

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS, FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



TESIS

**TEORÍA DE GRAFOS Y EL ALGORÍTMO DE
DIJKSTRA EN LA RED VIAL DE LA PROVINCIA
CUSCO, 2024**

TESIS PRESENTADO POR:

Br. HILARION CHIRME CABALLERO

PARA OPTAR AL TÍTULO

**PROFESIONAL DE LICENCIADO EN
MATEMÁTICA**

ASESOR:

Dr. TONY GODOFREDO TICONA FLORES

CODIGO ORCID: 0000 0003 0652 3788

CUSCO – PERÚ

2026



Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

INFORME DE SIMILITUD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-321-2025-UNSAAC)

El que suscribe, el Asesor TONY GODOFREDO TICONA FLORES
..... quien aplica el software de detección de similitud al
trabajo de investigación/tesis titulada: TEORÍA DE GRAFOS Y
EL ALGORITMO DE DIKSTRA EN LA RED VIAL
DE LA PROVINCIA CUSCO, 2024

Presentado por: HILARION CHIRME CABALLERO DNI N° 42171622 ;
presentado por: DNI N°:
Para optar el título Profesional/Grado Académico de LICENCIADO EN
MATEMÁTICA

Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 03 veces, mediante el
Software de Similitud, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso del Sistema Detección de**
Similitud en la UNSAAC y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 9 %.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No sobrepasa el porcentaje aceptado de similitud.	X
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las subsanaciones.	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, conforme al reglamento, quien a su vez eleva el informe al Vicerrectorado de Investigación para que tome las acciones correspondientes; Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de Asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto
las primeras páginas del reporte del Sistema de Detección de Similitud.

Cusco, 05 de JUNIO de 2026.....


Firma

Post firma TONY GODOFREDO TICONA FLORES

Nro. de DNI 40840949

ORCID del Asesor 0000 0003 0652 3788

Se adjunta:

- Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
- Enlace del Reporte Generado por el Sistema de Detección de Similitud: oid: 27259:597625028

Br HILARION CHIRME CABALLERO

TEORÍA DE GRAFOS Y EL ALGORÍTMO DE DIJKSTRA EN LA RED VIAL DE LA PROVINCIA CUSCO, 2024

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:597625028

Fecha de entrega

5 jun 2026, 9:16 a.m. GMT-5

Fecha de descarga

5 jun 2026, 9:42 a.m. GMT-5

Nombre del archivo

TESIS PREGRADO.docx

Tamaño del archivo

9.5 MB

93 páginas

19.226 palabras

96.787 caracteres

9% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Coincidencias menores (menos de 12 palabras)

Fuentes principales

- 7%  Fuentes de Internet
- 2%  Publicaciones
- 5%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Texto oculto**
3 caracteres sospechosos en N.º de páginas
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Dedicatoria

En primer lugar, agradezco a Papá Dios por regalarme la vida, la salud, la sabiduría, la paciencia, el amor y la esperanza que me han acompañado en este camino. Con profundo aprecio y afecto, dedico este trabajo a toda mi familia: a mi querido padre Julio Macario Chirme Mamani, a mi apreciada madre Gualberta Caballero Ccahuata, a mis hermanas, sobrinos y sobrinas. De manera muy especial, a mi esposa Yobana Cruz Quispe, por su amor incondicional y apoyo constante, y a nuestro amado hijo Heytam Abad, fruto de nuestro amor, quien ha sido mi mayor inspiración. A todos ellos, gracias por estar siempre presentes, por escucharme con paciencia hablar de teoría de grafos y algoritmos más de lo necesario, y por acompañarme en cada paso de este proceso.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, expreso mi más profundo agradecimiento por ser el espacio que me permitió crecer académica y profesionalmente. A los Docentes del Departamento Académico de Matemática y Estadística, mi sincero reconocimiento por sus sabias recomendaciones y constante orientación. De manera especial, al Dr. Epifanio Puma Huañec y al Dr. Tony Godofredo Ticona Flores, por su apoyo incondicional y valiosa guía durante la culminación de este proceso. Asimismo, extendo mi gratitud a la familia de la Oficina Diocesana de Educación Católica del Cusco, por su acogida y respaldo en el momento preciso, gesto que fortaleció mi compromiso y esperanza.

Introducción

La movilidad eficiente y fluida en la provincia de Cusco presenta un desafío significativo debido a su compleja geografía, su dispersa estructura urbana y la limitada optimización de rutas. El problema radica en la dificultad de planificar y gestionar rutas eficientemente. Esto genera largos tiempos de viaje, altos costos y dificultades para garantizar el acceso a diferentes zonas, especialmente en el contexto de la movilidad urbana y el transporte de recursos.

La teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra ofrecen soluciones matemáticas y computacionales para modelar redes viales y determinar las rutas más cortas u óptimas entre diferentes puntos. La aplicación de estos enfoques mejoraría la planificación del tráfico, reduciría costos y tiempos de viaje, y optimizaría el uso de los recursos de la red de carreteras regional.

La idea general de esta investigación es analizar y optimizar las rutas de tráfico en la provincia de Cusco utilizando el algoritmo de Dijkstra mediante el software Grafos, en la que la red vial de la provincia del Cusco es representada como un grafo ponderado. Además, busca demostrar cómo el modelado de grafos puede contribuir a una gestión más eficiente y sostenible de la circulación vial en la ciudad del Cusco.

El fundamento de esta investigación es implementar herramientas tecnológicas y matemáticas que permitan una mejor planificación de rutas con el propósito de perfeccionar la eficacia del servicio, reducir los costos asociados y aumentar la accesibilidad en toda la provincia.

La metodología se apoya en la recopilación de datos geográficos y de infraestructura vial, la modelación de la red como un grafo y la aplicación del algoritmo de Dijkstra para localizar rutas óptimas.

Todo esto con el objetivo de brindar resultados que alcancen y sean útiles para elegir opciones acertadas con base en información sólida en la planificación de las rutas en el transporte de la ciudad del Cusco.

Resumen

La investigación es de tipo aplicado y nivel descriptivo explicativo con enfoque analítico. Determina la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco utilizando la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra con el software Grafos. Se modeló la red vial como un grafo dirigido y ponderado con 51 nodos y 83 aristas que conectan los ocho distritos de la provincia. Los pesos de las aristas representan distancias reales en kilómetros, obtenidas con Google Earth, mientras que los datos de flujo vehicular se recolectaron mediante observación directa en campo. Se calcularon índices de conectividad ($\beta = 1.63$, $\gamma = 0.07$, $\alpha = 0.32$) y accesibilidad (Shimbel, Koning, Omega), identificando al nodo 31 (Av. del Ejército con Alameda Pachacútec) como el más accesible y a los nodos 1 (Poroy), 48 (San Jerónimo) y 51 (Saylla) como los menos accesibles. Implementado el algoritmo de Dijkstra, se determinó que la ruta óptima entre la Plaza del distrito de Saylla (nodo 51) y la Plaza del distrito de Poroy (nodo 1) tiene una distancia de 27.83 km, con una secuencia de 22 nodos. El tiempo de procesamiento del software Grafos fue casi instantáneo, demostrando eficiencia. Los resultados confirman que estas herramientas matemáticas son efectivas para optimizar rutas de transporte urbano, con aplicaciones prácticas en la reducción de tiempos de viaje, consumo de combustible y emisiones contaminantes. Además, los índices calculados ofrecen información técnica útil para planificar la movilidad urbana sostenible en la provincia del Cusco.

Palabras claves: Red vial, Optimización de rutas, Nodos, Aristas, Distancia mínima.

Abstract

The research is applied and descriptive-explanatory with an analytical approach. It determines the shortest route in the road network of the province of Cusco using graph theory and Dijkstra's algorithm implemented in Grafos software. The road network was modeled as a directed, weighted graph consisting of 51 nodes and 83 edges connecting the eight districts of the province. Edge weights represent real distances in kilometers, obtained using Google Earth, while vehicular flow data were collected through direct field observation. Connectivity indices ($\beta=1.63$, $\gamma=0.07$, $\alpha=0.32$) and accessibility indices (Shimbel, Koning, Omega) were calculated, identifying node 31 (Av. del Ejercito con Alameda Pachacúteq) as the most accessible, and nodes 1 (Poroy), 48 (San Jerónimo), and 51 (Saylla) as the least accessible. After implementing Dijkstra's algorithm, the optimal route between the Plaza of Saylla district (node 51) and the Plaza of Poroy district (node 1) was found to have a distance of 27.83 km, with a sequence of 22 nodes. The processing time of Grafos software was nearly instantaneous, demonstrating efficiency. The results confirm that these mathematical tools are effective for optimizing urban transport routes, with practical applications in reducing travel time, fuel consumption, and polluting emissions. Furthermore, the calculated indices offer useful technical information for planning sustainable urban mobility in the province of Cusco.

Keywords: Road network, Route optimization, Nodes, Edges, Shortest path.

