29	26	2					Without Holes						0.054	11.2	A11-031-200
3.0									2											A11-031-999
4.0	506.67	13.8	38	39	39	35	3	433.0	62.5	125	4	12	10	15	9	33.3	7.7		5.4	A11-040-050
4.0	506.67	13.8	38	39	39	35	3					Without Holes							5.4	A11-041-050
4.0	1000	13.8	75	39	39	35	3	933.4	62.5	125	8	12	10	15	9	33.3	7.7	0.040	10.7	A11-040-100
4.0	1000	13.8	75	39	39	35	3					Without Holes						0.040	10.7	A11-041-100
4.0	2000	13.8	150	39	39	35	3	1933.4	62.5	125	16	12	10	15	9	33.3	7.7		21.4	A11-040-200
4.0	2000	13.8	150	39	39	35	3					Without Holes							21.4	A11-041-200
4.0								Companion Rack for Assembly												A11-041-999
5.0	500	17.4	30	49	39	34	3	425	62.5	125	4	12	14	20	13	37.5	11.7		6.5	A11-050-050
5.0	500	17.4	30	49	39	34	3					Without Holes							6.5	A11-051-050
5.0	1000	17.4	60	49	39	34	3	925	62.5	125	8	12	14	20	13	37.5	11.7	0.040	13	A11-050-100
5.0	1000	17.4	60	49	39	34	3					Without Holes						0.040	13	A11-051-100
5.0	2000	17.4	120	49	39	34	3	1925	62.5	125	16	12	14	20	13	37.5	11.7		26	A11-050-200
5.0	2000	17.4	120	49	39	34	3					Without Holes							26	A11-051-200
5.0								Companion Rack for Assembly												A11-051-999
6.0	500	20.9	25	59	49	43	3	425	62.5	125	4	16	18	26	17	37.5	15.7		9.9	A11-060-050
6.0	500	20.9	25	59	49	43	3					Without Holes							9.9	A11-061-050
6.0	1000	20.9	50	59	49	43	3	925	62.5	125	8	16	18	26	17	37.5	15.7	0.040	19.8	A11-060-100
6.0	1000	20.9	50	59	49	43	3					Without Holes						0.040	19.8	A11-061-100
6.0	2000	20.9	100	59	49	43	3	1925	62.5	125	16	16	18	26	17	37.5	15.7		36.2	A11-060-200
6.0	2000	20.9	100	59	49	43	3					Without Holes							36.2	A11-061-200
6.0								Companion Rack for Assembly												A11-061-999
8.0	480	28	18	79	79	71	3	240	60.0	120	4	25	22	33	21	120.0	19.7		21	A11-080-050
8.0	480	28	18	79	79	71	3					Without Holes							21	A11-081-050
8.0	960	28	36	79	79	71	3	720	60.0	120	8	25	22	33	21	120.0	19.7	0.040	42.5	A11-080-100
8.0	960	28	36	79	79	71	3					Without Holes						0.040	42.5	A11-081-100
8.0	1920	28	72	79	79	71	3	1680	60.0	120	16	25	22	33	21	120	19.7		85	A11-080-200
8.0	1920	28	72	79	79	71	3					Without Holes							85	A11-081-200
8.0								Companion Rack for Assembly												A11-081-999
10.0	1000	35.11	30	99	99	89	3	750	62.5	125	8	32	33	48	32	125	19.7	0.040	69	A11-100-100
10.0	1000	35.11	30	99	99	89	3					Without Holes						0.040	69	A11-101-100
10.0								Companion Rack for Assembly												A11-101-999

Material AISI 1045 (C45) with tensile strength = 650 N/mm^2 (95,000 PSI). Teeth induction hardened to 50-55 Rc; ground on all sides after hardening. Only teeth are hardened allowing subsequent drilling and pinning of rack. Rack ends are machined for continuous mounting.
Fp is the max cumulatve pitch error for the corresponding rack length.
Dimensions are in mm and are subject to change - consult factory.

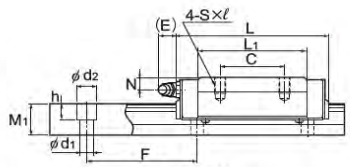
ANDANTEX
800-713-6170 • www.andantex.com • info@andantex.com

Models SR-W, SR-WM, SR-V and SR-VM





Model SR-V



Model SR-W

Unit: mm

Model No.	Outer dimensions Height M	Width W	Length L	LM block dimensions B	C	S×ℓ	L_1	T	K	N	E	Grease nipple	H_3	LM rail dimensions Width W_1 ±0.05	W_2	Height M_1	Pitch F	d_1×d_2×h	Length* Max	Basic load rating C kN	C_0 kN	Static permissible moment kN-m* M_A 1 block	M_A Double blocks	M_B 1 block	M_B Double blocks	M_C 1 block	Mass LM block kg	LM rail kg/m
SR 15V/VM SR 15W/WM	24	34	40.4 57	26	— 26	M4×7	22.9 39.5	5.7	18.2	6	5.5	PB1021B	5.8	15	9.5	12.5	60	3.5×6×4.5	(1240) 2500	5.39 9.51	11.1 19.3	0.0326 0.0925	0.224 0.516	0.0203 0.0567	0.143 0.321	0.0654 0.113	0.12 0.2	1.2
SR 20V/VM SR 20W/WM	28	42	47.3 66.2	32	— 32	M5×8	27.8 46.7	7.2	22	6	12	B-M6F	6	20	11	15.5	60	6×9.5×8.5	(1480) 3000	7.16 12.5	14.4 25.2	0.053 0.146	0.332 0.778	0.0329 0.0896	0.21 0.481	0.11 0.194	0.2 0.3	2.1
SR 25V/VM SR 25W/WM	33	48	59.2 83	35	— 35	M6×9	35.2 59	7.7	26	7	12	B-M6F	7	23	12.5	18	60	7×11×9	(2020) 3000	11.7 20.3	22.5 39.5	0.103 0.286	0.649 1.52	0.0642 0.175	0.41 0.942	0.201 0.355	0.3 0.4	2.7
SR 30V/VM SR 30W/WM	42	60	67.9 96.8	40	— 40	M8×12	40.4 69.3	8.5	32.5	8	12	B-M6F	9.5	28	16	23	80	7×11×9	(2520) 3000	17.2 30	32.5 56.8	0.163 0.494	1.08 2.55	0.102 0.303	0.692 1.57	0.352 0.611	0.5 0.8	4.3
SR 35V/VM SR 35W/WM	48	70	77.6 111	50	— 50	M8×12	45.7 79	12.5	36.5	8.5	12	B-M6F	11.5	34	18	27.5	80	9×14×12	(2520) 3000	23.8 41.7	44.1 77.2	0.259 0.74	1.68 4.01	0.161 0.454	1.07 2.49	0.576 1.01	0.8 1.2	6.4
SR 45W	60	86	126	60	60	M10×15	90.5	15	47.5	11.5	16	B-PT1/8	12.5	45	20.5	35.5	105	11×17.5×14	3000	55.3	101	1.1	5.96	0.679	3.69	1.77	2.2	11.3
SR 55W	68	100	156	75	75	M12×20	117	16.7	54.5	12	16	B-PT1/8	13.5	48	26	38	120	14×20×17	3000	89.1	157	2.27	11.3	1.39	6.98	2.87	3.6	12.8
SR 70T	85	126	194.6	90	90	M16×25	147.6	24.5	70	12	16	B-PT1/8	15	70	28	47	150	18×26×22	3000	156	266	2.54	13.2	2.18	11.3	4.14	7	22.8
SR 85T	110	156	180	100	80	M18×30	130	25.5	91.5	27	12	A-PT1/8	18.5	85	35.5	65.5	180	18×26×22	3000	120	224	2.54	15.1	1.25	7.47	5.74	10.1	34.9
SR 100T	120	178	200	120	100	M20×35	150	29.5	101	32	12	A-PT1/8	19	100	39	70.3	210	22×32×25	3000	148	283	3.95	20.9	1.95	10.3	8.55	14.1	46.4
SR 120T	110	205	235	160	120	M20×35	180	24	95	14	13.5	B-PT1/4	15	114	45.5	65	230	26×39×30	3000	279	377	5.83	32.9	2.87	16.2	13.7	—	—
SR 150T	135	250	280	200	160	M20×35	215	24	113	17	13.5	B-PT1/4	22	144	53	77	250	33×48×36	3000	411	537	9.98	55.8	4.92	27.5	24.3	—	—

Model number coding

SR25 W 2 UU C0 M +1240L Y P T M -II

- Model number: SR25
- Type of LM block: W
- No. of LM blocks used on the same rail: 2
- Contamination protection accessory symbol (*1): UU
- Radial clearance symbol (*2): C0 (Normal (No symbol), Light preload (C1), Medium preload (C0))
- Stainless steel LM block: M
- LM rail length (in mm): +1240L
- Applied to only 15 and 25: Y
- Symbol for LM rail jointed use: P
- Accuracy symbol (*3): T (Normal grade (No Symbol)/High accuracy grade (H), Precision grade (P)/Super precision grade (SP), Ultra precision grade (UP))
- Stainless steel LM rail: M
- Symbol for No. of rails used on the same plane (*4): -II

(*1) See contamination protection accessory on A1-510. (*2) See A1-71. (*3) See A1-77. (*4) See A1-13.

Note) This model number indicates that a single-rail unit constitutes one set. (i.e., required number of sets when 2 rails are used in parallel is 2 at a minimum.)

Note1) Symbol M indicates that stainless steel is used in the LM block, LM rail and balls. Those models marked with this symbol are therefore highly resistant to corrosion and environment.
Those model numbers including and greater than SR85T are semi-standard models. If desiring these models, contact THK.
Models SR85T and SR100T are equipped with grease nipple on the side face of the LM block.
The maximum length under "Length*" indicates the standard maximum length of an LM rail. (See A1-218.)
Static permissible moment*: 1 block: static permissible moment value with 1 LM block
Double blocks: static permissible moment value with 2 blocks closely contacting with each other

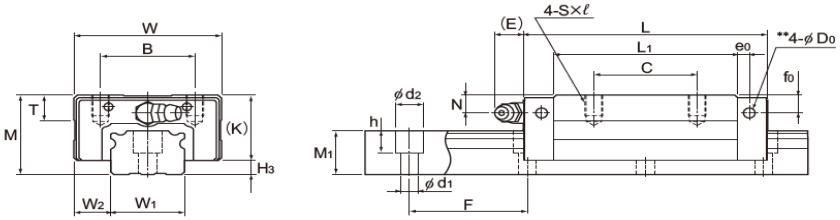
Note2) For models SR15 and 25, two types of rails with different mounting hole dimensions are offered (see Table1).
When, replacing this model with model SSR, pay attention to the mounting hole dimension of the LM rail.
Contact THK for details.

Table1 The dimension of the rail mounting hole

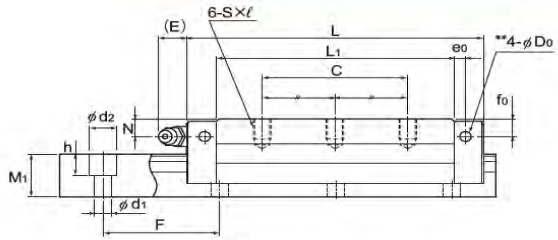
Model No.	Standard rail	Semi-Standard rail
SR 15	For M3 (No symbol)	For M4 (Symbol Y)
SR 25	For M6 (Symbol Y)	For M5 (No symbol)

Options⇒A1-473

Models NR-R and NR-LR



Model NR-R



Model NR-LR

Unit: mm

Model No.	Outer dimensions Height M	Width W	Length L	LM block dimensions B	C	S×ℓ	L1	T	K	N	f0	E	e0	D0	Grease nipple	H3	LM rail dimensions Width W1 0 -0.05	W2	Height M1	Pitch F	d1×d2×h	Length* Max	Basic load rating C kN	C0 kN	Static permissible moment kN-m* MA 1 block	MA Double blocks	MB 1 block	MB Double blocks	MC 1 block	Mass LM block kg	LM rail kg/m
NR 25XR NR 25XLR	31	50	82.8 102	32	35 50	M6×8	62.4 81.6	9.7	25.5	7	7	12	4	3.9	B-M6F	5.5	25	12.5	17	40	6×9.5×8.5	2500	33 44	84.6 113	0.771 1.26	3.86 6.29	0.469 0.775	2.33 3.82	0.91 1.21	0.43 0.55	3.1
NR 30R NR 30LR	38	60	98 120.5	40	40 60	M8×10	70.9 93.4	9.7	31	7	7	12	5	3.9	B-M6F	7	28	16	21	80	7×11×9	3000	48.7 64.9	122 162	1.26 2.18	6.63 10.6	0.778 1.33	4.05 6.47	1.47 1.95	0.74 1	4.3
NR 35R NR 35LR	44	70	109.5 135	50	50 72	M8×12	77.9 103.4	11.7	35	8	8	12	6	5.2	B-M6F	9	34	18	24.5	80	9×14×12	3000	63.1 85.7	155 210	1.75 3.14	9.47 15.5	1.08 1.92	5.8 9.43	2.24 3.03	1.1 1.4	6.2
NR 45R NR 45LR	52	86	139 171	60	60 80	M10×17	105 137	14.7	40.5	10	8	16	7	5.2	B-PT1/8	11.5	45	20.5	29	105	14×20×17	3090	96 126	231 303	3.37 5.93	17.7 28	2.07 3.59	10.8 16.9	4.45 5.82	2 2.8	9.8
NR 55R NR 55LR	63	100	162.8 200	65	75 95	M12×18	123.6 160.8	17.5	49	11	10	16	8	5.2	B-PT1/8	14	53	23.5	36.5	120	16×23×20	3060	131 170	310 402	5.39 8.87	27.8 43.8	3.3 5.41	16.9 26.6	6.98 9.05	3.3 4.3	14.5
NR 65R NR 65LR	75	126	185.6 245.6	76	70 110	M16×20	143.6 203.6	21.5	60	16	15	16	9	8.2	B-PT1/8	15	63	31.5	43	150	18×26×22	3000	189 260	436 600	8.76 16.8	44.7 79.9	5.39 10.1	27.3 48	11.6 15.9	6 8.7	20.3
NR 75R NR 75LR	83	145	218 274	95	80 130	M18×25	170.2 226.2	25.3	68	18	17	16	9	8.2	B-PT1/8	15	75	35	44	150	22×32×26	3000	271 355	610 800	14.4 25.4	73.3 118	8.91 15.4	44.7 71.4	19.3 25.2	8.7 11.6	24.6
NR 85R NR 85LR	90	156	246.7 302.8	100	80 140	M18×25	194.9 251	27.3	73	20	20	16	10	8.2	B-PT1/8	17	85	35.5	48	180	24×35×28	3000	336 435	751 972	20.3 34.7	102 160	12.4 21	62.6 96.2	26.8 34.6	12.3 15.8	30.5
NR 100R NR 100LR	105	200	286.2 326.2	130	150 200	M18×27	223.4 263.4	34.3	85	23	23	10	12	8.2	B-PT1/4	20	100	50	57	210	26×39×32	2500	479 599	1040 1300	34 47.3	167 238	20.7 29.2	101 146	43.4 54.6	21.8 26.1	42.6

Note) Pilot holes for side nipples** are not drilled through in order to prevent foreign material from entering the product. THK will mount grease nipples per your request. Therefore, do not use the side nipple pilot holes** for purposes other than mounting a grease nipple.
The maximum length under "Length*" indicates the standard maximum length of an LM rail. (See A1-238.)
Static permissible moment*: 1 block: static permissible moment value with 1 LM block
Double blocks: static permissible moment value with 2 blocks closely contacting with each other

Model number coding

NR35 LR 2 QZ KKHH C0 +1240L P Z T -Ⅱ

- NR35: Model number
- LR: Type of LM block
- 2: No. of LM blocks used on the same rail
- QZ: With QZ Lubricator
- KKHH: Contamination protection accessory symbol (*1)
- C0: Radial clearance symbol (*2) Normal (No symbol) Light preload (C1) Medium preload (C0)
- +1240L: LM rail length (in mm)
- P: Accuracy symbol (*3) Normal grade (No Symbol)/High accuracy grade (H) Precision grade (P)/Super precision grade (SP) Ultra precision grade (UP)
- Z: With plate cover or steel tape (*4)
- T: Symbol for LM rail jointed use
- -Ⅱ: Symbol for No. of rails used on the same plane (*5)

(*1) See contamination protection accessory on A1-510 (*2) See A1-70. (*3) See A1-77.
(*4) Specify the plate cover or the steel tape. (*5) See A1-13.

Note) This model number indicates that a single-rail unit constitutes one set. (i.e., required number of sets when 2 rails are used in parallel is 2 at a minimum.)
Those models equipped with QZ Lubricator cannot have a grease nipple.

To download a desired data, search for the corresponding model number in the Technical site. https://tech.thk.com

Options⇒A1-473

Anexo B. Propiedades del acero estructural, FEM y los factores de Marín.

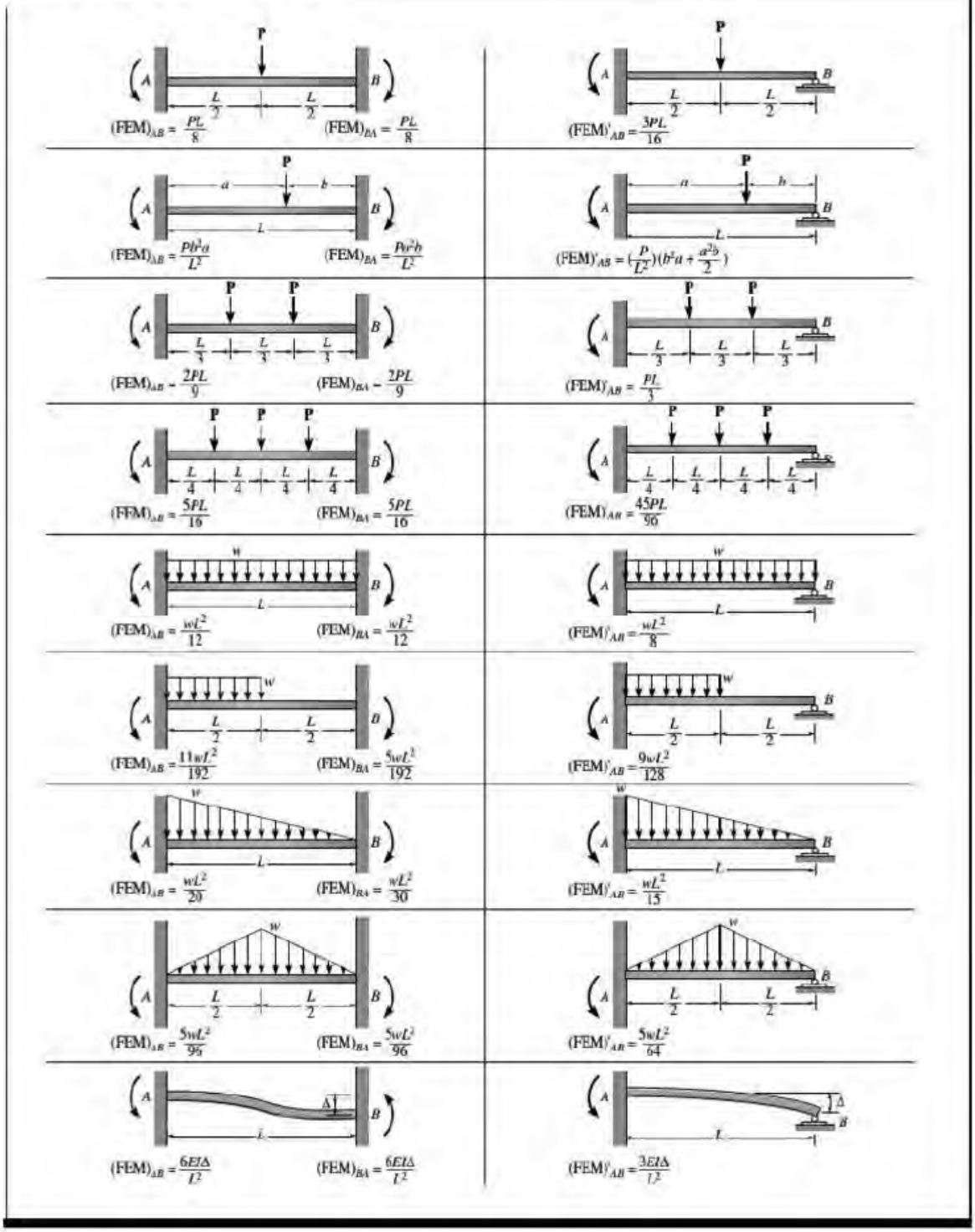
TABLAS DE FATIGA

Propiedades mecánicas promedio para materiales de ingeniería típicos[a]

(Unidades del SI)

Materiales		Densidad ρ (Mg/m³)	Módulo de elasticidad E (GPa)	Módulo de rigidez G (GPa)	Resistencia a la cedencia (MPa) σ_Y Tens.	Comp.[b]	Cortante	Resistencia última (MPa) σ_u Tens.	Comp.[b]	Cortante	% de elongación en probeta de 50 mm	Razón de Poisson ν	Coeficiente de expansión térmica α $(10^{-6})/^{\circ}C$
Metálicos													
Aleaciones de aluminio forjado	2014-T6	2.79	73.1	27	414	414	172	469	469	290	10	0.35	23
	6061-T6	2.71	68.9	26	255	255	131	290	290	186	12	0.35	24
Aleaciones de hierro fundido	Gris ASTM 20	7.19	67.0	27	–	–	–	179	669	–	0.6	0.28	12
	Maleable ASTM A-197	7.28	172	68	–	–	–	276	572	–	5	0.28	12
Aleaciones de cobre	Latón rojo C83400	8.74	101	37	70.0	70.0	–	241	241	–	35	0.35	18
	Bronce C86100	8.83	103	38	345	345	–	655	655	–	20	0.34	17
Aleaciones de magnesio	[Am 1004-T61]	1.83	44.7	18	152	152	–	276	276	152	1	0.30	26
Aleaciones de acero	Estructural A36	7.85	200	75	250	250	–	400	400	–	30	0.32	12
	Inoxidable 304	7.86	193	75	207	207	–	517	517	–	40	0.27	17
	De herramienta L2	8.16	200	75	703	703	–	800	800	–	22	0.32	12
Aleación de titanio	[Ti-6Al-4V]	4.43	120	44	924	924	–	1,000	1,000	–	16	0.36	9.4
No metálicos													
Concreto	De baja resistencia	2.38	22.1	–	–	–	12	–	–	–	–	0.15	11
	De alta resistencia	2.38	29.0	–	–	–	38	–	–	–	–	0.15	11
Plástico reforzado	Kevlar 49	1.45	131	–	–	–	–	717	483	20.3	2.8	0.34	–
	Vidrio al 30%	1.45	72.4	–	–	–	–	90	131	–	–	0.34	–
Madera de grado estructural	Abeto Douglas	0.47	13.1	–	–	–	–	2.1[c]	26[d]	6.2[d]	–	0.29[e]	–
	Abeto blanco	3.60	9.65	–	–	–	–	2.5[c]	36[d]	6.7[d]	–	0.31[e]	–

Momentos de extremo fijo



Factor de superficie k_a

Tabla 6-2

Parámetros en el factor de la condición superficial de Marin, ecuación (6-19)

Acabado superficial	Factor a S_{ut}, kpsi	Factor a S_{ut}, MPa	Exponente b
Esmerilado	1.34	1.58	−0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	−0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	−0.718
Como sale de la forja	39.9	272.	−0.995

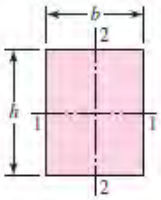
De C. J. Noll y C. Lipson, "Allowable Working Stresses", en *Society for Experimental Stress Analysis*, vol. 3. núm. 2, 1946, p. 29. Reproducida por O. J. Horger (ed.), *Metals Engineering Design ASME Handbook*, McGraw-Hill, Nueva York. Copyright © 1953 por The McGraw-Hill Companies, Inc. Reproducido con autorización.

Factor de tamaño k_b

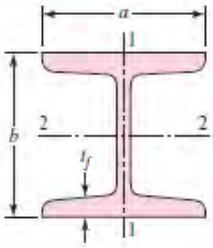
Tabla 6-3

Áreas $A_{0.95\sigma}$ de perfiles estructurales no rotativos

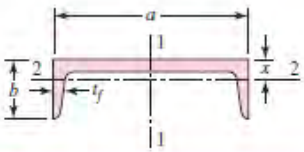
$$A_{0.95\sigma} = 0.01046d^2$$
$$d_e = 0.370d$$



$$A_{0.95\sigma} = 0.05hb$$
$$d_e = 0.808\sqrt{hb}$$



$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.10at_f & \text{eje 1-1} \\ 0.05ba \quad t_f > 0.025a & \text{eje 2-2} \end{cases}$$



$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.05ab & \text{eje 1-1} \\ 0.052xa + 0.1t_f(b-x) & \text{eje 2-2} \end{cases}$$

Factor de modificacion de carga k_c

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{flexión} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.59 & \text{torsión}^{17} \end{cases} \qquad (6\text{-}26)$$

Factor de temperatura k_c

Tabla 6-4

Efecto de la temperatura de operación en la resistencia a la tensión del acero.* (S_T = resistencia a la tensión a la temperatura de operación; S_{RT} = resistencia a la tensión a temperatura ambiente; $0.099 \leq \hat{\sigma} \leq 0.110$)

Temperatura, °C	S_T/S_{RT}	Temperatura, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1 000	0.698
550	0.672	1 100	0.567
600	0.549		

*Fuente de datos: figura 2-9.

Factor de confiabilidad k_e

Tabla 6-5

Factores de confiabilidad k_e correspondientes a 8 desviaciones estándar porcentuales del límite de resistencia a la fatiga

Confiabilidad, %	Variación de transformación z_a	Factor de confiabilidad k_e
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Anexo C. Ecuaciones, Figuras y Tablas del piñón y cremallera.

ECUACIONES PARA EL DISEÑO DEL PIÑÓN Y CREMALLERA			
Número mínimo de dientes helicoidales	$N_P = \frac{2k\cos\psi}{\text{seno}^2\,\varphi_t}$	Número mínimo de dientes rectos	$N_P = \frac{2k}{3\text{sen}^2\,\varphi}\left(1+\sqrt{1+3\text{sen}^2\,\varphi}\right)$
Paso diametral tangencial	$P_t = P_n\cos\psi$	Diámetro de paso	$d_p = \frac{N_P}{P_d}$
Velocidad	$V = \frac{\pi d_p n}{12}\ pies/min$	Potencia	$W^t = \frac{33000\,P}{V}$
Ecuación 14-27 y 14-28 Kv	$K_v = \left(\frac{A+\sqrt{V}}{A}\right)^B V\left[{}^{pie}/_{min}\right], \quad A = 50+56(1-B)$ $K_v = \left(\frac{A+\sqrt{200V}}{A}\right)^B V[{}^{m}/_{s}], \quad B = 0.25(12-Q_v)^{2/3}$		
Ecuación (a) Ks	$K_s = 1.192\left(\frac{F\sqrt{Y}}{P}\right)^{0.0535}$		
Ecuación 14-31, 14-32, 14-33, 14-34, 14-35 y 14-30 Km	$C_{mc} = \begin{cases} 1 & para\ dientes\ \text{sin}\ coronar \\ 0.8 & para\ dientes\ coronados \end{cases}$ $C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0.025 & F \le 1pulg \\ \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F & 1 < F \le 17pulg \\ \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000225F^2 & 17 < F \le 40pulg \end{cases}$ $C_{pm} = \begin{cases} 1 & para\ piñon\ montado\ separado\ con\ {}^{S1}/_{S} < 0.175 \\ 1.1 & para\ piñon\ montado\ separado\ con\ {}^{S1}/_{S} \ge 0.175 \end{cases}$ $C_{ma} = A + BF + CF^2\ \ (tabla\ 14-9\ para\ valores\ A, B\ y\ C)$ $C_e = \begin{cases} 0.8 & para\ engranajes\ ajustados\ durante\ el\ ensamble\ o\ si\ la\ compatibilidad\ se\ mejora\ mediante\ lapeado, o\ ambos \\ 1 & para\ todas\ las\ otras\ condiciones \end{cases}$ $K_m = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$		
Ecuación 14-40 K_B	$K_B = \begin{cases} 1.6\ \ln\frac{2.242}{m_B} & m_B < 1.2 \\ 1 & m_B \ge 1.2 \end{cases}$		$m_B = \frac{t_R}{h_t}$