Contenido

Dedicatoria.....	II
Agradecimientos	III
Introducción.....	IV
Resumen.....	V
Abstract.....	VI
Contenido.....	VII
Lista de tablas	IX
Lista de figuras.....	X
Capítulo 1: Planteamiento del Problema.....	1
1.1. Situación problemática.....	1
1.2. Formulación del problema.....	4
1.2.1. Problema General	4
1.2.2. Problemas Especifico.....	4
1.3. Objetivos de la Investigación.....	4
1.3.1. Objetivo General	4
1.3.2. Objetivos específicos	5
1.4. Justificación de la investigación	5
1.5. Limitaciones	6
Capítulo 2: Marco teórico	7
2.1. Antecedentes de la investigación.....	7
2.1.1. Antecedentes internacionales	7
2.1.2. Antecedentes nacionales	9
2.1.3. Antecedentes locales	10
2.2. Teoría de grafos.....	10
2.2.1. Definiciones fundamentales	10
2.2.2. Tipos de grafos	15
2.2.3. Matriz de adyacencia	20
2.3. Teoría de redes.....	22
2.3.1. Teoría de redes y SIG	23
2.4. Algoritmos	23
2.4.1. Clasificación de los algoritmos	24
2.4.1. Particularidades de los algoritmos.....	25
2.4.2. Representación de algoritmos.....	25
2.4.3. Algoritmo de Dijkstra	26
2.4.4. Orden del algoritmo de Dijkstra.....	28
2.4.5. Corrección del algoritmo de Dijkstra.....	29
2.5. Medidas correspondientes a redes viales	33
2.5.1. Medidas de conectividad.....	33
2.5.2. Medidas de accesibilidad	34
2.5.3. Medida de centralidad	36
2.6. Software grafos	37

Capítulo 3: Metodología	38
3.1. Localización y ubicación.....	38
3.2. Nivel de investigación.....	39
3.3. Tipo de investigación.....	39
3.4. Técnica de investigación	39
3.5. Métodos de investigación.....	39
3.6. Recursos tecnológicos	40
3.7. Instrumentos de Investigación.....	40
3.8. Validación de Instrumentos	40
3.9. Población de estudio	41
3.10. Muestra de estudio.....	42
3.10.1. Tipo y tamaño de muestra.....	42
3.10.2. Criterios de selección	42
3.10.3. Justificación de la muestra	42
3.11. Delimitación del área de estudio	43
3.11.1. Red vial del centro de la ciudad del Cusco	44
3.11.2. Simbolización del área de estudio.....	46
Capítulo 4: Resultados y Discusión.....	48
4.1. Teoría de grafos en la red vial de la provincia del Cusco	48
4.1.1. Nodos o vértices.....	48
4.1.2. Arcos o aristas	50
4.1.3. Matriz de adyacencia	56
4.2. Características de la red vial de la provincia del Cusco	56
4.2.1. Medidas de conectividad.....	56
4.2.2. Matriz de accesibilidad topológica.....	58
4.2.3. Tabla de índices de accesibilidad.....	59
4.3. Aplicación del algoritmo de Dijkstra en la red vial de Cusco	62
4.3.1. Modelo matemático del algoritmo de Dijkstra.....	62
4.3.2. Algoritmo de Dijkstra en la red vial de la provincia del Cusco	63
4.3.3. Creación del grafo con el software Grafos	66
4.3.4. Resultados obtenidos con el software Grafos	67
4.3.5. Justificación de los resultados.....	69
4.4. Discusión.....	69
Conclusiones.....	71
Recomendaciones	73
Bibliografía	76
Anexos	79
Anexo 1: Matriz de Consistencia	79
Anexo 2: Ficha de recojo de información	80
Anexo 3: Flujo vehicular de una calle	81
Anexo 4: Camino mínimo - algoritmo de Dijkstra.....	82
Anexo 5: plataforma del software Grafos	83

Lista de tablas

Tabla 1 <i>Extensión territorial del Cusco</i>	41
Tabla 2 <i>Nodos considerados para el estudio</i>	48
Tabla 3 <i>Aristas consideradas para el estudio</i>	50
Tabla 4 <i>Distancia promedio de cada calle</i>	52
Tabla 5 <i>Índices de conectividad</i>	57
Tabla 6 <i>Resumen a partir de la matriz de Conectividad</i>	57
Tabla 7 <i>Resumen de los índices de accesibilidad</i>	59

Lista de figuras

Figura 1 Ilustración de un vértice	10
Figura 2 Representación de aristas unidas a vértices	11
Figura 3 Función de incidencia φ	12
Figura 4 Correspondencia de conjuntos.....	12
Figura 5 Presentación de los grados de un vértice	13
Figura 6 Representación esquemática de un dígrafo	16
Figura 7 Aristas múltiples y con bucles.....	17
Figura 8 Representación de un recorrido.....	18
Figura 9 Grafo con ciclo delimitado	18
Figura 10 Grafo Bipartito.....	19
Figura 11 Grafo bipartito completo	19
Figura 12 Grafía de grafos regulares.....	20
Figura 13 Matriz de adyacencia a partir de un grafo	21
Figura 14 Matriz de incidencia a partir de un grafo.....	21
Figura 15 Grafo conexo y grafo inconexo	22
Figura 16 Pseudocódigo	28
Figura 17 presentación de un camino $u - v$	29
Figura 18 Un camino arbitrario $u - v$	31
Figura 19 Presencia de un camino de a hacia u_{k+1}	32
Figura 20 Espacio en el que se realiza el presente estudio	38
Figura 21 Delimitación del área de estudio	43
Figura 22 Vista satelital del Cusco con sus ocho Distritos	44
Figura 23 Vista satelital de la Limitación del Área de estudio.....	45
Figura 24 Simbolización del Espacio de Trabajo	46
Figura 25 Sentido de tránsito de las calles.....	47
Figura 26 Nodos o Vértices apreciados a partir de la Tabla 3	49
Figura 27 Arcos o Aristas consideradas a partir de la Tabla 4.....	51
Figura 28 Proceso de toma de medidas.....	52
Figura 29 Matriz de Adyacencia del espacio de trabajo	56
Figura 30 Gráfico de las conexiones a partir de la matriz de adyacencia.....	58
Figura 31 Matriz de accesibilidad del espacio de trabajo	59
Figura 32 Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice de Koning)	60
Figura 33 Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice Shimbel).....	61
Figura 34 Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice Omega)	61
Figura 35 Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (Centralidad Media)	62
Figura 36 Construcción de Grafo de manera aleatoria	67
Figura 37 Resultado Algoritmo Dijkstra en el Software Grafo	68

Capítulo 1: Planteamiento del Problema

1.1. Situación problemática

El inicio de la teoría de grafos tiene su auge con Leonhard Euler, en 1736, con su famoso enunciado nombrado como “los puentes de Königsberg”. La ciudad Königsberg quedo bifurcada por el río Pregolia, de manera que se forma la isla Kneiphof, la ciudad se divide por el rio en cuatro zonas diferentes, y que por entonces estuvieron unidos por siete puentes llamados: del herrero, Alto, Conector, del Mercado, Madera, Verde y de la Miel.

El problema se expresó alrededor del siglo XVIII y radicaba en hallar un camino para atravesar caminando toda la ciudad, pero el reto consistía en caminar una sola vez por los siete puentes y se tendría que volver al lugar donde se inició la caminata, esta situación ha sido considerado como el inicio en la teoría de grafos. (Nuñez, 2004)

Leonhard Euler en pleno auge de su juventud llegó a Prusia en 1741, en este periodo trabajó en la Escuela Prusiana de las Ciencias, en la cual se consolido como un investigador renombrado, fue en ese entonces que surge el problema de los puentes, a la cual los investigadores lo tomaban con pasatiempo, la resolución de este problema dio origen a la hoy en día conocida como teoría de grafos.

Hoy en día la organización de las rutas de viales a nivel mundial viene a ser un reto para los diferentes gobiernos, un reto en el cual su objetivo principal es la de tratar de bajar costos y tiempos en las actividades de transporte, mejorar la precisión en cuanto a las entregas y de igual manera garantizar la puntualidad y exactitud en los despachos.

Europa ya cuenta con procedimientos que permiten perfeccionar las rutas no solo tomando en cuenta los costos y tiempos, sino también previendo las prioridades del usuario, además el sistema permitirá comprender algunas limitaciones antes de optar por la decisión más optima. Este se realiza no sólo tomando el camino óptimo como respuesta, sino también proponiendo otras alternativas que, si bien no son óptimas, son igualmente buenas ya que respetan las restricciones predeterminadas. (Milian, 2019)

También en España se desarrolló un sistema que, mediante ciertos métodos computacionales, consigue proponer rutas excelentes, las cuales también son beneficiosas para el medio ambiente. Estas rutas se muestran en un mapa que facilita a los usuarios realizar un seguimiento individualizado de las rutas, la cual reduce el impacto económico y energético de los usuarios.

En Madrid también se realizó el estudio, en la cual las paradas del transporte denominado Metro de Madrid de las líneas uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, diez y el Ramal son expresados en grafos. Para este estudio se trabajó con el algoritmo A Estrella, este desempeña la función de verificar las alternativas de recorrido entre las paradas indicadas y al final nos da la ruta más óptima. El desarrollar el código fue importante efectuar un programa que cuente con todas las características para el código, Visual Studio Code utilizando Java como lenguaje, este programa se adaptó a las necesidades, además se hizo necesario utilizar Photoshop para mostrar la imagen del plano de Metro de Madrid. (Martino, 2022)

En el contexto nacional, también es muy beneficioso y fundamental tanto en el tema de transporte como en el tema de las empresas distribuidoras, puesto que reduce tanto costos como plazos. A demás de ello se ve que el trabajo de optimización se realiza con más auge en las diferentes empresas privadas, este trabajo lo realizan utilizando algoritmos y sistemas computacionales, con los cuales mejoran la calidad del servicio prestado al cliente. Todo esto es posible al uso de algún software especializado en el tema.

La ciudad del Cusco, ubicada en el sureste del Perú, es reconocida mundialmente por su valor histórico y cultural, siendo un destino turístico principal del país. Sin embargo, detrás de su belleza patrimonial se esconde una problemática creciente que afecta a miles de ciudadanos diariamente: el colapso del sistema de transporte urbano, esta situación se ha intensificado en estos últimos años por causa del incremento poblacional, el aumento del parque automovilístico y la carencia de planificación vial. El ámbito del problema es urbano y social, ya que involucra directamente a la dinámica poblacional, la oportunidad de contar con servicios básicos, la productividad laboral y las condiciones de vida. El espacio afectado abarca toda la ciudad, con especial énfasis en el centro histórico, las avenidas principales como la Av. La Cultura, y

los lugares periféricos como Santiago, parte de San Jerónimo, y parte de San Sebastián, en las cuales el transporte público es de manera limitada.

En cuanto al tiempo, esta problemática se ha agudizado en la última década, pero en el año 2025 ha alcanzado niveles críticos. Según información del artículo de Gestión, la ciudad de Cusco desaprovecha alrededor de 126 millones de soles anualmente a causa del atasco vehicular, lo que representa una pérdida significativa para la economía local. Esta cifra se traduce en horas hombre desperdiciadas, retrasos en el transporte de mercancías, incremento en el empleo de combustible y deterioro de las vías de comunicación. La población afectada supera los 400,000 habitantes, incluyendo trabajadores, estudiantes, comerciantes, turistas y personas con movilidad reducida. (Gestión, 2024)

Asimismo, se estima que existe un déficit de 400 buses urbanos, lo que impide una cobertura adecuada en los lugares más apartados de la ciudad. (Diario el Tiempo Cusco, 2024)

Lo que está ocurriendo es una combinación de factores que han generado un sistema de transporte desordenado, ineficiente y peligroso. Por un lado, el transporte informal predomina en muchas rutas, operando sin regulación ni planificación, lo que genera superposición de recorridos, competencia desleal y saturación de vías. Por otro lado, la infraestructura vial es insuficiente y mal diseñada, con intersecciones conflictivas, señalización deficiente y ausencia de vías rápidas. Esta situación ha derivado en un aumento de accidentes de tránsito. (Montañez, 2018)

Igualmente, (Copesco, 2024) menciona que los tiempos de viaje dentro de la ciudad se ha incrementado considerablemente, afectando la puntualidad y eficiencia de los desplazamientos. Los principales perjudicados son los ciudadanos cusqueños que dependen del transporte público para movilizarse diariamente. Estudiantes que llegan tarde a sus clases, trabajadores que pierden horas de productividad, comerciantes que enfrentan dificultades para abastecer sus negocios, y turistas que experimentan una mala imagen de la ciudad. También se ven afectados los sectores económicos como el turismo, la construcción y el comercio, que dependen de una movilidad fluida para operar eficientemente.

Desde el punto de vista técnico, esta problemática puede ser abordada mediante la teoría de grafos, un procedimiento matemático que permite modelar redes de

transporte como conjuntos de nodos (intersecciones) y aristas (rutas). Aplicando el algoritmo de Dijkstra, es posible identificar rutas óptimas, minimizar tiempos de viaje, detectar cuellos de botella y rediseñar el sistema de transporte para mejorar su eficiencia. Esta metodología ha sido utilizada exitosamente en otras ciudades para optimizar redes de transporte público, minimizar costos operacionales y perfeccionar la rutina del usuario.

Actualmente, el Gobierno Regional del Cusco, en coordinación con el Plan Copesco, está desarrollando el Plan de Movilidad Urbana Sostenible, financiado por el Banco Mundial. Este plan incluye estudios de origen y destino, bosquejo de rutas integradas, implementación de sistemas inteligentes de transporte y mejora de los espacios públicos. Sin embargo, para que estas soluciones sean efectivas, es necesario incorporar herramientas como la teoría de grafos en la planificación, así como animar la cooperación de los habitantes y la colaboración entre autoridades locales, empresas de transporte y organizaciones civiles. (Copesco, 2024)

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema General

¿Cómo la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra pueden determinar la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco?

1.2.2. Problemas Específico

- a) ¿Es posible describir la red vial de la provincia del Cusco mediante la teoría de grafos?
- b) ¿Qué características de la red vial de la provincia del Cusco son relevantes para la aplicación del algoritmo de Dijkstra?
- c) ¿Es posible determinar la ruta más por medio del algoritmo de Dijkstra en la red vial de la provincia del Cusco?

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1. Objetivo General

Determinar mediante la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco.

1.3.2. *Objetivos específicos*

- a) Describir mediante la teoría de grafos la red vial de la provincia del Cusco 2024.
- b) Identificar mediante el algoritmo de Dijkstra las características de conectividad y accesibilidad de la red vial de la provincia del Cusco.
- c) Determinar la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco mediante el software Grafos.

1.4. **Justificación de la investigación**

Las herramientas utilizadas en esta investigación son la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra mediante el software Grafos, los cuales presentan una visión más clara del problema, facilitando su desarrollo y resolución. (Bernal, 2010)

El siguiente trabajo se justifica por las razones expuestas:

- a) **teórica.** El estudio está enlazado con una parte de la matemática que más estudios tiene, la matemática discreta, la cual está inmerso en el área de la Investigación de Operativa.
- b) **Metodológica.** Este trabajo tiene un carácter descriptivo y explicativo, servirá de base para futuros estudios similares que estén relacionados con las distancias mínimas entre dos puntos dados.
- c) **Práctica.** El estudio es útil para la elección de la ruta más conveniente para movilizarse de un lugar a otro, sin tener que perder más tiempo de lo debido, además también se puede optimizar recursos como son el dinero y distancias mínimas.
- d) **Social.** El estudio muestra que, al aplicar la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra, se pueden encontrar rutas optimas de transporte, la cual genera ganancia de tiempo en los viajes realizados por los usuarios del transporte de pasajeros en el diario vivir, de similar manera también genera ganancias para los transportistas tanto en dinero y tiempo.
- e) **Tecnológica.** Las unidades de transporte no cuentan con un aplicativo que administre y gestione las rutas, un sistema de registro agilizaría y optimizaría la gestión de rutas tanto en el aspecto local y nacional, además se podría extender al transporte de mercancía, servicio de mudanzas, recolectores de desechos, entre otros.

- f) **Económica.** Permitiría la reducción de tiempos de viaje en cuanto al traslado de un lugar hacia otro, reducción de distancias en cuestión de unidades de transporte encargados de la distribución de o recolección de objetos de un lugar a otro, de igual manera también es posible economizar en combustible para las unidades de transporte, por otro lado, también sería de gran ayuda para los bolsillos de los usuarios, entre otros aspectos convenientes.

1.5. Limitaciones

Las limitaciones representan componentes externos que consiguen perturbar el progreso de una investigación (Acosta, 2001). Se identificaron las siguientes limitaciones en este estudio:

- a) **Metodológicas:** errores en el diseño, instrumentos poco imprecisos, tamaño de muestra reducido y sobre todo no se incluyó el flujo vehicular como variable, por que la investigación se centra en la optimización de distancias mínimas, no por tiempo.
- b) **Temporales:** poco tiempo para recolectar los datos y realizar el respectivo análisis
- c) **De acceso:** dificultad para obtener algunos permisos para obtener información actualizada y también la de acceder a fuentes de información relacionadas con el tema.
- d) **Recursos:** el presupuesto es muy indispensable para la realización del estudio, tanto para movilizarse como el levantamiento de los datos; también en cuanto a la obtención de los recursos tecnológicos es prescindible los recursos y para la logística también es menester contar con los recursos necesarios.
- e) **Datos insuficientes:** datos incompletos al momento de contrastar la información en algunos casos, esto usualmente por causa de los errores en la medición.
- f) **Investigación previa limitada:** escasez de estudios relacionados con el tema, sobre todo se tiene el acceso restringido a algunos artículos de investigación relacionados con el tema

Capítulo 2: Marco teórico

2.1. Antecedentes de la investigación

2.1.1. *Antecedentes internacionales*

En primer lugar, (Allauca, 2023) abordó como su objetivo principal la de ajustar una red vial de transporte a un grafo y emplear algoritmos de la teoría de grafos y hallar rutas optimizadas que acorten plazos y presupuestos. Su trabajo tiene una mirada cualitativa, su nivel es descriptivo y aplicativo, para su investigación tuvo que modelar una red de la compañía de transporte para ser visto tal que un grafo con sentido, asignándole valores llamados nodos (estaciones) y aristas (rutas). Por medio de los algoritmos de Dijkstra y Floyd-Warshall se establecieron entre los nodos caminos mínimos. La conclusión muestra que es posible verificar circunstancias de progreso en la distribución de trayectos, reduciendo los tiempos de entrega de los productos con un promedio de un ocho por ciento y tiempos de costos en un cinco por ciento, mostrando así el beneficio de la teoría de grafos y su eficacia en el sistema de transporte. Posteriormente, (González, 2023) tomó como objetivo central la de implementar diferentes algoritmos para incorporarlos en una calculadora, dentro de los objetivos complementarios realizó una variación para obtener un camino mínimo entre dos nodos, esto se da con ayuda del algoritmo de Dijkstra y un nodo origen, provisto de un dígrafo con pesos no negativos. Dicho estudio tiene aspectos de investigación descriptiva, además se utiliza la observación de datos como técnica principal, también el análisis documental y de contenidos. Este estudio se encuadra intrínsecamente en el grupo de innovación educativa denominada “progreso de conocimientos en la ilustración de las matemáticas”. Los resultados del estudio evidencian satisfactoriamente la implementación del algoritmo de Dijkstra para hallar los caminos mínimos desde un nodo de inicio a un nodo final. En una línea similar (Velasquez & Reyes, 2023) se plantean como objetivo central la de examinar los estudios que tienen los diferentes tipos de árboles vistos en Teoría de grafos, además se planteó como objetivo complementario y resaltante la

de identificar algunos algoritmos implementados en grafos y problemas de rutas. Su trabajo tiene una línea cualitativa, su nivel es descriptivo y aplicativo, además las fuentes de la información lo obtuvieron de artículos, revistas científicas, libros y en cuanto al área de estudio es en la zona urbana de León, en Nicaragua. Finalmente, como conclusión se esbozó un árbol de expansión de peso mínimo concerniente con los puestos de salud y el HEODRA en la municipalidad de León en Nicaragua, ahí obtuvieron un resultado de peso mínimo total de 25.94 km. Este resultado es de suma importancia para una ruta óptima, tanto como para la distribución de suministros médicos, para el transporte de personal o para la implementación de sistemas eléctricos. Por su parte, (Martino, 2022) en su trabajo se propuso dar la trayectoria más eficiente entre dos nodos, este grafo estuvo conformado por los paraderos del metro de Madrid. El objetivo del proyecto fue la de optimizar un recorrido a través de diferentes nodos de un grafo, los nodos del grafo representan algunos paraderos del metro de Madrid. El estudio tuvo un carácter descriptivo, como resultado se tiene que existen aplicaciones que son más dinámicas para su uso, poseen variables de peso, una interfaz gráfica y un mapa en el que se puede ver el trayecto en lugar de una línea. Finalmente, (Dominguez, 2021), tomó como objetivo principal la realizar un acopio íntegro de los principios esenciales de la teoría de grafos, con la idea de que las personas que estén interesadas en este estudio cuenten con una guía muy clara. En cuanto al nivel de investigación este contiene aspectos de investigación descriptiva, pues busca las propiedades y características desde los más básicos a lo general. En cuanto a las conclusiones se da solución al problema inicial de Euler, analizó el caso de los siete puentes o siete aristas de la ciudad de Malingrado, ¿Puede diseñarse un trayecto que atraviese los siete puentes sin repetir ninguno? y se dio cuenta que era imposible pasar solo una vez por cada uno de los puentes, puesto que cada uno de los vértices tiene una cantidad impar de aristas o afluentes a cada arista, por lo cual es imposible dar solución al problema inicial.