Relación de transmisión	$m_G = \frac{N_{cr}}{N_p}$	$K_T = 1$, Temperatura $< 250°\ F$ $C_f = 1$, Factor de condicion superficial	
Ecuación 14-36 C_H	$C_H = 1.0 + A'(m_G - 1.0), \quad \frac{H_{Bp}}{H_{Bcr}} < 1.2 \quad A' = 0,$ $\frac{H_{Bp}}{H_{Bcr}} > 1.7 \quad A' = 0.00698$		
Ecuación 14-23 I	$I = \begin{cases} \frac{\cos\varphi_t \operatorname{sen}\varphi_t}{2m_N}\frac{m_G}{m_G+1} & engranes\ externos \\ \frac{\cos\varphi_t \operatorname{sen}\varphi_t}{2m_N}\frac{m_G}{m_G-1} & engranes\ internos \end{cases}$		
Ecuación 14-15 σ	$\sigma = \begin{cases} W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F}\frac{K_m K_B}{J} & unidades\ habituales\ en\ Estados\ Unidos \\ W^t K_o K_v K_s \frac{1}{bm_t}\frac{K_H K_B}{Y_J} & unidades\ SI \end{cases}$		
Ecuación 14-16 σ_c	$\sigma_c = \begin{cases} C_p\sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F}\frac{C_f}{I}} & unidades\ habituales\ en\ Estados\ Unidos \\ Z_E\sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b}\frac{Z_R}{Z_I}} & unidades\ SI \end{cases}$		
Ecuación 14-17 σ_{perm}	$\sigma = \begin{cases} \frac{S_t}{S_F}\frac{Y_N}{K_T K_R} & unidades\ habituales\ en\ Estados\ Unidos \\ \frac{S_t}{S_F}\frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} & unidades\ SI \end{cases}$ $\quad S_F = \frac{S_t Y_N / K_T K_R}{\sigma}$		
Ecuación 14-17 $\sigma_{c,perm}$	$\sigma_{c,perm} = \begin{cases} \frac{S_c}{S_H}\frac{Z_N C_H}{K_T K_R} & unidades\ habituales\ en\ Estados\ Unidos \\ \frac{S_c}{S_H}\frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} & unidades\ SI \end{cases}$ $\quad S_H = \frac{S_c Z_N C_H / K_T K_R}{\sigma_{c,perm}}$		
Cabeza	$a = \frac{1}{P_d}$	Raíz	$b = \frac{1.25}{P_d}$
Paso Circular	$\frac{\pi}{P_d}$	Altura o profundidad total	$a + b$

TABLA 6

COMBINACIONES TIPICAS DE DUREZA PARA PIÑONES Y ENGRANAJES

BHN PIÑON	BHN ENGRANAJE
210	180
245	210
265	225
285	245
300	255
315	270
335	285
350	300

Figura 14-4

Números de esfuerzo de flexión permisible de engranes de acero nitrurado S_t. Las ecuaciones en unidades SI son $S_t = 0.594H_B + 87.76$ MPa, Nitralloy, grado 1; $S_t = 0.784H_B + 114.81$ MPa, Nitralloy, grado 2; $S_t = 0.7255H_B + 63.89$ MPa, 2.5% cromo, grado 1; $S_t = 0.7255H_B + 153.63$ MPa, 2.5% cromo, grado 2; $S_t = 0.7255H_B + 201.91$ MPa, 2.5% cromo, grado 3. *(Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04 y 2101-D04.)*

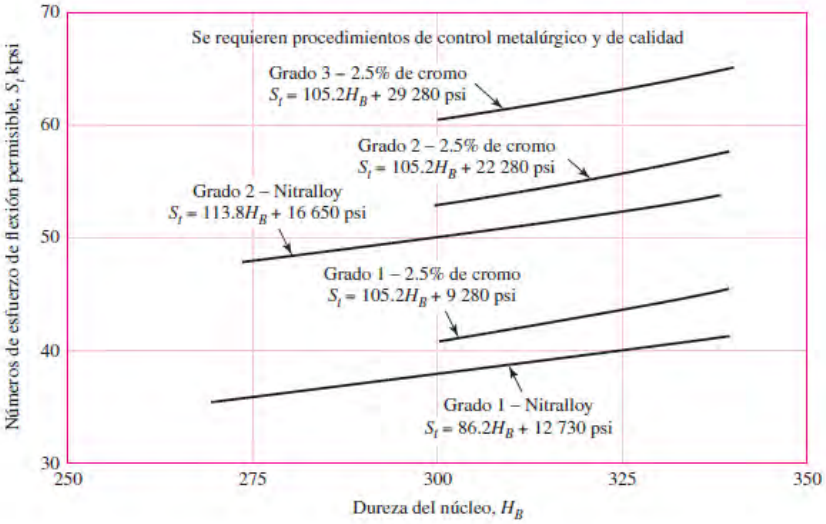
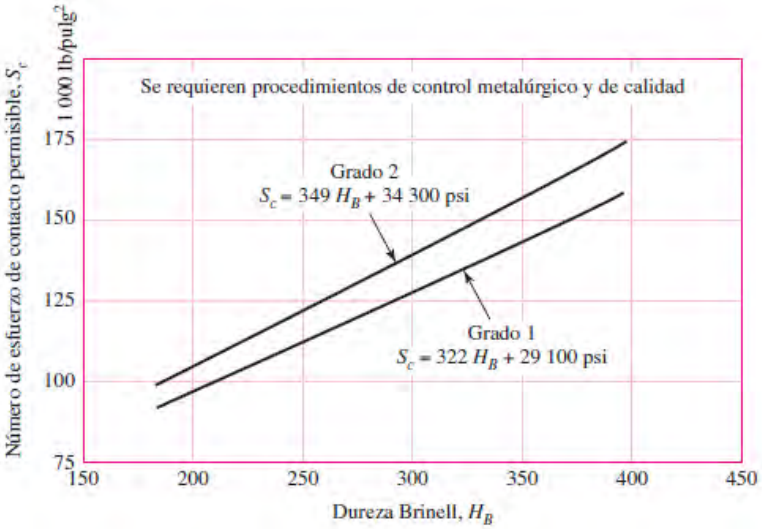


Figura 14-5

Resistencia a la fatiga por contacto S_c a 10^7 ciclos y confiabilidad de 0.99 de engranes de acero completamente endurecido. Las ecuaciones en unidades SI son $S_c = 2.22\ H_B + 200$ MPa, grado 1 y $S_c = 2.41\ H_B + 237$ MPa, grado 2. *(Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04 y 2101-D04.)*



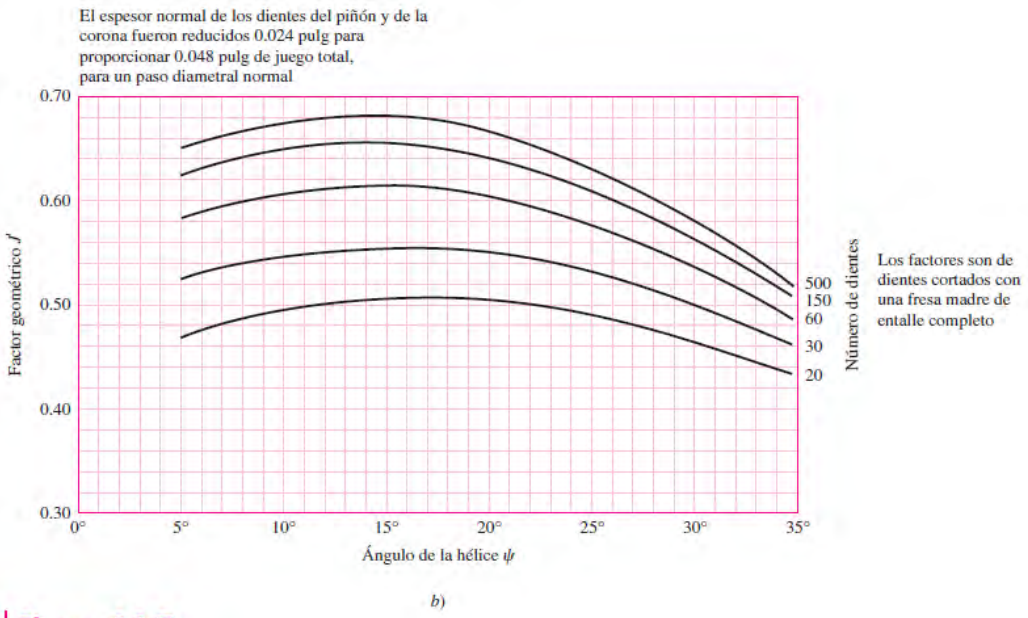


Figura 14-7

Factores geométricos J' de engranes helicoidales. *Fuente*: La gráfica es de AGMA 218.01, lo que es consistente con los datos tabulares provenientes del actual AGMA 908-B89. La gráfica es adecuada para propósitos de diseño.

Figura 14-8

Multiplicadores del factor J' para emplearlos con la figura 14-7, para encontrar J. *Fuente*: La gráfica es de AGMA 218.01, lo que es consistente con los datos tabulares provenientes del actual AGMA 908-B89. La gráfica es adecuada para propósitos de diseño.

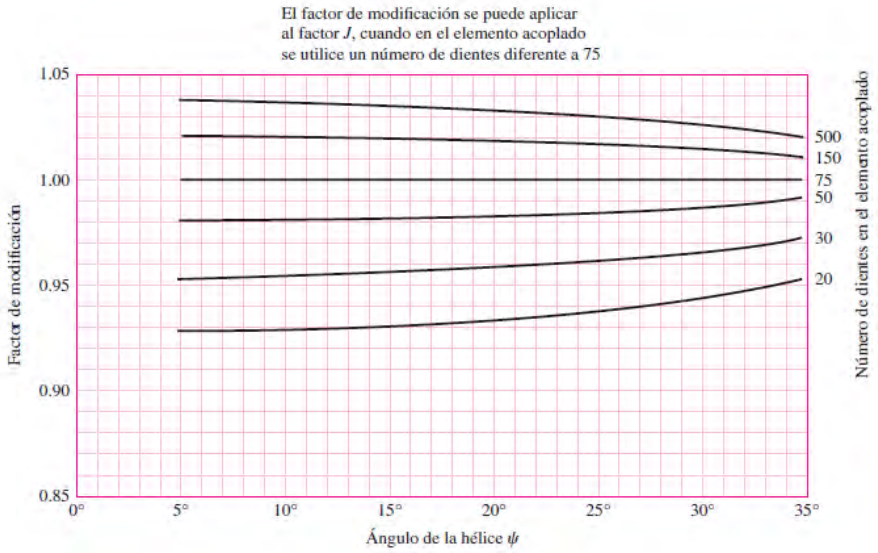


Figura 14-14

Factor de ciclos de esfuerzo repetidamente aplicados de resistencia a la flexión Y_N. (*Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04.*)

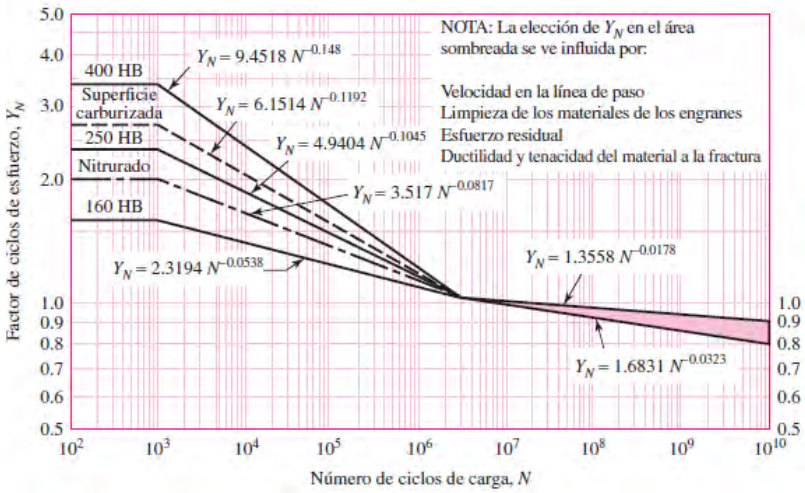


Figura 14-15

Factor de ciclos de esfuerzos de resistencia a la picadura Z_N. *(Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04.)*

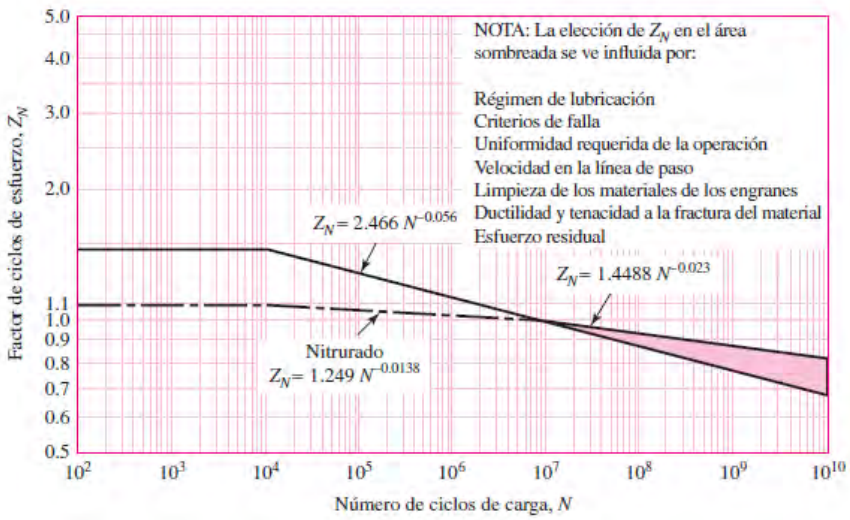


Tabla 14-2

Valores del factor de forma de Lewis Y (estos valores son para un ángulo normal de presión de 20°, dientes de altura completa y paso diametral igual a la unidad, en el plano de rotación)

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

Tabla 14-8

Coeficiente elástico C_p (Z_E), $\sqrt{psi}$ ($\sqrt{MPa}$) *Fuente:* AGMA 218.01.