2.1.2. Antecedentes nacionales

A continuación, se presenta en trabajo de (Pariona, 2023) abordó la relevancia de implementar un sistema de evacuación inteligente capaz de determinar la ruta más rápida durante un terremoto real y analiza los diversos sistemas de evacuación inteligentes actualmente en uso. Tras completar las fases de la observación, se desarrolló un ensayo de concepto para utilizar el algoritmo D-Star para determinar la ruta más efectiva en la planta baja de un centro comercial. Además, se realizó una revisión de los algoritmos A-Star y D-Star para evaluar su eficacia. Se halló que A-Star tarda tres milisegundos en atinar la ruta más corta, aunque no se consideran situaciones que requieren rutas dinámicas. De esta forma, se demostró que el algoritmo D-Star puede identificar rutas con obstáculos en movimiento y determinar la ruta más corta con solamente veinticuatro milisegundos, lo que lo convierte en el más adecuado para escenarios de evacuación reales. De manera similar (Mayta & Bazan, 2023), toman la coyuntura deportiva que se vivió en Perú, e hicieron un estudio desde el punto matemático de por qué no consiguió el triunfo ante la selección de Australia, el estudio se basó en el apartado de la programación lineal, utilizando el instrumento principal que es el lenguaje de programación LINDO. Las principales conclusiones a la que arribaron son la de afirmar que la programación lineal es capaz de explicar porque Perú no le gano a Australia. De forma análoga (Aragón, 2021), realizo un estudio que tuvo el objetivo de ver el problema que tienen las personas con discapacidad visual de desplazase de un lugar a otro, su investigación tiene un carácter descriptivo. Respecto a la conclusión del estudio, este modelo consta de ciertos cuantificadores (barreras, longitud total de camino, puntos de ayuda, esquinas y claves ambientales) y al ser optimizado con el algoritmo de Dijkstra se consiguió resultados acordes en términos de accesibilidad que la ruta más corta, además lo más sobresaliente es que con el modelo de programación lineal entera optimizado con el algoritmo de Dijkstra se obtuvo rutas optimas en terminas de accesibilidad. A diferencia de (Pérez, 2021), en su trabajo de investigación se realizó un diseño de itinerarios para la disposición

adecuada de residuos domésticos, primeramente, se demarca los puntos críticos, luego se diseña y se simula mediante un grafo dirigido el posible recorrido del compactador de residuos sólidos. Se tuvo como evidencia que el algoritmo utilizado optimiza los tiempos de ejecución tras analizar más de 30 puntos críticos y como resultado mejora la eficiencia. Mientras que (Yarihuamán, 2019) tuvo por objetivo principal la de utilizar teoría de grafos para identificar la solución de menor costo en un modelo de distribución, complementado con el uso de algoritmos de grafos para la gestión de recursos. La metodología utilizada en su investigación es básica y provisto de un método deductivo. La conclusión más adecuada para el estudio es que da un mejor panorama acerca de la utilización de la teoría de grafos en diferentes situaciones de aplicación.

2.1.3. Antecedentes locales

En particular (Chirme, 2023). Constituye un antecedente directo al modelar las rutas de transporte en el centro de la ciudad del Cusco a través del software grafos, además se ha logrado analizar rutas de transporte por medio de una red mediante el uso de la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra.

2.2. Teoría de grafos

2.2.1. Definiciones fundamentales

Definición 2.1 (Vértice) Dado un conjunto no vacío de elementos. Se define un vértice como cada uno de estos elementos, denotado por v_i , donde $i \in \mathbb{N}$. El conjunto de todos los vértices se representa por V .

En la Figura 1 se muestra un vértice nombrado como v_1 .

Figura 1

Ilustración de un vértice



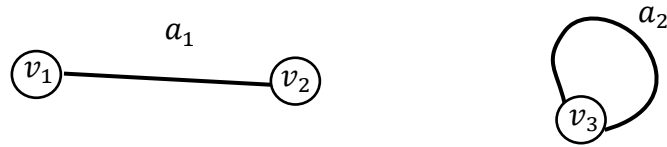
Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.2 (Arista) Sea un par de vértices v_i y $v_j \in V$. Se llama arista a la línea que conecta estos dos vértices, denotado por a_k , donde k es un numero natural. Denominados extremos de la arista, se denota por a_i dónde $i \in \mathbb{N}$. El conjunto de todas aristas se denota por E , donde cada arista tiene la forma $\{v_i, v_j\} \in V \times V$. (Dominguez, 2021)

La Figura 2 muestra una arista etiquetada como a_1 .

Figura 2

Representación de aristas unidas a vértices



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.3 (Función de incidencia) Sea E conjunto de aristas y V el conjunto de vértices. Se define la función de incidencia φ como la regla de correspondencia que asigna a cada arista un par de vértices, denotada por:

$$\begin{aligned} \varphi: E &\longrightarrow V \times V \\ a_i &\longrightarrow \varphi(a_i) = \{v_i, v_j\} \quad a_i \in E, \{v_i, v_j\} \in V \end{aligned}$$

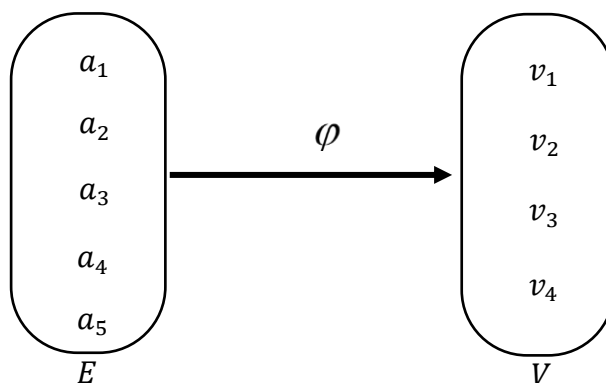
Nota

- Los elementos del conjunto $V \neq \emptyset$ se le denomina nodos.
- Los elementos del conjunto $E \neq \emptyset$ se le denomina arcos.

Esta función expresa qué vértices están conectados por cada arista. También es importante mencionar que φ puede o no ser sobreyectiva, es decir, pueden existir vértices que no estén conectados por ninguna arista. (Dominguez, 2021). Ver figura 3.

Figura 3

Función de incidencia φ



Fuente: diseño y elaboración propia

Figura 4

Correspondencia de conjuntos

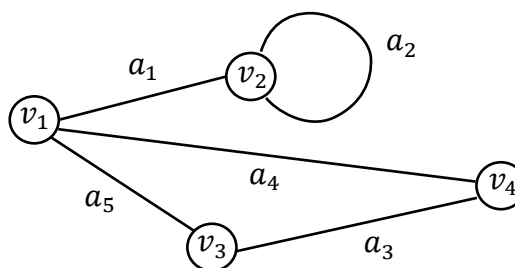
$$\varphi(a_1) = \{v_1, v_2\}$$

$$\varphi(a_2) = \{v_2\}$$

$$\varphi(a_3) = \{v_3, v_4\}$$

$$\varphi(a_4) = \{v_1, v_4\}$$

$$\varphi(a_5) = \{v_3, v_1\}$$



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.4 (Grafo) Dado un conjunto finito no vacío V , un conjunto finito E y una función de incidencia φ . Se define un grafo como la terna ordenada por:

$$G = (V, E, \varphi)$$

Nota

- a) Cuando no es necesario especificar φ , el grafo se expresa simplemente como $G = (V, E)$ (Dominguez, 2021)
- b) El orden del grafo es $|V|$ y el tamaño del grafo es $|E|$.

Definición 2.5 (Vértice adyacente) Dados dos vértices u y $v \in V$. Son vértices adyacentes, si existe una arista que los une directamente. Es decir $\{u, v\} \in E$

Nota

Los vértices que no son adyacentes a ningún otro vértice se denominan vértices aislados

Definición 2.6 (Grado de un vértice) Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido y $u \in V$ un vértice. Se define el grado de un vértice u denotado por $\delta(u)$, como el número de aristas que inciden en él. (Dominguez, 2021)

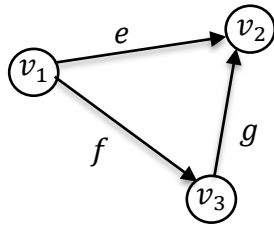
Nota

En un grafo dirigido, se distinguen:

- a) **Grado de salida** $\delta^+(u)$: número de aristas que parten de u .
- b) **Grafo de salida** $\delta^-(u)$: número de aristas que llegan a u .

Figura 5

Presentación de los grados de un vértice



$$\delta^+(v_1) = 2, \quad \delta^-(v_1) = 0$$

$$\delta^+(v_2) = 0, \quad \delta^-(v_2) = 2$$

$$\delta^+(v_3) = 1, \quad \delta^-(v_3) = 1$$

Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Teorema 1

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido. Entonces, la suma de los grados de todos los vértices es igual al doble del número de aristas.

$$\sum_{v \in V} \delta(v) = 2|E|$$

Demostración:

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido con $|V| = n$ vértices y $|E| = m$ aristas.

sea $\delta(v_i)$ el grado del vértice $v_i \in V$, es decir, el número de aristas incidentes en $v_i \in V$.

Consideremos la suma de todos los grados:

$$S = \sum_{i=1}^n \delta(v_i)$$

Para evaluar esta suma, se emplea el doble conteo sobre el conjunto de incidencias vértice-arista. Se define en conjunto de pares ordenados:

$$I = \{(v, e) \in V \times E / v \text{ es incidente en } e\}$$

Es decir I está formado por todos los pares donde un vértice es extremo de una arista.

Para cada vértice $v \in V$ existe exactamente $\delta(v)$ aristas que inciden en dicho vértice. Por lo tanto:

$$|I| = \sum_{v \in V} \delta(v) \dots\dots\dots (1)$$

Cada arista $e = \{u, v\} \in E$ conecta exactamente dos vértices: u y w . En consecuencia, cada arista e contribuye con exactamente 2 pares al conjunto I , las cuales son (u, e) y (w, e) .