		*Material y módulo de elasticidad de la corona E_G, lbf/pulg² (MPa)**					
Material del piñón	**Módulo de elasticidad del piñón E_P psi (MPa)***	**Acero 30×10^6 (2×10^5)**	**Hierro maleable 25×10^6 (1.7×10^5)**	**Hierro nodular 24×10^6 (1.7×10^5)**	**Hierro fundido 22×10^6 (1.5×10^5)**	**Bronce al aluminio 17.5×10^6 (1.2×10^5)**	**Bronce al estaño 16×10^6 (1.1×10^5)**
Acero	30×10^6 (2×10^5)	2 300 (191)	2 180 (181)	2 160 (179)	2 100 (174)	1 950 (162)	1 900 (158)
Hierro maleable	25×10^6 (1.7×10^5)	2 180 (181)	2 090 (174)	2 070 (172)	2 020 (168)	1 900 (158)	1 850 (154)
Hierro nodular	24×10^6 (1.7×10^5)	2 160 (179)	2 070 (172)	2 050 (170)	2 000 (166)	1 880 (156)	1 830 (152)
Hierro fundido	22×10^6 (1.5×10^5)	2 100 (174)	2 020 (168)	2 000 (166)	1 960 (163)	1 850 (154)	1 800 (149)
Bronce al aluminio	17.5×10^6 (1.2×10^5)	1 950 (162)	1 900 (158)	1 880 (156)	1 850 (154)	1 750 (145)	1 700 (141)
Bronce al estaño	16×10^6 (1.1×10^5)	1 900 (158)	1 850 (154)	1 830 (152)	1 800 (149)	1 700 (141)	1 650 (137)

Relación de Poisson = 0.30.

*Cuando se obtienen valores del módulo de elasticidad más exactos mediante pruebas de contacto con rodillo, se podrán utilizar.

Tabla 14-10

Factores de confiabilidad K_R (Y_Z)

Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04.

Confiabilidad	K_R (Y_Z)
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

Tabla 14-9

Constantes empíricas *A*, *B* y *C* de la ecuación (14-34), ancho de la cara *F* en pulgadas*

Fuente: ANSI/AGMA 2001-D04.

Condición	A	B	C
Engranajes abiertos	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Unidades comerciales, cerradas	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Unidades de precisión, cerradas	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Unidades de precisión extrema, cerradas	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

*Vea la norma ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20-22, para formular en unidades SI.

Equipment Description

Cargo picture /name	Component name	Dimension (L*W*H) m	Packing size (L*W*H) m	Quantity (set)	N.W(kg)/set	G.W(kg)/set	CBM(m3) /set	U.PRICE (USD)	Remarks	Packing
TY-3015DD - 1000WFIBER LASER CUTTING MACHINE	Host machine bed	4.9x2.42x2.0	5.1x2.6x2.2	1set	4600	4700	31	$68,765	dual drive ,rack and pinion driving. Import servo motor. 5 pieces protection lens, 5 nozzes free with machine	(canvas+diolame packing), wood pallet in the bottom
	Water chiller 6100	0.62×0.90×1.12	0.7x1x1.2							
				Total:	4600	4700	31			1*20GP Container
Shipping term	FOB shenzhen price									

1.The quotation is valid for 30 days.

2.Payment :T/T,50% advance payment as deposit ,50% balance payment to be paid before shipment.

3. Delivery time: 30days upon deposit receipt date

4.Shipment:by sea .

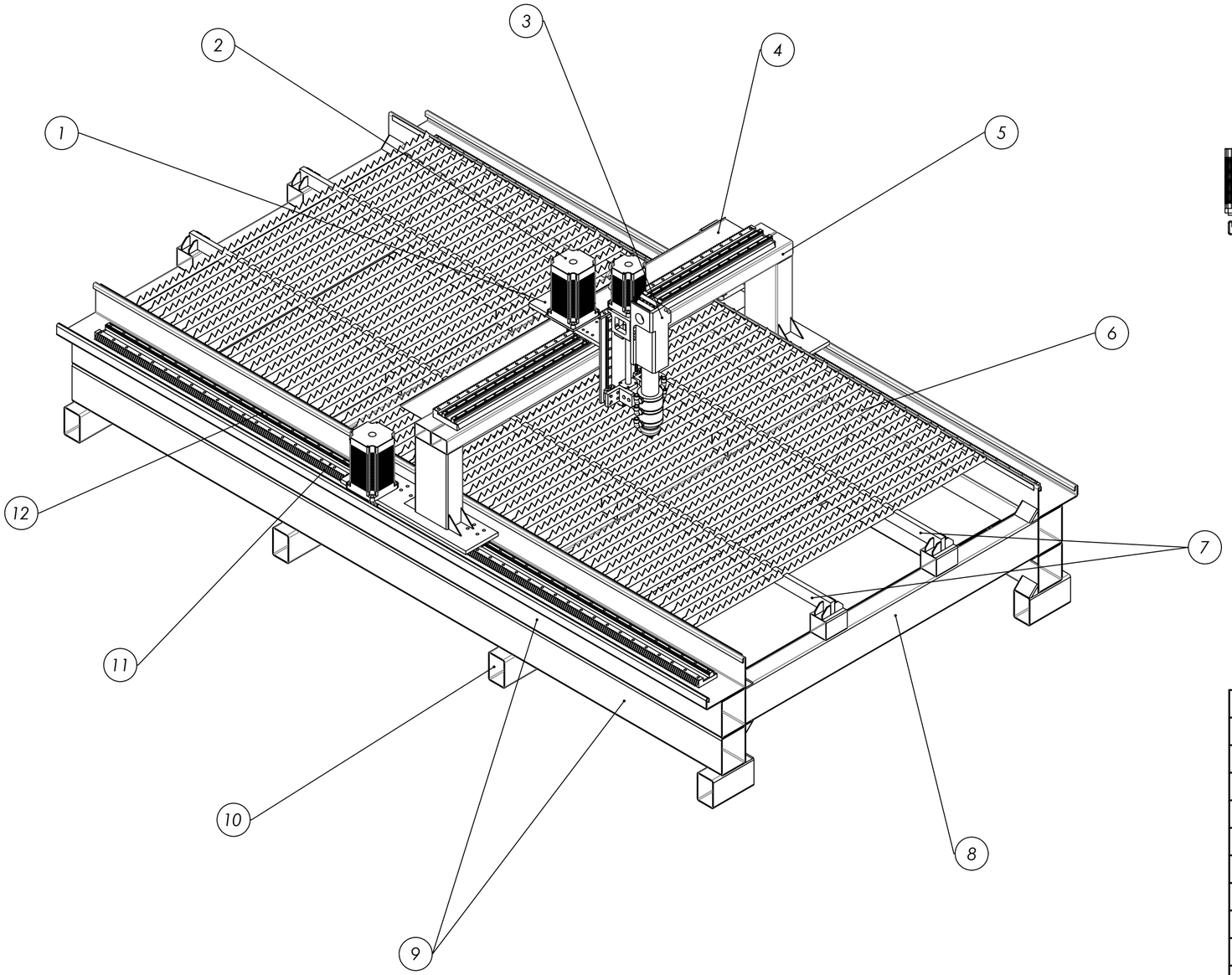
Main parameters of machine

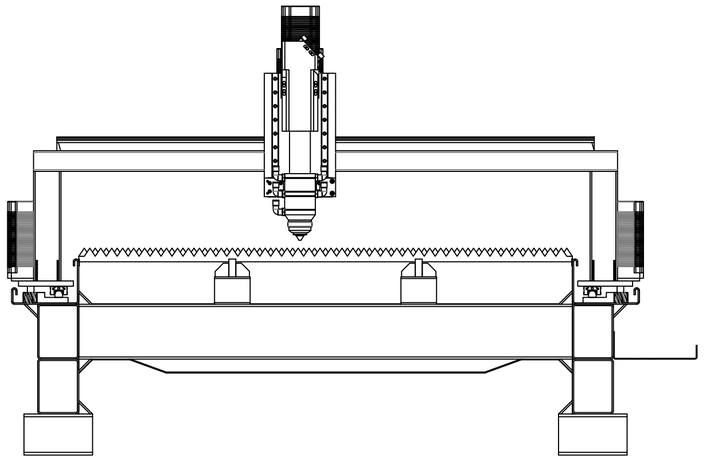
Laser power:1000W	Pulse frequency: 1-20000HZ	X/Y axis repeated location precision: ±0.03mm	Cooling type:water cooling
Laser type:fiber laser	Positioning system::the red light	X-axis:1500mm Y-axis:3000mm Z-axis:150mm	Running Speed: 90m/min
Power supply:380V/50HZ /three phases	Laser wavelength:1070-1080nm	Max.cutting thickness of carbon steel:≦8mm	Running Temperature: 0°C-40°C
Laser source brand:Raycus	Woking size:3000mm×1500mm	Graphic format supported:Auto CAD/Coreldraw	Max Acceleration: 1.0G
Cuttng head: Germany Technical	Power consumption: <10KVA	Speed reducer: Japan Shimpo .Electrical control: Schneider Germany	

Stainless steel/Carbon steel/thickness/mm with speed m/min

Material / Speed / :kness	Stainless steel		Carbon steel		Aluminum		Copper	
	Speed	Gas	Speed	Gas	Speed	Gas	Speed	Gas
0.5mm	38.0~42.0	N2/Air	45.0-50.0	O2	28.0~30.0	N2	30.0~32.0	N2
1mm	18.0~20.0		22.0~25.0		14.0~16.5		15.0~16.0	
2mm	5.5~6.0		8.0~9.0		1.3~1.6		1.60~2.0	
3mm	2.2~2.5		4.0~4.5		-		0.6~0.8	
4mm	0.8~0.9		3.0~3.5		-			
5mm	-		2.1~2.3		-			
6mm	-		1.5~1.6		-			
8mm	-		1.1~1.3		-			
9mm	-		0.9~1.0		-			
10mm	-		0.8~0.9		-			
11mm	-		0.8~0.9		-			

PLANOS

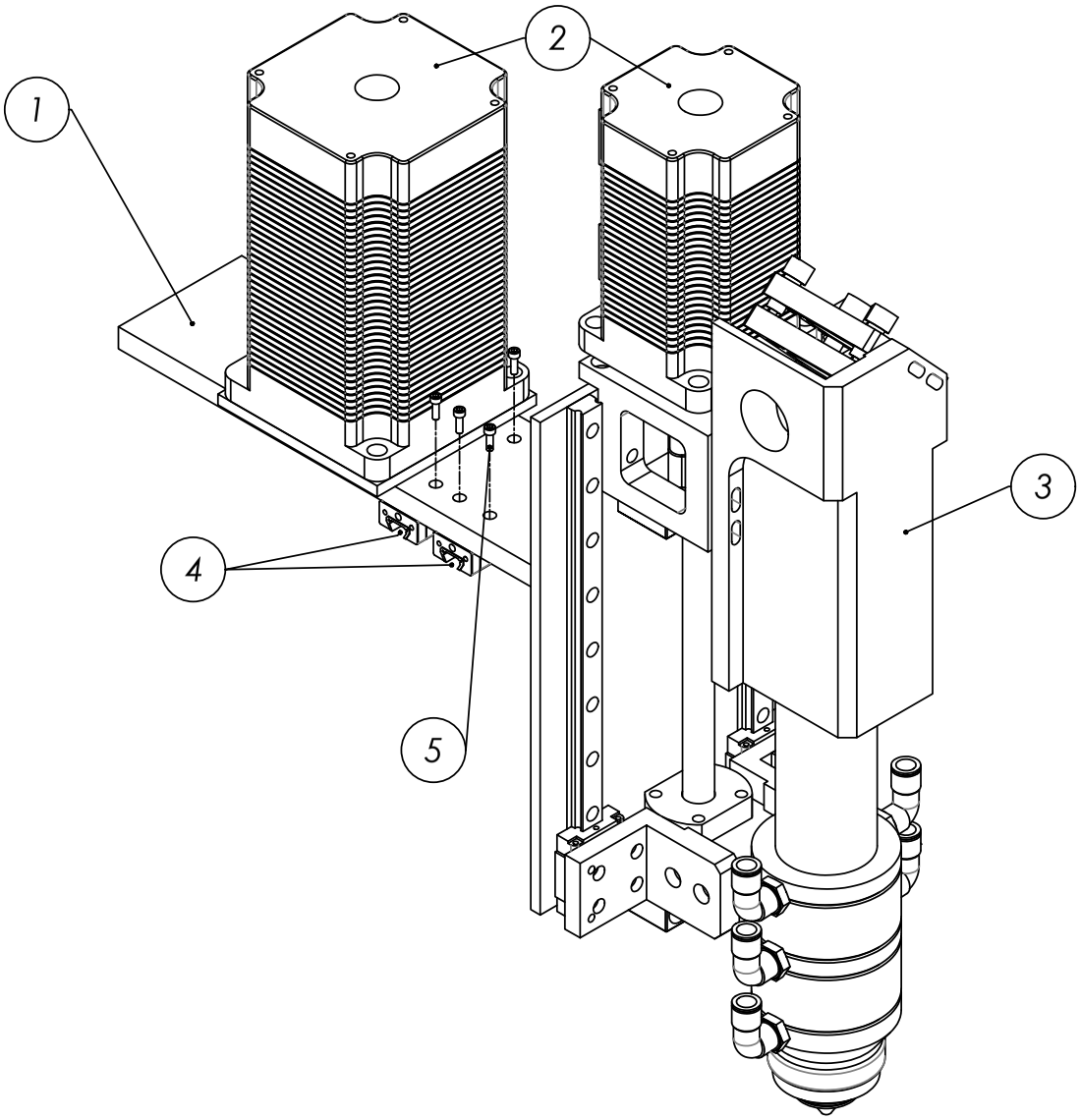




POS	CAN	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSV.
12	04	RIEL GUIA	---	Acero Inoxidable AISI 316	---
11	03	CREMALLERA	---	Acero Inoxidable AISI 316	---
10	08	BASE DE MESA	---	Acero Estructural A36	---
9	04	VIGA LATERAL	---	Acero Estructural A36	---
8	04	VIGA FRONTAL	---	Acero Estructural A36	---
7	02	LARGUERO	---	Acero Estructural A36	---
6	49	SOPORTE DE PIEZAS	---	Acero Estructural A36	---
5	01	PUENTE	---	Acero Estructural A36	---
4	01	BASE DE TRANSMISION DE CABLES	---	Acero Estructural A36	---
3	01	CABEZAL DE CORTE LASER	---	---	---
2	04	SERVOMOTOR	---	---	---
1	01	BASE DE CABEZAL DE CORTE	---	Acero Estructural A36	---