Cada arista contribuye exactamente con 2 elementos al conjunto I . Así:

$$|I| = 2|E| = 2m \dots\dots\dots (1)$$

Igualando (1) y (2) se obtiene:

$$\sum_{v \in V} \delta(v) = 2|E|$$

lo que se quería demostrar. (Gunderson, 2014)

Teorema 2

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido, entonces, la cantidad de vértices $v \in V$ cuyo grado $\delta(v)$ es impar, es un número par.

Demostración:

Sea el grafo $G = (V, E)$ sin dirección y V_1 es la agrupación de nodos de grado par y V_2 es la agrupación de nodos de grado impar. Estos forman una partición del conjunto V , por tanto, $V = V_1 \cup V_2$ y $V_1 \cap V_2 = \emptyset$.

Posteriormente con el teorema 1 tenemos:

$$2|E| = \sum_{v \in V} \delta(v) = \sum_{v \in V_1} \delta(v) + \sum_{v \in V_2} \delta(v)$$

Si $v \in V_1$, $\delta(v)$ es una cantidad par. Por ende, $\sum_{v \in V_1} \delta(v)$ es par.

Por otro lado,

$$\sum_{v \in V_2} \delta(v) = 2|E| - \sum_{v \in V_1} \delta(v) \text{ también es par. En consecuencia, } \sum_{v \in V_1} \delta(v) \text{ es una}$$

cantidad par que es suma de impares.

En conclusión, La cantidad de elementos que se suman debe ser un número par. En este sentido, la cantidad total de sumandos equivale al cardinal del conjunto de nodos V_2 . De esta forma se concluye que existe una cantidad par de vértices en V_2 . Del texto de (Calvo et al., 2015)

Teorema 3

Sea $G = (V, E)$. Un grafo dirigido. Entonces la suma de los grados de entrada es igual a la suma de los grados de salida, y ambas son igual al número total de aristas:

$$\sum_{v \in V} \delta^-(v) = \sum_{v \in V} \delta^+(v) = |E|$$

Demostración:

Cada arista $(u, v) \in E$ contribuye exactamente en una unidad al grado de salida del vértice u y en una unidad al grado de entrada del vértice v . Por lo tanto, al sumar todos los grados de salida o entrada, cada arista se cuenta exactamente una vez. La demostración completa del teorema se encuentra en (Calvo et al., 2015) pág. 99

2.2.2. Tipos de grafos

Definición 2.7 (Grafo etiquetado) Dado un grafo $G = (V, E)$. Se llama grafo etiquetado a aquel en el que tanto sus vértices como sus aristas tienen asignados nombre o etiquetas. (Dominguez, 2021)

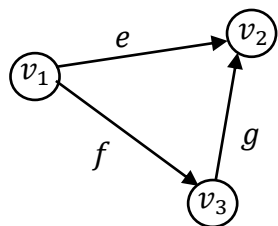
Definición 2.8 (Grafo simple) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Se dice que G es un grafo simple si cumple:

- V es un conjunto finito no vacío de vértices.
- E es un conjunto finito de pares no ordenados $\{u, v\}$ con $u \neq v$.
- No existen aristas que conecten un vértice consigo mismo, ni aristas múltiples entre el mismo par de vértices. (Chacon, 2005)

Definición 2.9 (Dígrafo) Dado un grafo $G = (V, E)$. Se define un dígrafo o grafo dirigido como aquel en el que cada arista es un par ordenado de vértices (u, v) , denotado por $G = (V, E)$, donde la arista (u, v) se dirige desde el vértice u (origen) hacia el vértice v (destino). (Dominguez, 2021)

Figura 6

Representación esquemática de un dígrafo



$$V = \{v_1, v_2, v_3\}, E = \{e, f, g\}$$

$$p(e) = (v_1, v_2), \quad p(g) = (v_2, v_3), \quad p(f) = (v_1, v_3)$$

Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.10 (Grafo plano) Dado un grafo $G = (V, E)$. Se dice que G es un grafo plano si es posible dibujarlo en el plano sin que sus aristas se crucen, interceptándose únicamente en los vértices.

Definición 2.11 (Grafo completo) Sea n un número real. Se define un grafo completo de n vértices, denotados por K_n , como el grafo simple en el que cada par de vértices distintos está conectado por exactamente una arista.

Definición 2.12 (Bucle o lazo) Sea un grafo $G = (V, E)$. Se llama bucle o lazo a una arista que conecta un vértice consigo mismo, denotada por $\{u, v\} \in E$. (Calvo et al., 2015)

Nota.

- En un grafo simple no se permite bucles
- Un bucle contribuye con dos unidades al grado del vértice en mención.

Definición 2.13 (Arista múltiple) Dado un grafo $G = (V, E)$. Se denomina arista múltiple o paralelas, a dos o más aristas que conectan el mismo par de vértices.

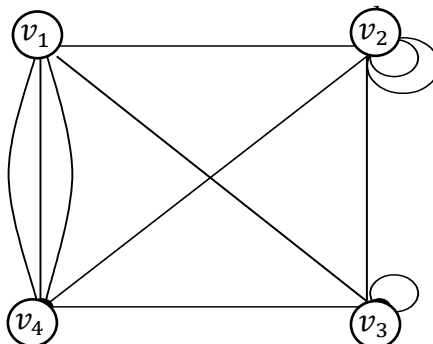
Nota.

- Un grafo que admite aristas múltiples se denomina **Multigrafo**.

(Calvo et al., 2015)

Figura 7

Aristas múltiples y con bucles



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.14 (Subgrafo) Sean $G = (V, E)$ un grafo y $H' = (V', E')$ un par de conjuntos. Se dice que H' es un subgrafo de G , denotado por $H' \subseteq G$, si se cumplen:

$$V' \subset V \text{ y } E' \subset E$$

Nota

Si $V' = V$, entonces H' se denomina subgrafo generador o recubridor. (Calvo et al., 2015)

Definición 2.15 (Recorrido) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Se define un recorrido como una secuencia de vértices y aristas de la forma:

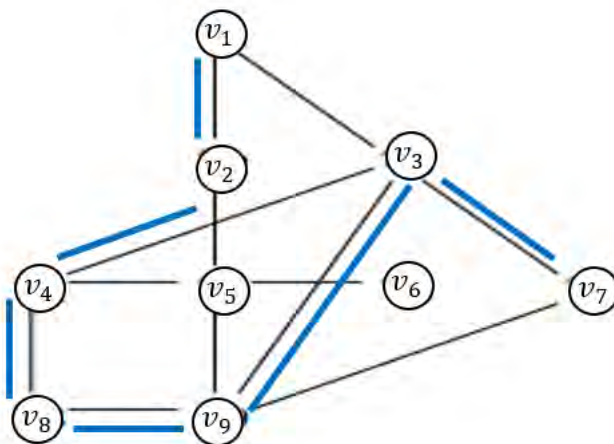
$v_0, a_1, v_1, a_2, \dots, v_{k-1}, a_k, v_k$, donde cada arista a_i conecta los vértices v_{i-1} con v_i . El recorrido tiene longitud k y va desde v_0 (vértice inicial) hasta v_k (vértice final).

Nota

- Un recorrido se clasifica como par o impar dependiendo si su longitud es par o impar, respectivamente. Si $v_0 = v_k$.
- El recorrido se denomina recorrido cerrado. (Gutiérrez & Delgado, 2017)

Figura 8

Representación de un recorrido



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014), el recorrido es $(v_1, v_2, v_4, v_8, v_9, v_3, v_7)$

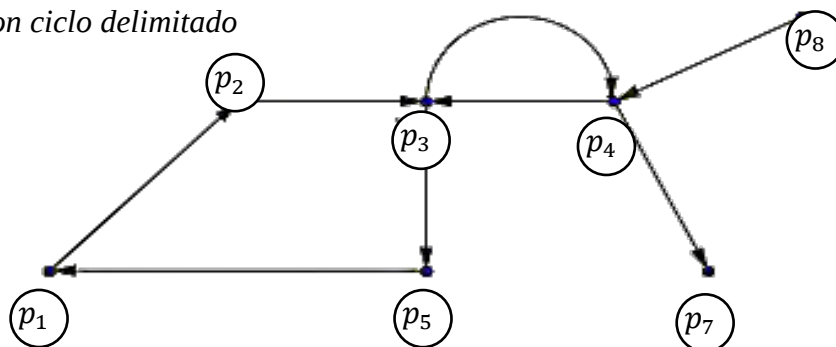
Definición 2.16 (Camino) Dado un grafo no dirigido $G = (V, E)$. Se define un camino de longitud n desde u hasta v como una sucesión de aristas $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n \in E$ tal que: $e_1 = \{x_0, x_1\}, e_2 = \{x_1, x_2\}, \dots, e_n = \{x_{n-1}, x_n\}$, con $x_0 = u$ y $x_n = v$, donde todos los vértices son distintos (no se repiten). Un camino es un recorrido sin vértices repetidos. (Gutiérrez & Delgado, 2017)

Definición 2.17 (Ciclo o circuito) Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido. Se llama ciclo o circuito a un camino cerrado en el que el vértice inicial coincide con el vértice final y todos los demás vértices son distintos entre sí. Es decir:

$v_0 = v_k$ con $v_1, v_2, \dots, v_{k-1}$ distintos. (Alvarez & Parra, 2013)

Figura 9

Grafo con ciclo delimitado



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014), $(p_1, p_2, p_3, p_5, p_1)$ y (p_3, p_4, p_3) son ciclos

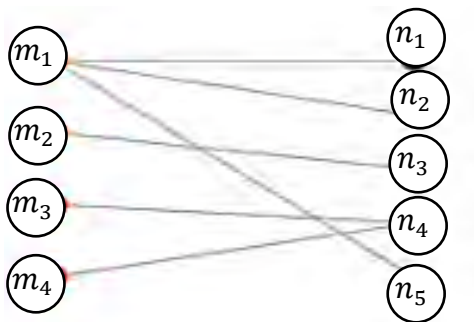
Definición 2.18 (Grafo bipartito) considérese un grafo simple $G = (V, E)$. Se dice que G es un grafo bipartito si el conjunto V puede particionarse en dos subconjuntos V_1 y V_2 ($V = V_1 \cup V_2$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$), talque toda arista de G conecta un vértice de V_1 con un vértice de V_2 .

Definición 2.19 (Grafo bipartito completo) Dados dos números naturales m y n . Se define el grafo bipartito completo, denotado por $K_{m,n}$, como el grafo bipartito donde $|V_1| = m$ y $|V_2| = n$ y donde todo vértice V_1 está conectado con todos los vértices de V_2 . El número total de aristas en $K_{m,n}$ es $m \times n$.

(Gutiérrez & Delgado, 2017)

Figura 10

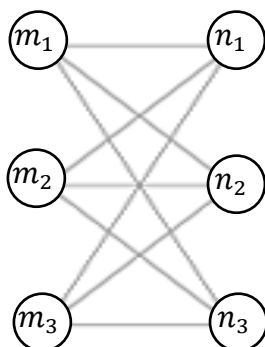
Grafo Bipartito



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Figura 11

Grafo bipartito completo



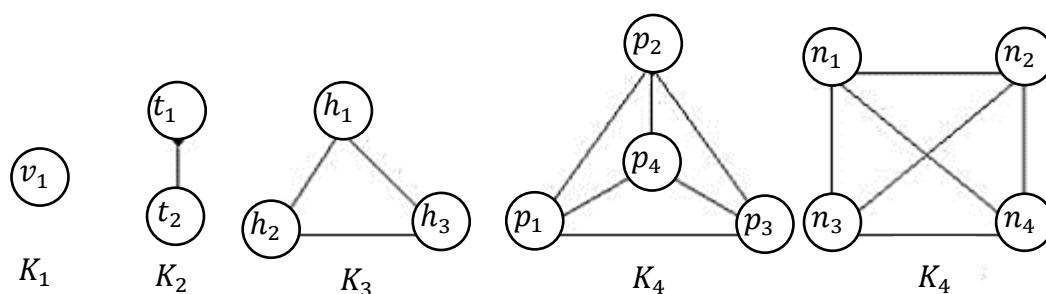
Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

Definición 2.20 (Grafo regular) Sea $G = (V, E)$ un grafo y k un numero natural. Se dice que G es un grafo regular de grado k si todos sus vértices tienen el mismo grado k ; es decir:

$$\delta(v) = k \text{ para todo } v \in V. \text{ (Pakhrou \& Tijani, 2013)}$$

Figura 12

Grafía de grafos regulares



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014)

2.2.3. Matriz de adyacencia

Definición 2.21 (Matriz de adyacencia) Dado un grafo simple y finito $G = (V, E)$ con $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Se define la matriz de adyacencia de G , denotada por A_G , como la matriz cuadrada de orden $n \times n$ cuyos elementos están dados por:

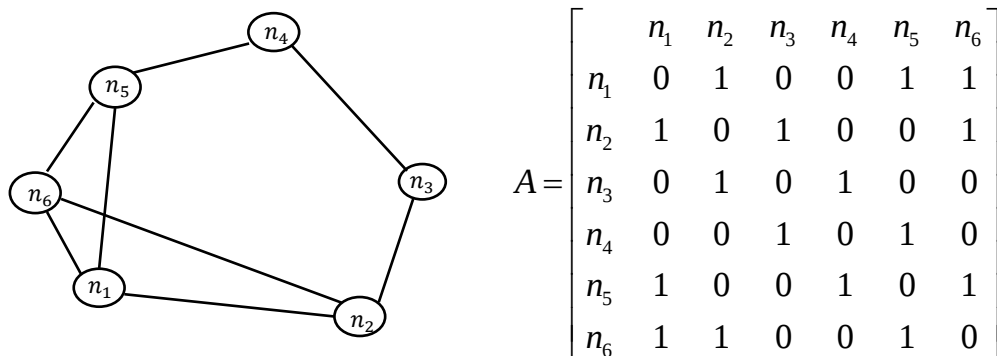
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

Nota

Para un grafo con n vértices, existen n factorial ($n!$) posibles matrices de adyacencia, correspondientes a las distintas permutaciones de los vértices. (Pakhrou & Tijani, 2013)

Figura 13

Matriz de adyacencia a partir de un grafo



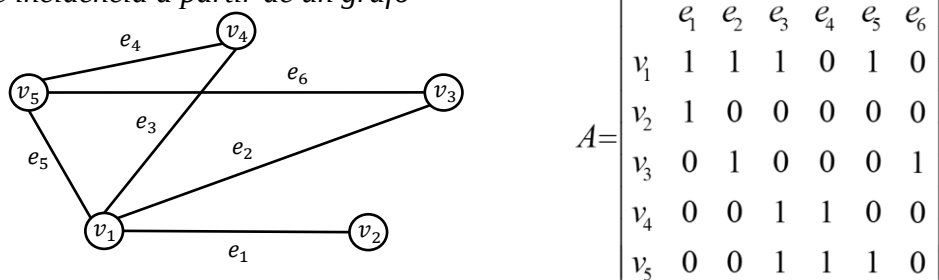
Fuente: diseño y elaboración propia, cada etiqueta de fila y columna corresponde a un vértice del grafo, mientras que cada celda interna representa la existencia o carencia de una arista entre los vértices correspondientes.

Definición 2.22 (Matriz de incidencia) Sea $G = (V, E)$ un grafo con n vértices y m aristas, donde $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ y $E = \{e_1, \dots, e_m\}$. Se define la matriz de incidencia de G denotada por B_G , como la matriz de orden $n \times m$, cuyos elementos están dados por:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si para } v_i \text{ existe una arista} \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

Figura 14

Matriz de incidencia a partir de un grafo



Fuente: La fila externa representa los vértices del grafo, la columna externa representa las aristas, y cada celda interna indica la incidencia entre un vértice y una arista, es decir, si el vértice está conectado por esa arista.

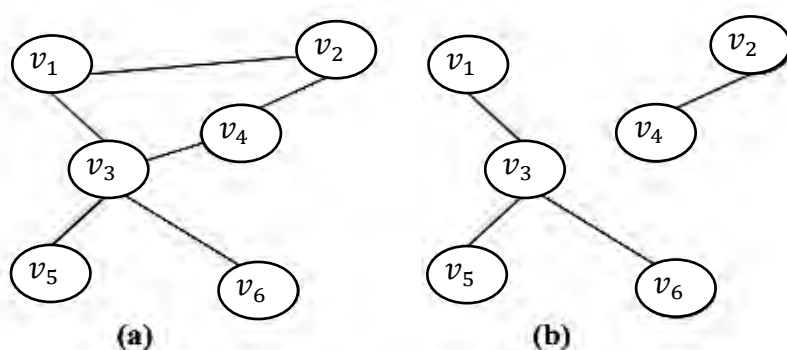
Definición 2.23 (Grafo conexo) Dado un grafo no dirigido $G = (V, E)$. Se dice que G es un grafo conexo si para todo par de vértices distintos $u, v \in V$ existe al menos un camino que los une. En caso contrario, denomina inconexo o desconexo. (Pakhrou & Tijani, 2013)

Nota.

En un grafo no dirigido que no es conexo, se pueden identificar varios subgrafos conexos que no comparten vértices entre sí. Estos subgrafos disjuntos se denominan componentes conexas del grafo. (Pakhrou & Tijani, 2013)

Figura 15

Grafo conexo y grafo inconexo



Fuente: diseño tomado de (Soares, 2014), el grafo mostrado (a) es conexo, en tanto el grafo (b) es inconexo

Definición 2.24 (Árbol) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Se define un árbol como un grafo que es conexo y acíclico (no contiene ciclos). (Pakhrou & Tijani, 2013)

Definición 2.25 (Bosque) Dado un grafo acíclico $G = (V, E)$. Se llama bosque a todo acíclico. Todo bosque es una unión disjunta de árboles. (Pakhrou & Tijani, 2013)

2.3. Teoría de redes

El termino Red se suele referir a sistemas reales y el termino Grafo se refiere a la representación matemática de una red. La distinción se realizará cuando sea pertinente; sin embargo, en la mayoría de los casos, ambos términos se emplearán de manera intercambiable.

Definición 2.26 (Red de flujo) Dado un grafo dirigido $G = (V, E)$. Se define una red de flujo como la terna denotada por $R = [V, E, q]$, donde:

- 1) V es el conjunto de nodos con $|V| = n$.
- 2) $E = \{(u, v) / u, v \in V, \text{es posible movilizarce de } u \text{ a } v\}$

- 3) $q: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ es la función de capacidad que asigna a cada arista $(u, v) \in E$ la capacidad máxima de transporte de u a v . (Flores, 2021)

Definición 2.27 (Flujo Factible) Sea $R = [V, E, q]$ una red de flujo. Se define un flujo factible como una función $f: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ que satisface las restricciones de capacidad y conservación del flujo en cada nodo (excepto fuente y sumidero). (Garcia & Mateo, 2019)

2.3.1. Teoría de redes y SIG

La Teoría de Redes es un campo interdisciplinario que estudia las estructuras y relaciones entre elementos conectados. Se enfoca en la comprensión de cómo los nodos y enlaces interactúan, influyendo en el comportamiento y dinámica del sistema. Mientras que los Sistema de Información Geografía SIG, son equipos tecnológicos que pueden almacenar, analizar, visualizar y capturar datos geográficos. Integran información espacial y atributos para tomar decisiones informadas en diversos campos, como son: urbanismo y planificación, medio ambiente y conservación, transporte, logística, salud pública, epidemiología, entre otros.

La Integración de la Teoría de Redes y SIG de entre varios permite analizar redes espaciales complejas, redes de transporte, entre otros. (Barthélemy, 2011)

2.4. Algoritmos

Al trabajar con ordenadores, estos son capaces de efectuar algunas acciones elementales como son operaciones básicas, comparar o enviar y recibir datos. Entonces para resolver problemas específicos, es necesario incorporar o que le demos ciertas instrucciones sistemáticas y coherentes al ordenador. Estas instrucciones deben tener un orden, un inicio y un fin, todo esto como si fueran pasos a seguir para llegar al objetivo esperado.

En el entorno de la programación, todos los programas se mueven mediante algoritmos, es decir el ordenador entiende los pasos de manera automática y establece algún tipo de resultados previo al análisis de la información incorporada mediante el algoritmo. (López, 2009)

El famoso Matemático y reconocido experto en ciencias de la computación Donald Knuth menciona que los algoritmos son una agrupación de instrucciones que se persiguen para solucionar un problema o ejecutar ciertas tareas asignadas. (Knuth, 1980)

En términos ordinarios, los algoritmos cumplen un papel muy importante en la programación y son utilizados para calcular ciertas tareas y dar solución a diferentes problemas de una manera más fácil y sencilla.