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	MESA DE CORTE	ESCALA 1:15
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA 03/02/2020	FORMATO A2
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01

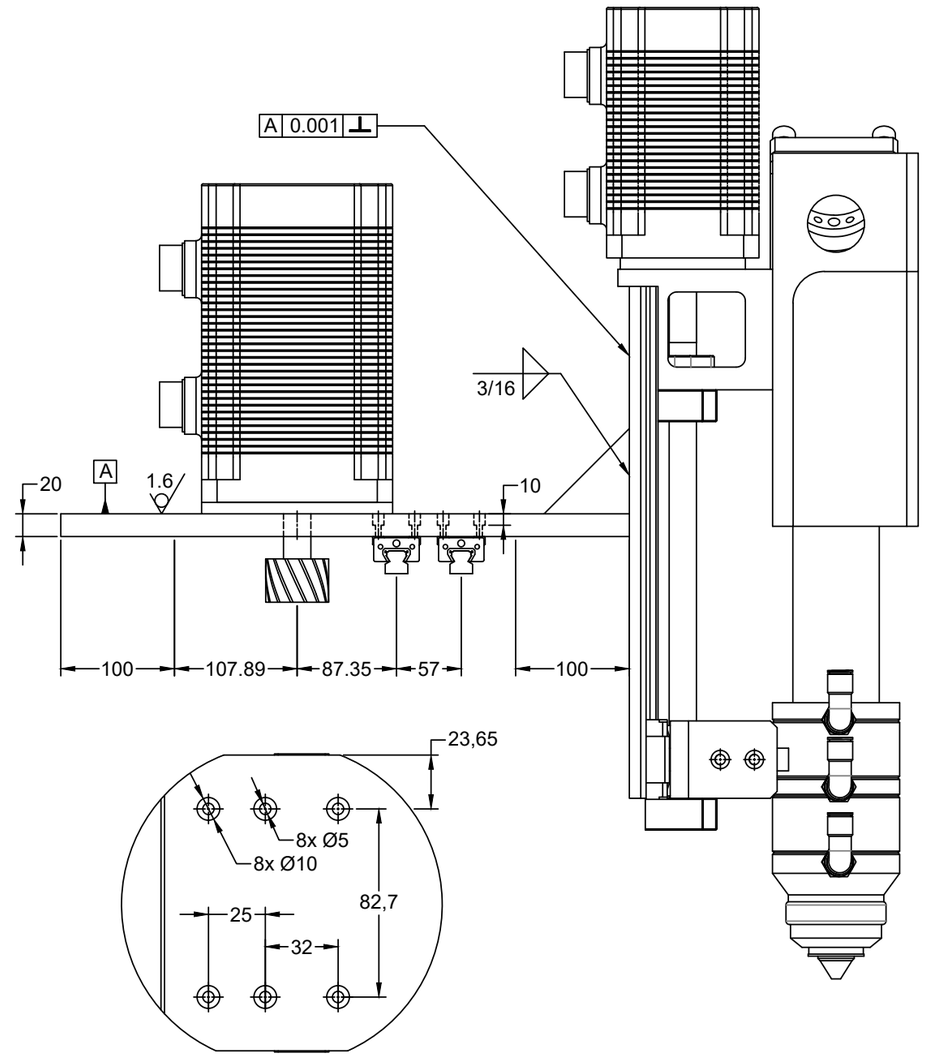


POS	CAN	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERVACIONES
5	08	TORNILLO CABEZA CILINDRICA	DIN 912	AC. INOX. AISI 316	M5 x 16
4	02	LM BLOQUE	---	---	---
3	01	CABEZAL DE CORTE LASER	---	---	---
2	02	SERVOMOTOR	---	---	SGMGV
1	01	BASE DE CABEZAL DE CORTE	---	AC. ESTRUCT. A36	---

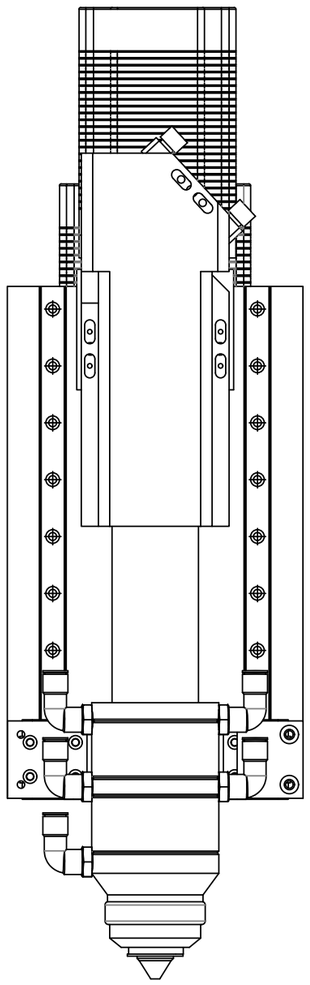
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

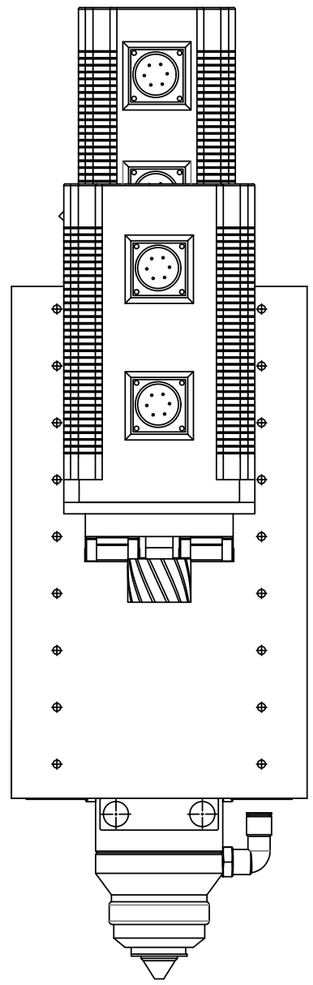
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

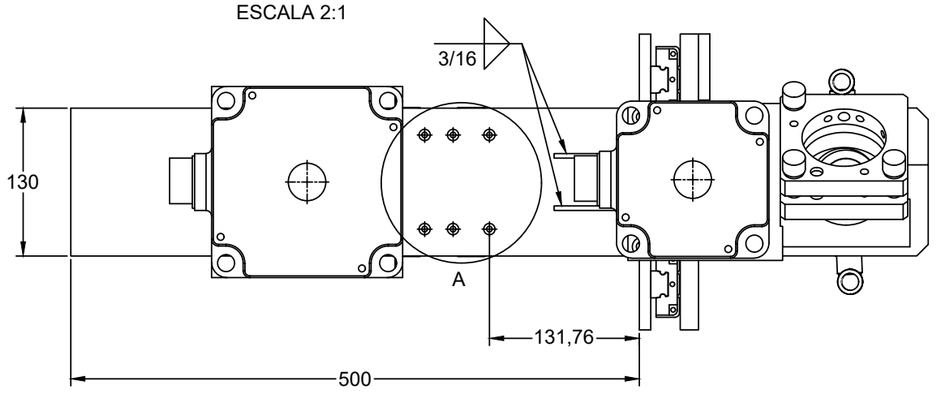
METODO DE PROYECCION	BASE DE CABEZAL DE CORTE	ESCALA 1:5
DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA: 03/02/2020	FORMATO: A4
REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION: 05/02/2020	HOJA: 01-01



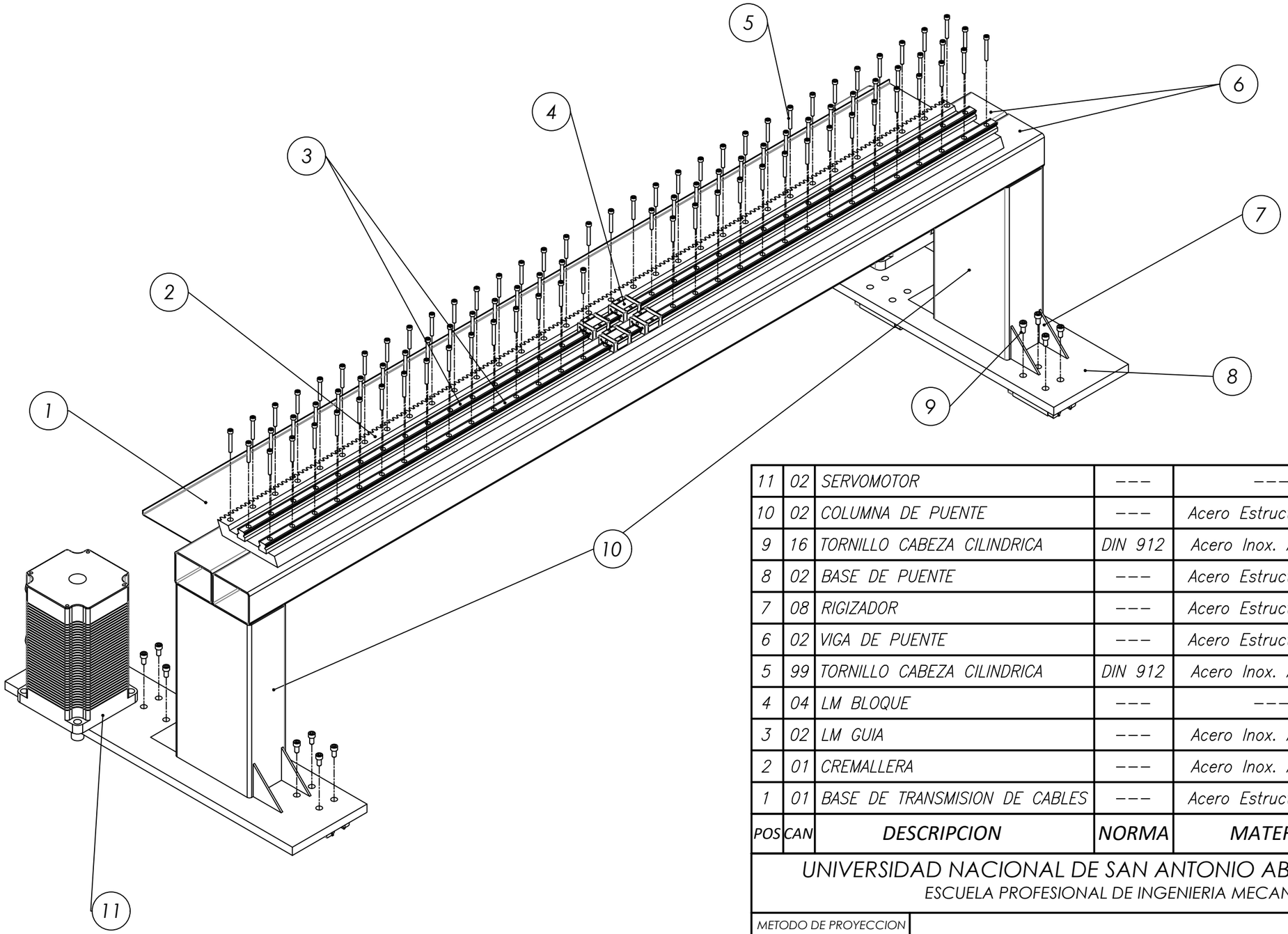
DETALLE A
ESCALA 2:1







UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
METODO DE PROYECCION	BASE DE CABEZAL DE CORTE	ESCALA 1:5
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA 03/02/2020	FORMATO A3
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-01-01



POS	CAN	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERV.
11	02	SERVOMOTOR	---	---	---
10	02	COLUMNA DE PUENTE	---	Acero Estructural A36	---
9	16	TORNILLO CABEZA CILINDRICA	DIN 912	Acero Inox. AISI 316	M8 x 18
8	02	BASE DE PUENTE	---	Acero Estructural A36	---
7	08	RIGIZADOR	---	Acero Estructural A36	---
6	02	VIGA DE PUENTE	---	Acero Estructural A36	---
5	99	TORNILLO CABEZA CILINDRICA	DIN 912	Acero Inox. AISI 316	M6 x 45
4	04	LM BLOQUE	---	---	SR 20V
3	02	LM GUIA	---	Acero Inox. AISI 316	---
2	01	CREMALLERA	---	Acero Inox. AISI 316	---
1	01	BASE DE TRANSMISION DE CABLES	---	Acero Estructural A36	---

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION

PUENTE

ESCALA 1:7.5

DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA

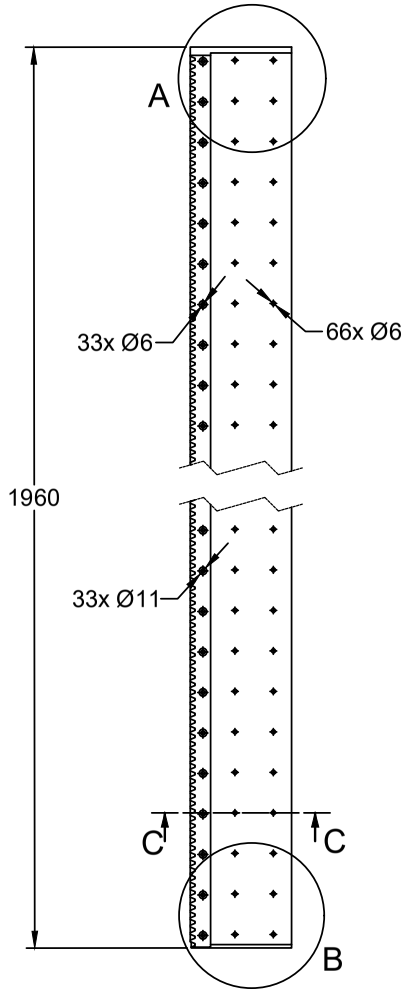
FECHA: 03/02/2020

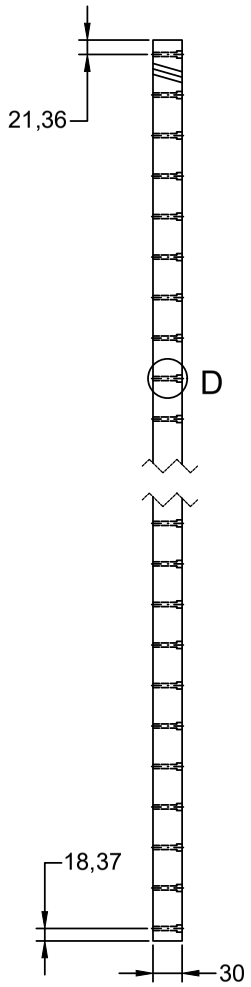
FORMATO: A3

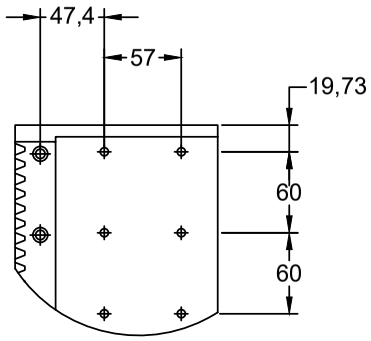
REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA

FECHA REVISION: 05/02/2020

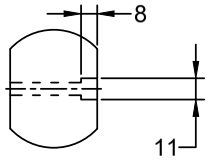
HOJA: 01-02



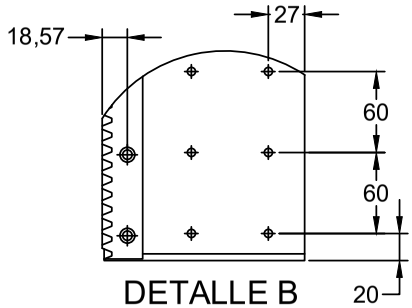




DETALLE A
ESCALA 2:1

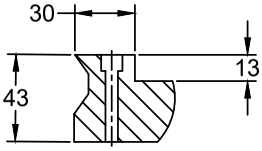


DETALLE D
ESCALA 3:1



DETALLE B
ESCALA 2:1

SECCION C-C



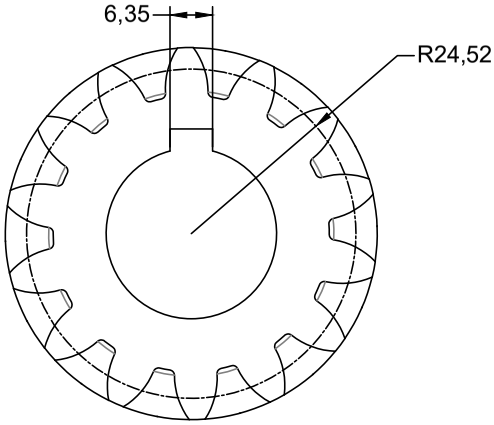
DETALLE E
ESCALA 3:1

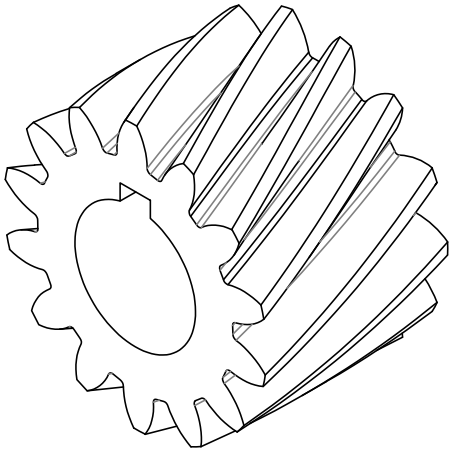
DATOS DE LA CREMALLERA	
PASO NORMAL	$P_n = 8$
NUMERO DE DIENTES	$Z_c = 176$
ANGULO DE HELICE	$\varphi = 25°$
SENTIDO DE HELICE	DERECHA
ANGULO DE PRESION NORMAL	$\phi_n = 20°$

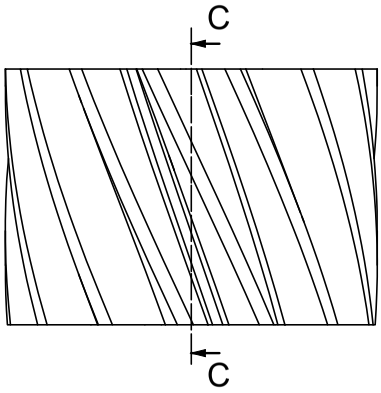
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

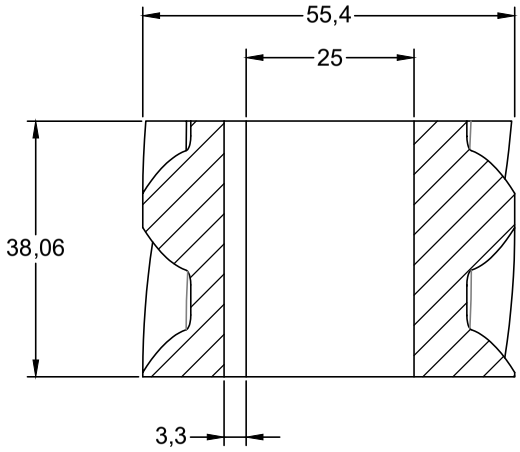
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	CREMALLERA DE PUENTE	ESCALA 1:10
DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA: 03/02/2020	FORMATO: A4
REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION: 05/02/2020	HOJA: 01-02-01









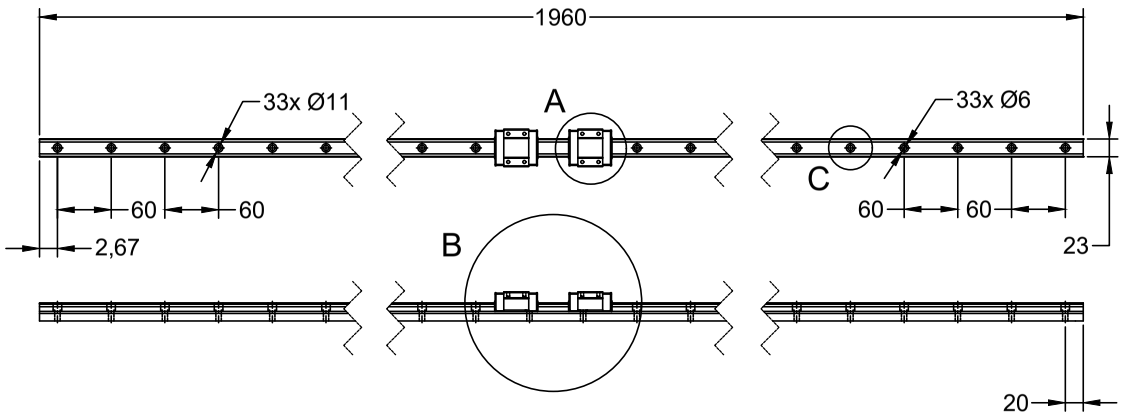
SECCION C - C

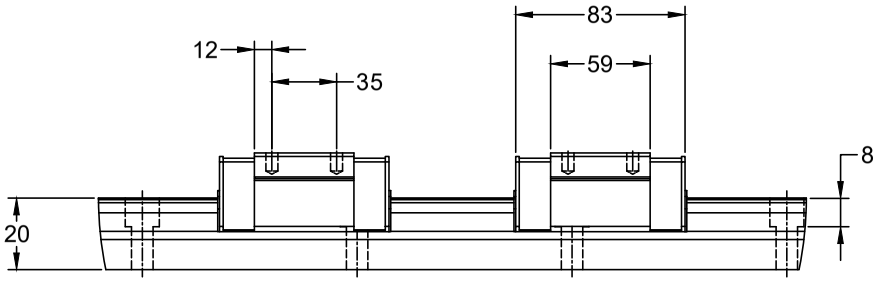
DATOS DE RUEDA	
PASO NORMAL	$P_n = 8$
NUMERO DE DIENTES	$Z_P = 14$
ANGULO DE HELICE	$\varphi = 25°$
SENTIDO DE HELICE	DERECHA
ANGULO DE PRESION NORMAL	$\phi_n = 20°$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

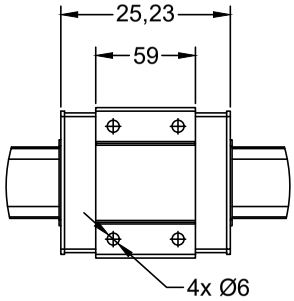
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	ENGRANAJE HELICOIDAL		ESCALA 1:10
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA 03/02/2020	FORMATO A4
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-02-02

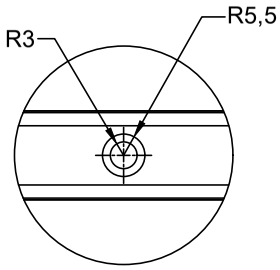




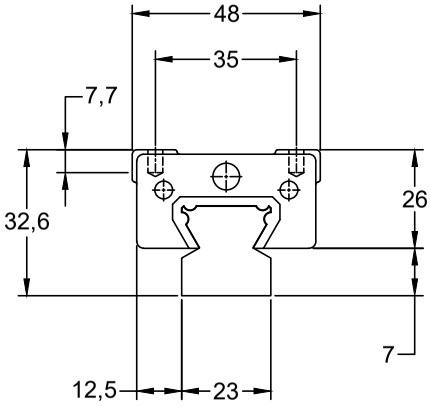
ESCALA 4:1
DETALLE B



DETALLE A
ESCALA 4:1



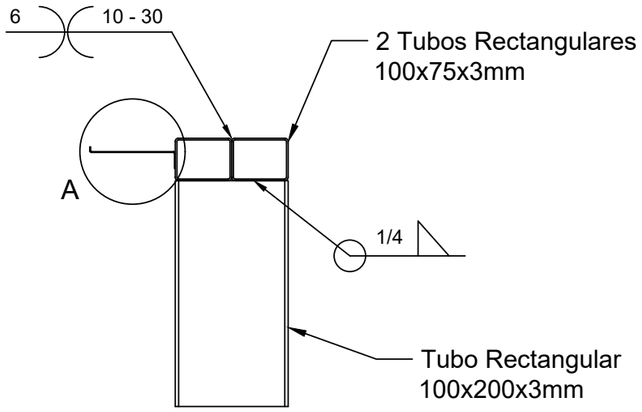
DETALLE C
ESCALA 4:1

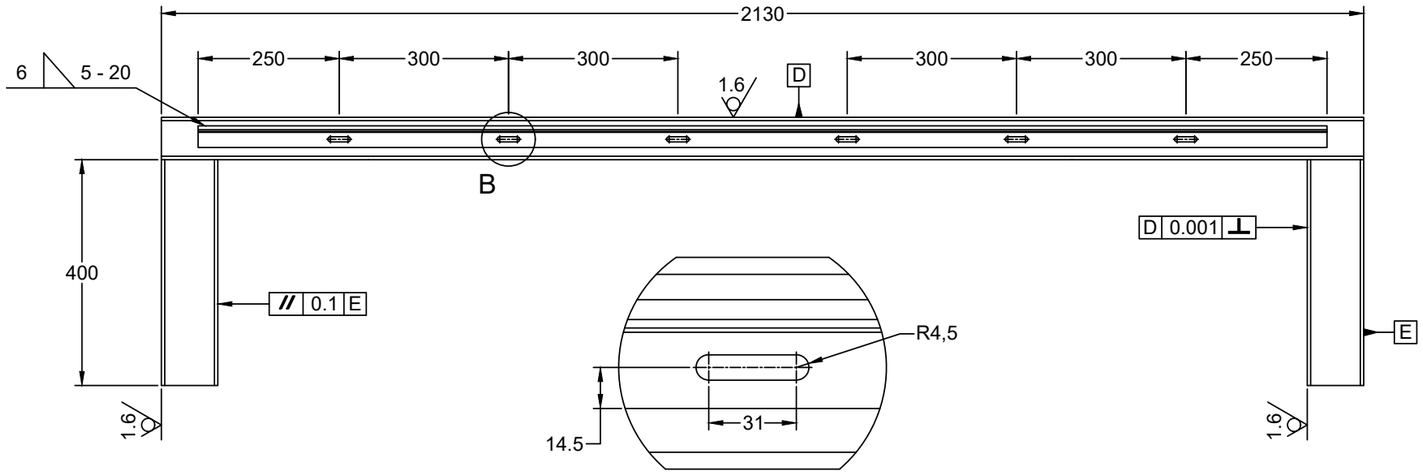


ESCALA 5:1

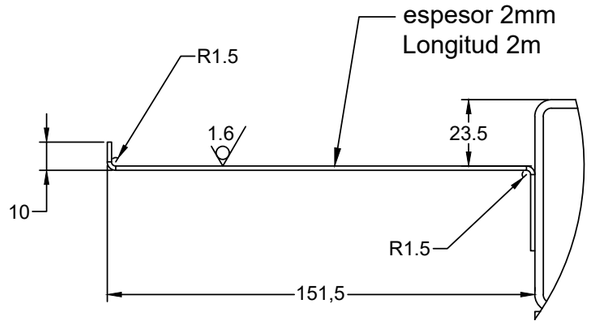
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	LM GUIA Y LM BLOQUE DE PUENTE		ESCALA 1:7.5
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA 03/02/2020	FORMATO A4
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-02-03