2.4.1. Clasificación de los algoritmos

Los algoritmos pueden ser clasificados de diversas formas, algunas categorizaciones habituales: (Cormen et al., 2012)

a) Por su esencia:

- Definitivos: Siempre generan un resultado idéntico para una entrada determinada.
- Sin determinismo: Es posible que generen diversos resultados para la misma entrada.

b) Por su objetivo:

- Procedimientos de búsqueda: Identifican un componente en una estructura de datos.
- Procedimientos de organización: Se organizan elementos en una secuencia determinada.
- Procedimientos de optimización: Encuentran la solución óptima entre numerosas alternativas disponibles.

c) Por su sofisticación:

- Procedimientos de tiempo invariable: La duración de su ejecución no está determinada por el tamaño de la entrada.
- Procedimientos de tiempo lineal: Su periodo de ejecución se amplía de manera lineal, en función del tamaño de la entrada.
- Procedimientos de tiempo polinómicos: Su tiempo de ejecución se acrecienta en función de la dimensión de la entrada.

d) Por su orientación:

- Procedimientos recursivos: Se convocan a sí mismos para solucionar inconvenientes.
- Procedimientos iterativos: Emplean ciclos para la repetición de operaciones.

e) Debido a su metodología de diseño:

- Divide y triunfará: Dividan el problema en subproblemas de menor envergadura y los resuelven de manera individual.
- Planificación dinámica: Resolución de problemas mediante el almacenamiento de soluciones de subproblemas ya solucionados.
- Procedimientos implacables: Realizan decisiones locales idóneas con la expectativa de hallar una solución global óptima.

2.4.1. Particularidades de los algoritmos

Dentro de las particularidades más importantes de los algoritmos tenemos: (Cormen et al., 2012)

- a) **Claridad:** Un algoritmo tiene que expresarse de manera clara y sin ambigüedades, cada proceso se debe definir con exactitud y precisión.
- b) **Entradas bien definidas:** Un algoritmo podrá tener más de una entrada bien definida.
- c) **Salidas bien definidas:** Un algoritmo podrá tener una o más salidas que están relacionadas con las entradas.
- d) **Finitud:** Un algoritmo debe ser finito, es decir, debe finalizar posterior a un número finito de pasos.
- e) **Factibilidad:** Un algoritmo debe ser ejecutable con los recursos disponibles.
- f) **Independencia del lenguaje:** Un algoritmo debe ser autónomo del lenguaje de programación en el que se implemente.
- g) **Secuencialidad:** Las instrucciones de un algoritmo deben ejecutarse en un orden específico.
- h) **Precisión y especificidad:** Las instrucciones deben ser directas y fáciles de seguir.

2.4.2. Representación de algoritmos

Los algoritmos se pueden representar de varias maneras, dependiendo del contexto y del nivel de referencia que se necesite. Aquí tienes algunas de las formas más comunes: (Cormen et al., 2012)

- a) **Pseudocódigo:** Es una visualización abstracta de un algoritmo que combina lenguaje natural con estructuras típicas de programación, permitiendo comprender su lógica sin hacerse dependiente de la sintaxis de

un lenguaje específico. Es una visualización de alto nivel de un algoritmo que utiliza una mezcla de lenguaje natural y estructuras de control de programación. Es útil para entender la lógica sin alarmarse por la sintaxis específica de un lenguaje de programación.

- b) **Diagramas de flujo:** Son caracteres visuales de algoritmos que ilustran la secuencia de operaciones mediante símbolos estandarizados, como rectángulos para procesos, rombos para decisiones y flechas para el flujo de ejecución.
- c) **Lenguajes de programación:** Los algoritmos también se pueden escribir directamente en un lenguaje tal como son Python, Java o C++. Esta representación es necesaria para que el algoritmo pueda ser ejecutado por una computadora.
- d) **Tablas de decisión:** Son útiles para representar algoritmos que dependen de múltiples condiciones. Cada fila de la tabla representa una combinación de condiciones y la acción correspondiente.
- e) **Diagramas Nassi-Shneiderman:** Son una alternativa a los diagramas de flujo que representan la estructura de control de un algoritmo de manera más compacta y sin cruces de líneas.

Estas representaciones ayudan a visualizar y entender mejor los algoritmos, facilitando su diseño, análisis e implementación.

2.4.3. Algoritmo de Dijkstra

El algoritmo de Dijkstra es un procedimiento para localizar el camino más corto entre dos nodos en un grafo etiquetado, donde estos pesos simbolizan las distancias o costos entre los vértices. Este fue propuesto por el reconocido informático holandés Edsger W. Dijkstra en 1956 y se ha convertido en uno de los algoritmos más importantes en la teoría de grafos y en aplicaciones prácticas como la navegación GPS y las redes de comunicación. Dentro de sus principales características. (Serna, 2009)

- a) **Funciona en grafos ponderados:** Puede manejar grafos donde las aristas tienen diferentes pesos.
- b) **No admite medidas negativas:** El algoritmo no marcha correctamente si hay aristas con medidas negativas.

- c) **Utiliza una cola de prioridad:** Para elegir el nodo con el menor trayecto almacenado en cada paso.

El algoritmo de Dijkstra admite localizar el camino más corto entre nodos o vértices en un grafo donde las conexiones tienen valores o costos asociados, (Serna, 2009), se sigue estos pasos:

a) **Inicialización:**

- Contrasta la distancia inicial del nodo de origen y la distancia a los demás nodos.
- Contrasta todos los nodos como no visitados. Crea un conjunto de nodos no visitados.

b) **Seleccionar el nodo con la menor distancia:**

- Se elige el nodo no visitado con la menor distancia acumulada. Este nodo se convierte en el nodo actual.

c) **Actualizar las distancias:**

- Para el nodo actual, considera todos sus colindantes no visitados.
- hallar la distancia total desde el nodo de origen hasta cada vecino a través del nodo actual.
- Si esta nueva distancia es menor que la distancia registrada previamente para ese colindante, actualiza la distancia.

d) **Marcar el nodo como visitado:**

- Tras evaluar todos los nodos adyacentes al nodo actual, este se marca como visitado, lo que implica que no será procesado nuevamente.

e) **Repetir:**

- Itera desde el paso b) hasta el d) mientras existan nodos no visitados o hasta que se determine la distancia mínima al nodo de destino.

f) **Reconstruir el camino:**

- Si necesitas el camino más corto, no solo la distancia, reconstruye el camino desde el nodo de destino al nodo de origen utilizando la información de las distancias mínimas calculadas.

Figura 16

Pseudocódigo

```

inicio:  $\Omega$ ;  $v_p$ ;  $L = \{v_p\}$ ;  $D = \Omega(p, :)$ 
mientras sea  $V - L \neq \emptyset$ 
    tomar  $v_k \in V - L$  con  $D(k)$  mínimo
    hacer  $L \cup \{v_k\}$ 
    para cada  $v_j$  de  $V - L$ 
        si  $D(j) > D(k) + \Omega(k, j)$ 
            hacer  $D(j) = D(k) + \Omega(k, j)$ 
        fin
    fin
fin

```

Fuente: diseño y elaboración propia

Este pseudocódigo muestra cómo se inicializan las distancias, se seleccionan los nodos con la menor distancia, se actualizan las distancias y se repite el proceso hasta que se hayan visitado todos los nodos.

2.4.4. Orden del algoritmo de Dijkstra

Ingreso: Grafo dirigido y con dirección de n vértices medidas positivas; a y z vértices distintos tales que existe algún camino de a a z .

Retorno: medida de un camino de costo mínimo de a y z

Primer paso: Se define $S_0 = a$, $T_0 = V$. Se asigna a cada vértice v en V un valor tal como se ve: $L(v) = 0$ si $v = a$ y $L(v) = \infty$ para $v \neq a$

Segundo paso: Se construyen las agrupaciones $S_0, S_1, \dots, S_{i-1}$. Luego formamos $T_{i-1} = V \setminus S_{i-1}$ si $z \in S_{i-1}$ y precisamos $S = S_{i-1}$ y estancamos la construcción. Si no es así, seleccionamos el primer vértice u en T_{i-1} con la menor etiqueta, esto es, $L(u) = \min\{L(v) \mid v \in T_{i-1}\}$

Luego definimos $u_{i-1} = u$, $S_i = S_{i-1} \cup \{u_{i-1}\} = \{u_0, u_1, \dots, u_{i-1}\}$ (decimos que u entra), $T_i = V \setminus S_i$ y para cada vértice v en T_i adyacente a u removemos su etiqueta $L(v)$ por la nueva etiqueta $\min\{L(v), L(u) + p(u, v)\}$

es decir, así actualiza la etiqueta de los vecinos de u por fuera de S_i .

Tercer paso: Si $i = n$, decimos $S = S_n$ y nos estancamos. Si $i < n$, hacemos $i = i + 1$ y retornamos al Paso 2.

El algoritmo de Dijkstra culmina en el instante en que hallamos el primer índice m para el cual $z \in S_m$. En ese período, $S = S_m$. (Salas, 2008)

2.4.5. Corrección del algoritmo de Dijkstra

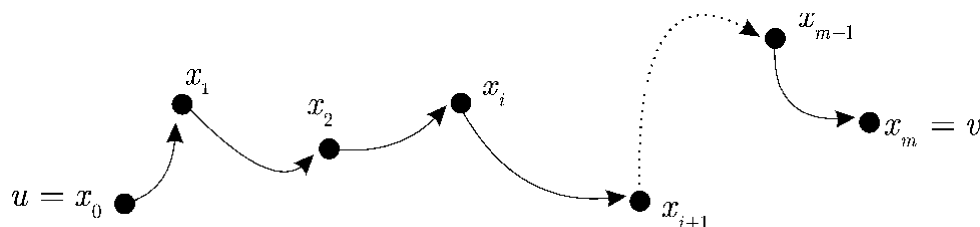
Veamos que un dígrafo consiste en un par $G(V, E)$ donde V forma un conjunto y E representa una relación que no es reflexiva sobre V , lo que significa que es un subconjunto de $V \times V$ tal que $(x, x) \notin E$ para cada $x \in V$. Nos referimos a V como la agrupación de vértices y que E es la agrupación de aristas.