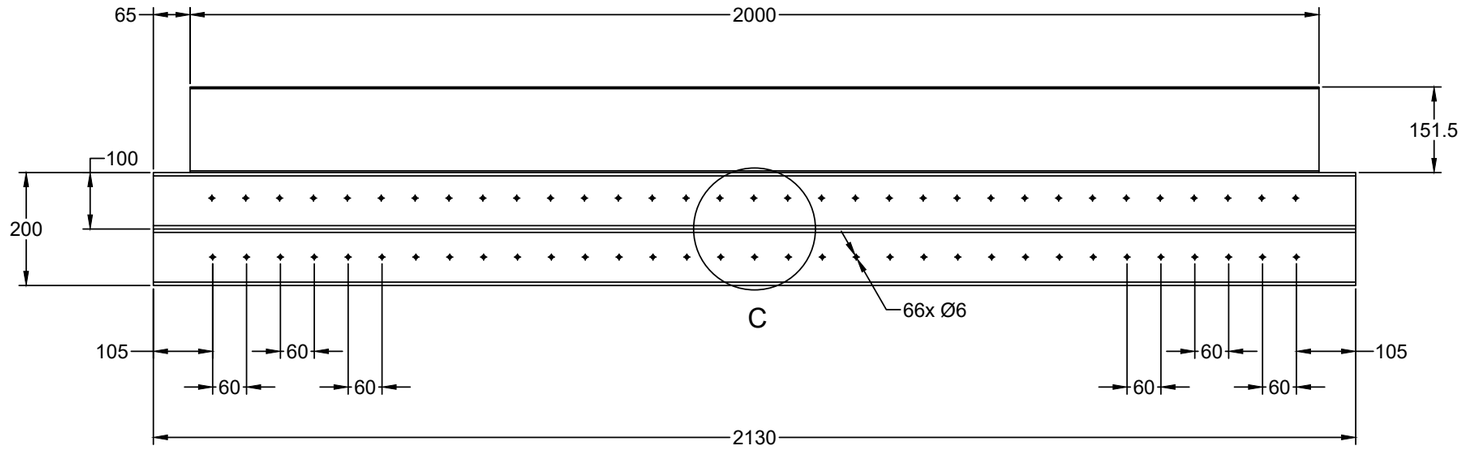


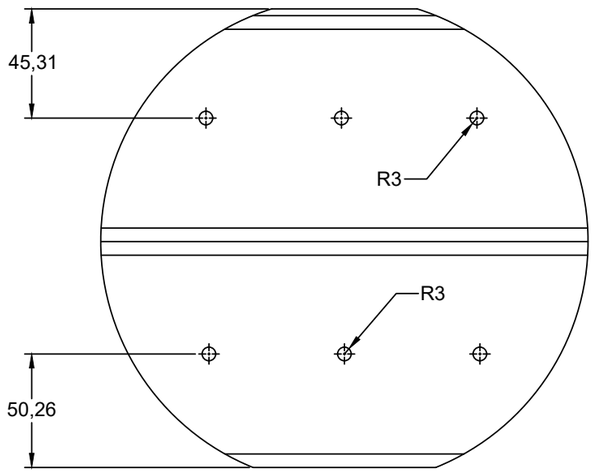


DETALLE B
ESCALA 5:1



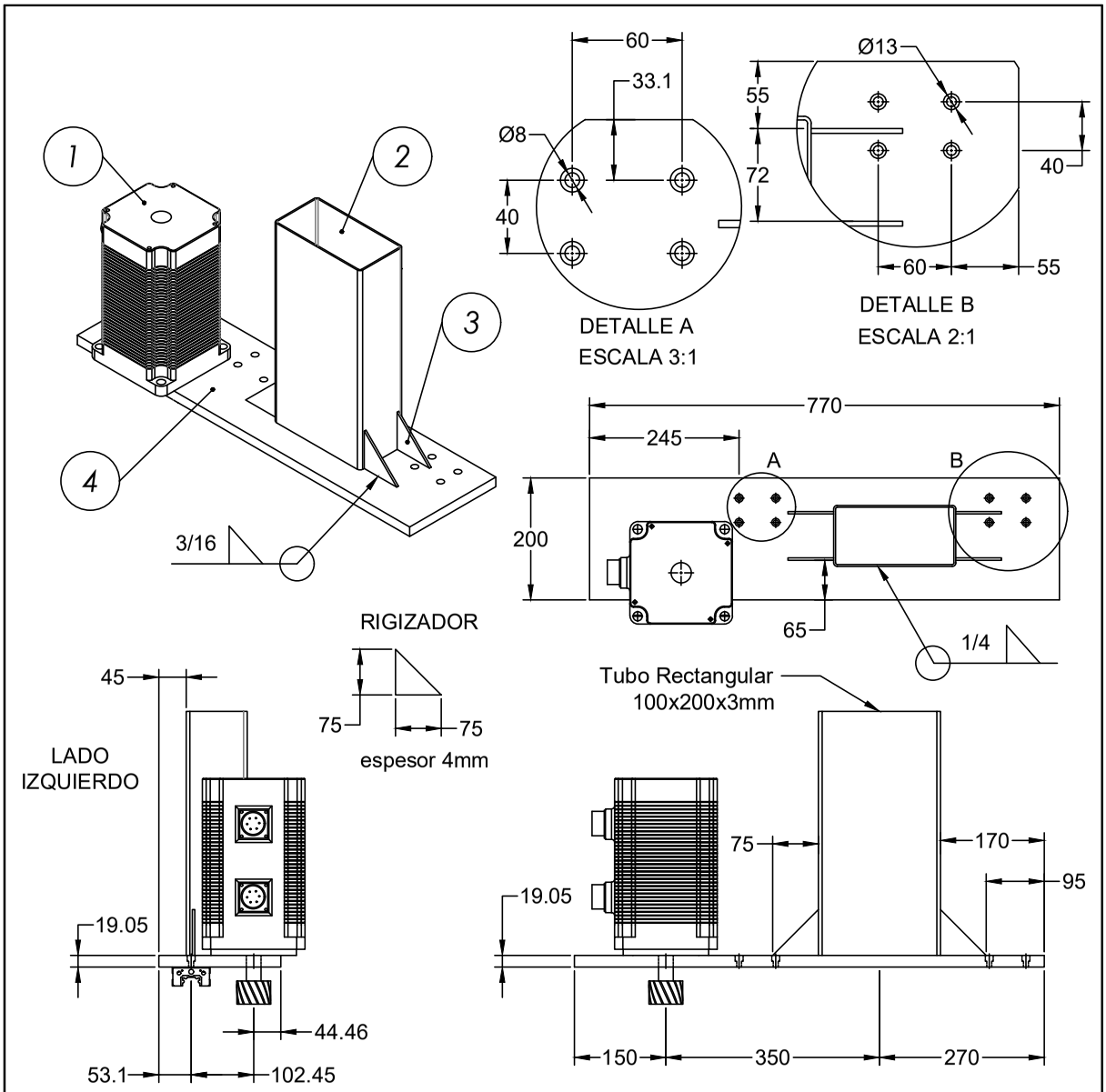
DETALLE A
ESCALA 5:1





DETALLE C
ESCALA 4:1

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA		
METODO DE PROYECCION	ELEMENTOS DEL PUENTE	ESCALA 1:10
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA 03/02/2020	FORMATO A3
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-02-04

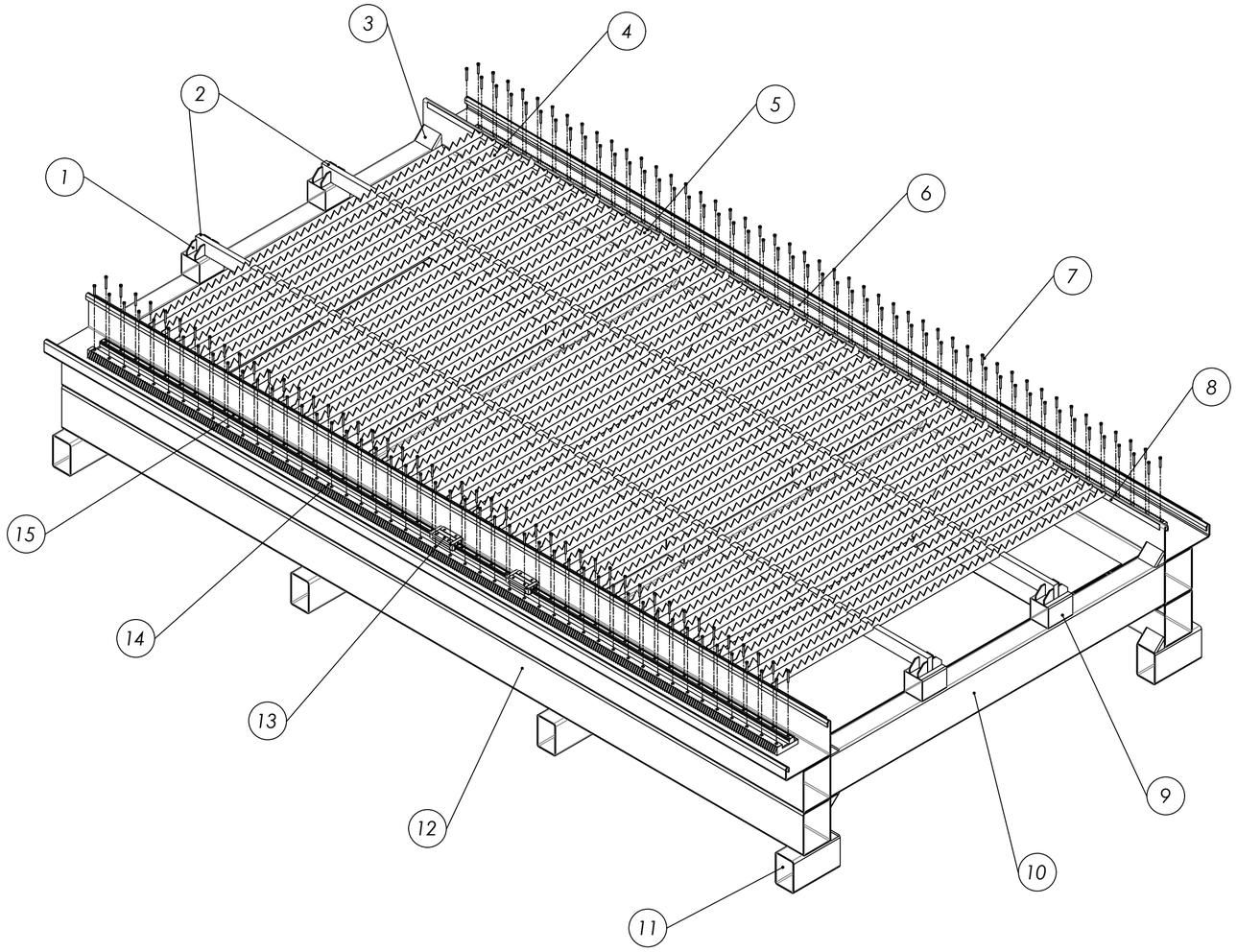


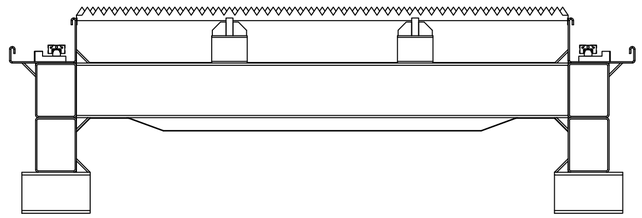
POS	CAN	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERVACIONES
4	01	BASE DE PUENTE	---	AC. ESTRUCT. A36	---
3	04	RIGIZADOR	---	AC. ESTRUCT. A36	---
2	01	COLUMNA DE PUENTE	---	AC. ESTRUCT. A36	---
1	01	SERVOMOTOR	---	---	SGM GV

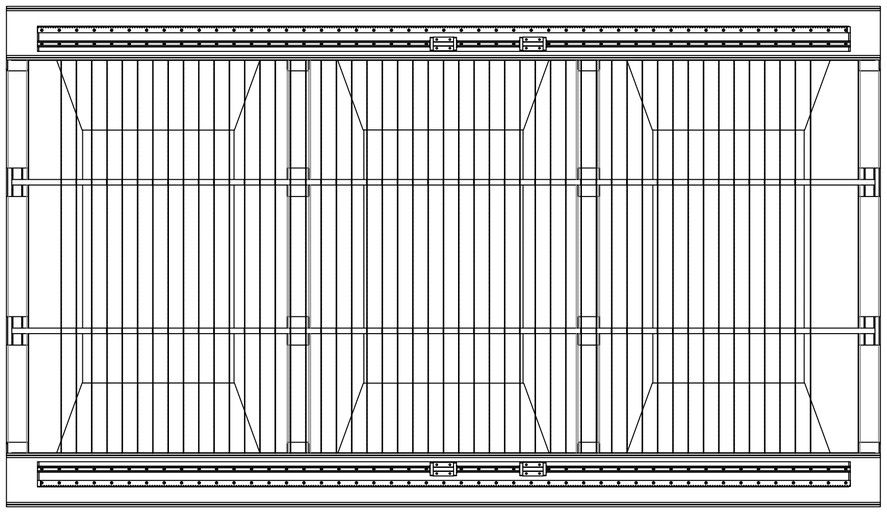
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	BASE DE PUENTE	ESCALA 1:10
DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA	FECHA: 03/02/2020	FORMATO: A4
REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA	FECHA REVISION: 05/02/2020	HOJA: 01-02-05







Escala 1:1.25

POS	CAN	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERV.
15	02	LM GUIA	---	Acero Inox. AISI 316	---
14	02	CREMALLERA	---	Acero Inox. AISI 316	---
13	02	LM BLOQUE	---	---	NR 30LR
12	08	VIGA LATERAL	---	Acero Estructural A36	---
11	02	BASE DE VIGA LATERAL	---	Acero Estructural A36	---
10	04	VIGA FRONTAL	---	Acero Estructural A36	---
9	08	BASE DE LARGUERO	---	Acero Estructural A36	---
8	02	APOYO DE PERFIL LATERAL	---	Acero Estructural A36	---
7	188	TORNILLO CABEZA CILINDRICA	DIN 912	Acero Inox. AISI 316	M7 x 35
6	02	PERFIL LATERAL	---	Acero Estructural A36	---
5	09	SOPORTE DE PIEZAS 2	---	Acero Estructural A36	---
4	40	SOPORTE DE PIEZAS 1	---	Acero Estructural A36	---
3	36	RIGIZADOR DE VIGAS	---	Acero Estructural A36	---
2	02	LARGUERO	---	Acero Estructural A36	---
1	16	RIGIZADOR DE LARGUERO	---	Acero Estructural A36	---

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

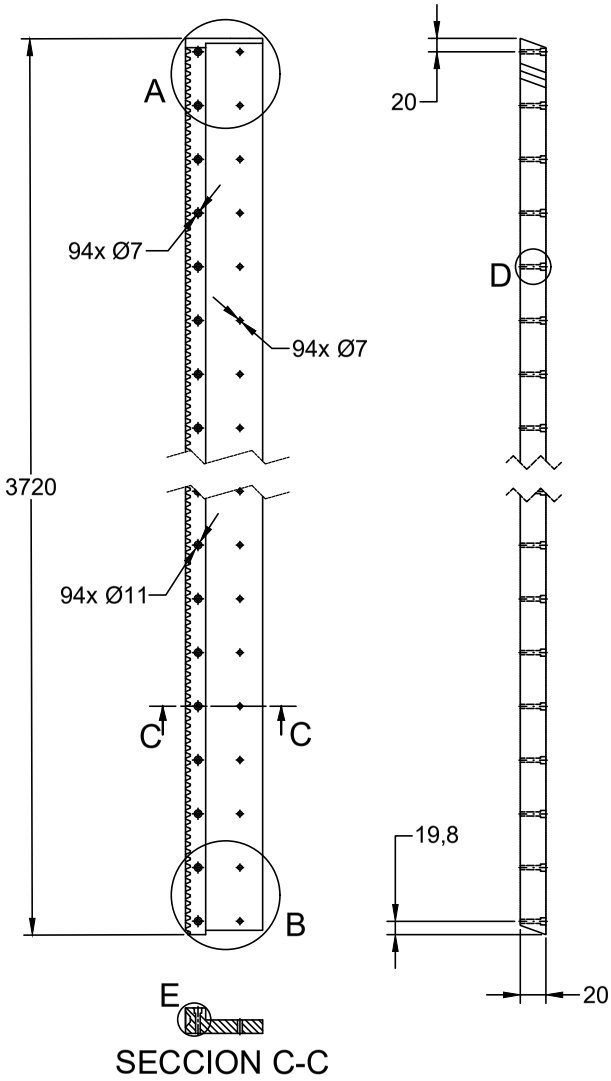
METODO DE PROYECCION

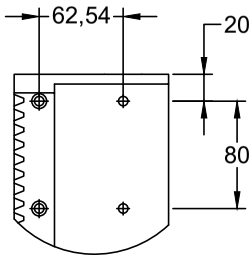
TABLERO DE MESA DE CORTE
POS.: 6

ESCALA 1:15

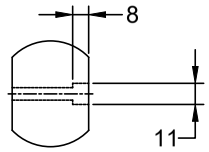
DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA
FECHA: 03/02/2020
FORMATO: A2

REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA
FECHA REVISION: 05/02/2020
HOJA: 01-03

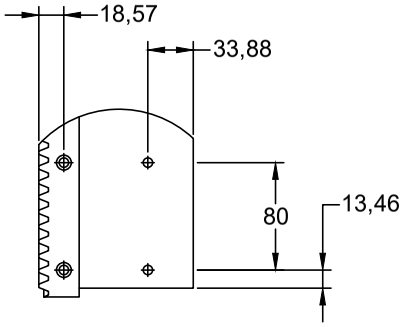




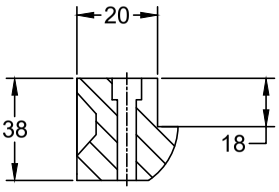
DETALLE B
ESCALA 2:1



DETALLE D
ESCALA 3:1



DETALLE B
ESCALA 2:1



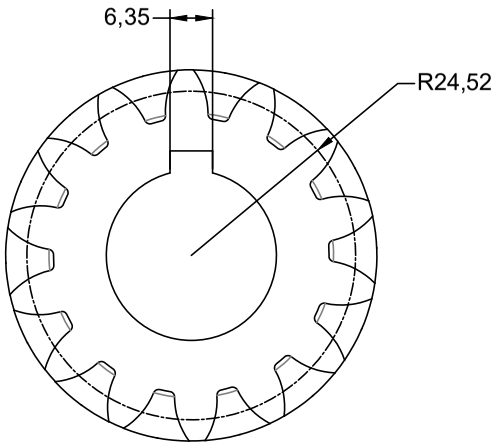
DETALLE E
ESCALA 3:1

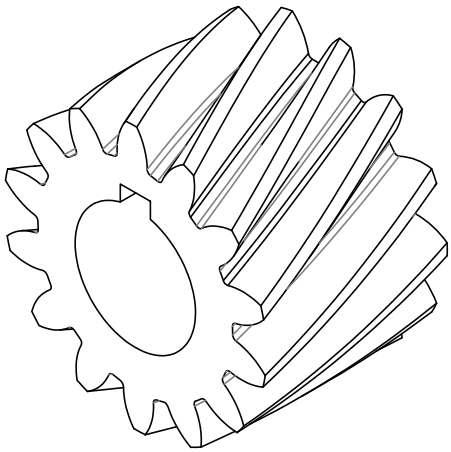
DATOS DE LA CREMALLERA	
PASO NORMAL	$P_n = 8$
NUMERO DE DIENTES	$Z_c = 337$
ANGULO DE HELICE	$\varphi = 25°$
SENTIDO DE HELICE	DERECHA
ANGULO DE PRESION NORMAL	$\phi_n = 20°$

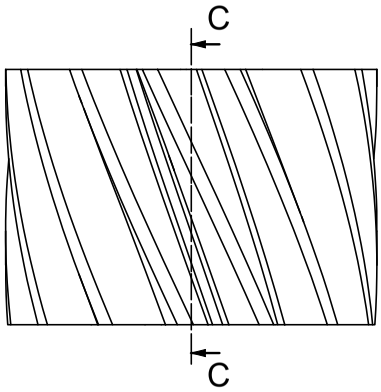
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

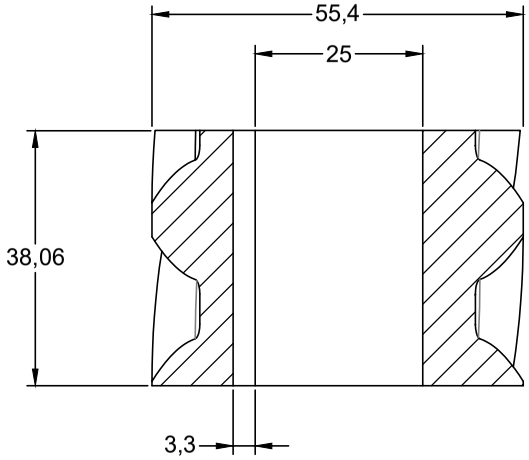
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	CREMALLERA		ESCALA 1:10
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA 03/02/2020	FORMATO A4
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-03-01









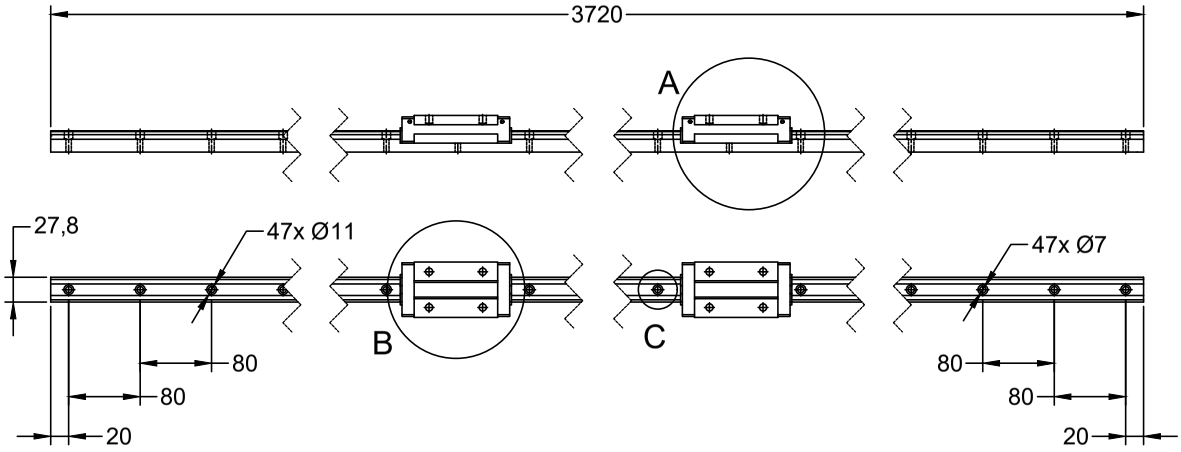
SECCION C - C

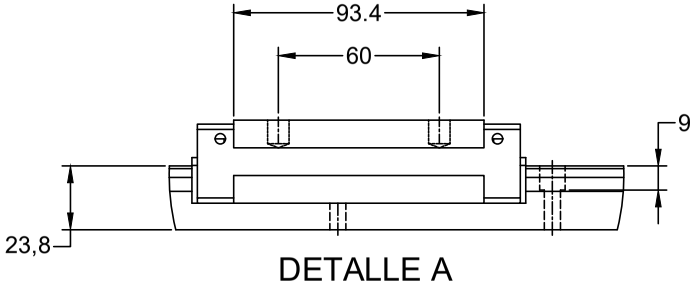
DATOS DE RUEDA	
PASO NORMAL	$P_n = 8$
NUMERO DE DIENTES	$Z_P = 14$
ANGULO DE HELICE	$\Psi = 25°$
SENTIDO DE HELICE	DERECHA
ANGULO DE PRESION NORMAL	$\phi_n = 20°$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

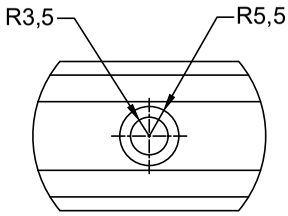
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	ENGRANAJE HELICOIDAL		ESCALA 1:10
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA 03/02/2020	FORMATO A4
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-03-02

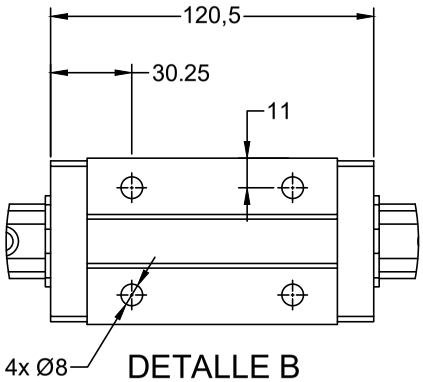




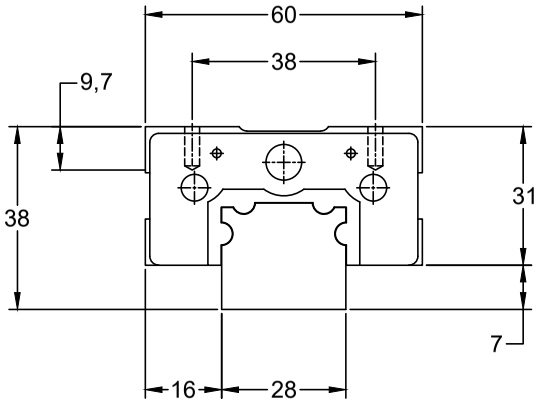
DETALLE A
ESCALA 3:1



DETALLE C
ESCALA 6:1



DETALLE B
ESCALA 3:1

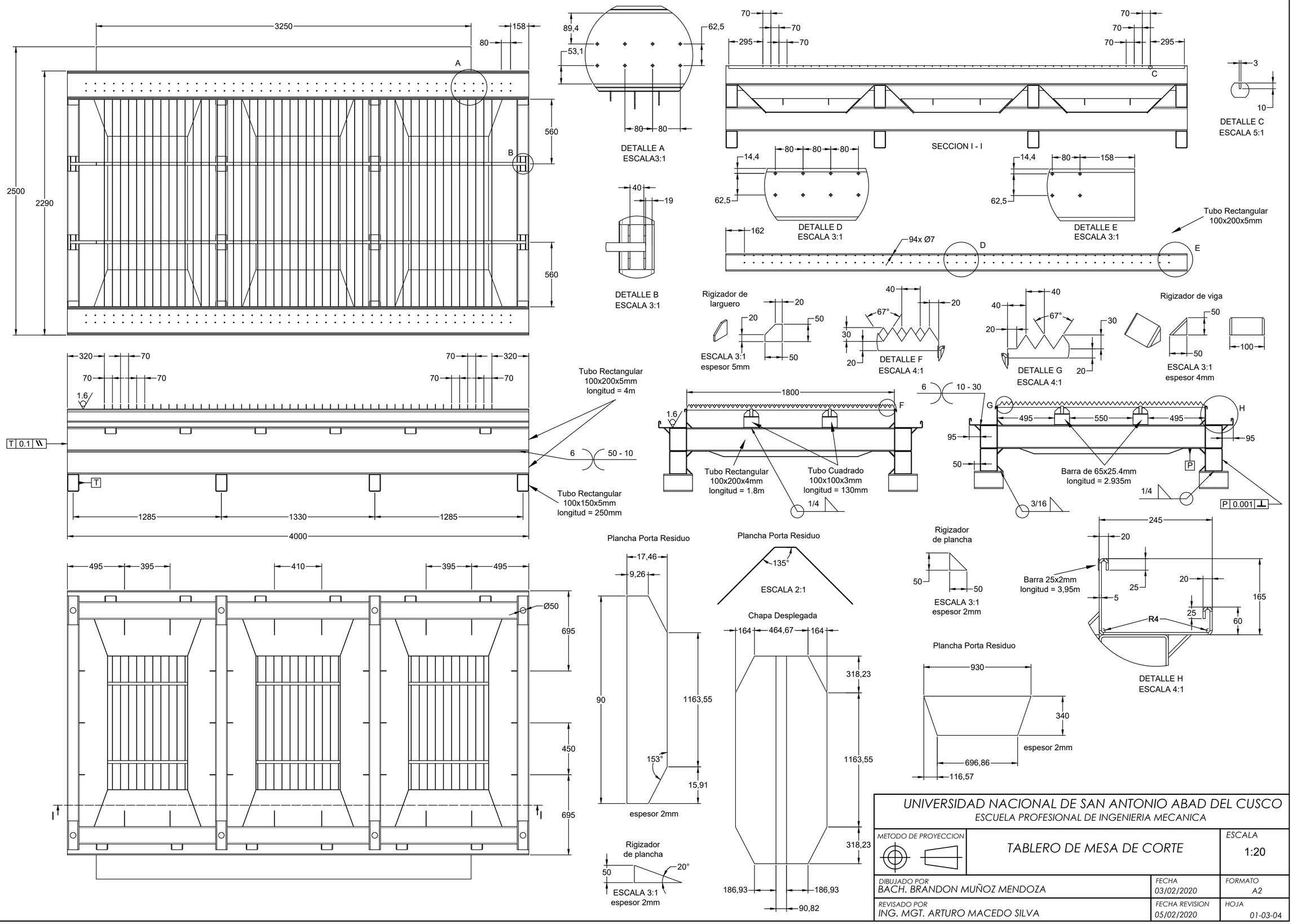


ESCALA 5:1

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	LM GUIA Y LM BLOQUE DE VIGA		ESCALA 1:7.5
DIBUJADO POR BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA 03/02/2020	FORMATO A4
REVISADO POR ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION 05/02/2020	HOJA 01-03-03



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA

METODO DE PROYECCION	TABLERO DE MESA DE CORTE		ESCALA 1:20
DIBUJADO POR: BACH. BRANDON MUÑOZ MENDOZA		FECHA: 03/02/2020	FORMATO: A2
REVISADO POR: ING. MGT. ARTURO MACEDO SILVA		FECHA REVISION: 05/02/2020	HOJA: 01-03-04