En adelante, asumiremos que V es finito. Para una arista dada (u, v) , afirmamos que los vértices u y v son adyacentes y que la arista le está vinculada en (u, v) . Se denomina camino de u a v , expresado como $u - v$, a todo proceso finito de vértices $u = x_0, x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{m-1}, x_m = v$ de tal manera (x_i, x_{i+1}) es una arista, con $i = 0, 1, \dots, m-1$, por la enunciación es un camino.

(Salas, 2008)

Figura 17

presentación de un camino $u - v$



Fuente: el grafico presenta un camino de longitud m , con vértice inicial u , el vértice final v y $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$ vértices internos.

Un dígrafo es ponderado, si a cada a arista (u, v) se le establece una cifra real, expresado por $p(u, v)$ a la cual se llama peso. En lo posterior expresaremos un dígrafo ponderado G con pesos positivos $p(u, v) > 0$ para toda arista $(u, v) \in E$. El peso del camino se expresa como la agrupación de los pesos de sus aristas:

$$p(u, v) = p(x_0, x_1) + p(x_1, x_2) + \dots + p(x_{m-1}, x_m)$$

Se dice que un camino tiene costo mínimo si no se puede hallar ningún camino de u a v , cuyo peso sea menor que $p(u-v)$. Dicho de otra manera, dado cualquier camino de u a v

$$u = y_0, y_1, \dots, y_{k-1}, y_k = v$$

se tiene que dar lo siguiente expresión

$$p(u, y_1) + (y_1, y_2) + \dots + p(y_{k-1}, v) \geq p(u-v)$$

Sea $G(V, E)$ un grafo dirigido con un valor numérico positivo de n vértices. Asumamos que a y z son dos vértices en V , de modo que $z \neq a$ y existe al menos un camino de a a z . El objetivo primordial radica en encontrar un camino $a-z$ de costo mínimo, el problema en mención y otros problemas similares se soluciona de forma eficaz a través el algoritmo de Dijkstra.

El algoritmo comienza en el vértice a y levanta un camino de costo mínimo

$$a = u_0, u_1, \dots, u_{m-1}, u_m = z$$

tal que $a-u_i$ es un camino de costo mínimo para cada $i = 0, 1, \dots, m$.

(Salas, 2008)

Teorema 4. Al concluir la ejecución del algoritmo de Dijkstra se tiene que, para todo $u \in S$ con $u \neq a$,

- a) Cualquier camino $a-u$ tiene peso al menos $L(u): L(u) \leq p(a-u)$
- b) Existe un camino de a a u de peso igual a $L(u)$. En particular, $L(u)$ es finita: $L(u) < \infty$

Demostración. La evidencia se realiza por el método de inducción para $i \geq 1$.

Sea $i = 1$. Primeramente (esto se da, anterior al segundo paso) $S_0 = \{a\}$, $T_0 = V$.

Veamos qué $z \notin S_0$.

Conforme al segundo paso, se escoge el vértice a por tener la mínima etiqueta (los otros vértices poseen etiqueta $\infty > 0$), luego se ve que el vértice $a = u_0$ entra y $S_1 = \{u_0\}$. Por consiguiente $T_1 = V \setminus S_1$.

Por hipótesis, vemos que consta al menos un camino de a a z . Sea $a = u_0, u_1, \dots, u_{m-1}, u_m = z$, el mencionado camino.

Entonces $x_1 \in T_1$ es un colindante de u_0 , pues la agrupación de los contiguos de u_0 por fuera de S_0 es no vacío. Tomando en cuenta el segundo paso, restituimos las etiquetas de los colindantes. Sea v cualesquiera de ellos. Su etiqueta nueva es:

$$\min\{L(v), L(a) + p(a, v)\} = \min\{\infty, 0 + p(a, v)\} = p(a, v)$$

Según lo anterior, vemos que la etiqueta de v se cambia por la medida de la arista (a, v) . Tomemos a un u_1 que es un colindante con la menor etiqueta, aquí el colindante más cercano a $u_0 = a$, podría existir más de uno, en esa situación se escoge cualesquiera de los mencionados), es decir,

$$L(u_1) = \min\{p(a, v) \mid v \in T_1, \text{ siendo } v \text{ un colindante de } a\} = p(a, u_1)$$

Sea $a = u_0, u_1, \dots, u_{m-1}, u_m = z$ cualquier camino $a - z$. Se tiene:

$$L(u_1) \leq p(a, x_1) \leq p(a, x_1) + p(x_1, x_2) + \dots + p(x_{m-1}, z) = p(a - z)$$

de tal manera que la situación **a)** se verifica para $i = 1$. Y se ve también que **b)** es verdadera, puesto que a, u_1 es un camino $a - u_1$ de medida:

$$p(a - u_1) = p(a, u_1) = L(u_1).$$

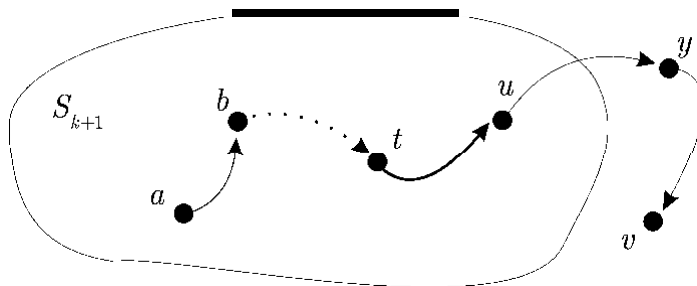
acorde con las primeras explicaciones se tiene que el teorema es válido para $i = 1$.

Ahora, supongamos que el teorema cumple para los vértices $u_i \in S$ con $1 \leq i \leq k$. Notemos que el teorema es válido también para el vértice u_{k+1} .

Ahora tomemos cualquier camino de a a $v = u_{k+1}$

Figura 18

Un camino arbitrario $u - v$

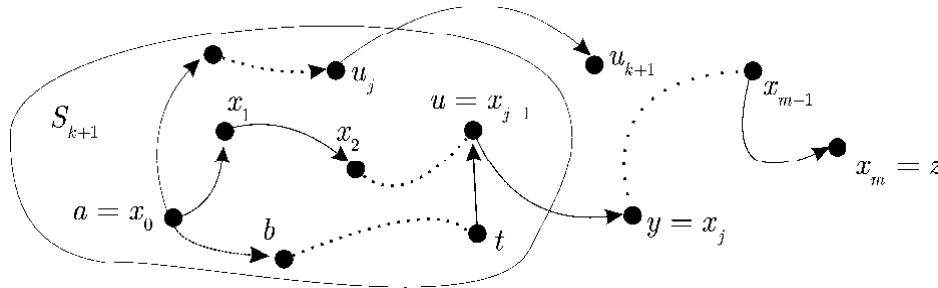


Fuente: camino en donde el vértice inicial es a y vértice final v , con vértices internos $b, \dots, t, u, y$

Vemos que $L(v) \leq p(a-v)$. Si esta desigualdad fuese falsa, se daría $L(v) > p(a-v)$. ahora conjeturemos que y es el primer vértice de este camino por fuera de S_{k+1} y sea u el antecesor de y en dicho camino. Entonces $u \in S_{k+1} = \{u_0, u_1, \dots, u_k\}$ De acuerdo con nuestra hipótesis inductiva, $L(u) \leq p(a-u)$ Asimismo, $L(v) = L(u_{k+1}) \leq L(y)$, al instante $L(v) \leq L(y) \leq L(u) + p(u, y) \leq p(a-u) + p(u, y) = p(a-y) \leq p(a-v) < L(v)$ lo cual viene a ser una contradicción. Por consiguiente, la parte **a)** del teorema se cumple para $i = k+1$. Conjeturemos que en el camino $a = u_0, u_1, \dots, u_{m-1}, u_m = z$ el vértice $y = x_j$ es el primero que se encuentra por fuera de $S_{k+1} = \{u_0, u_1, \dots, u_k\}$, así como se puede ver en la figura siguiente. Entonces $y = x_j$ es colindante de $u = x_{j-1} \in S_{k+1}$. (Salas, 2008)

Figura 19

Presencia de un camino de a hacia u_{k+1}



Fuente: Secuencia de caminos en donde el vértice inicial es a y vértice final z , con varios caminos internos entre ellos x_i, u_j

Por el método de la hipótesis inductiva, se tiene un camino $a, b, \dots, t, u$ de a a u de medida $L(u)$, en seguida $L(u)$ es finito. Cuando u entró a S , la etiqueta de su colindante fue actualizada, de tal manera $L(y) \leq L(u) + p(u, y) < \infty$. luego, ambos, y y u_{k+1} , están por fuera de S_{k+1} , de aquí que $L(u_{k+1}) \leq L(y) < \infty$. Originalmente (esto es, antes del segundo paso), el vértice u_{k+1} tenía etiqueta ∞ (vemos que $u_{k+1} \neq a$, puesto que $a = u_0$ y $k+1 \neq 0$). En ese preciso momento, con esto se acaba de demostrar, este vértice tiene etiqueta finita. Esto simboliza que en algún tiempo fue actualizada y cambio de ∞ a $L(u_j) + p(u_j, u_{k+1})$ para

algún j con $j \leq k$. Sin perder la secuencia se puede el valor actual de $L(u_{k+1})$, es decir, $L(u_{k+1}) = L(u_j) + p(u_j, u_{k+1})$.

De acuerdo a nuestra hipótesis inductiva, existe un camino de $a - u_j$ de medida $L(u_j)$.

Agregando a este camino la arista (u_j, u_{k+1}) obtenemos un camino de peso de modo que **b**) también cumple para $i = k + 1$. (Salas, 2008)

2.5. Medidas correspondientes a redes viales

2.5.1. Medidas de conectividad

En la teoría de redes, las medidas de conectividad son métricas que se utilizan para evaluar la capacidad de un grafo o red para mantener la comunicación entre sus nodos; mide la conectividad o cohesión, establece el grado de relación entre los vértices. Estas medidas son esenciales en el análisis de la solidez y rendimiento de una red. (Seguí & Petrus, 1991) Entre las medidas más comunes tenemos:

Definición 2.28 (Índice Beta). Sea un grafo $G = (V, E)$ con $|E| = e$ aristas y $|V| = v$ vértices. Se define el índice beta, denotado por β , como la razón entre el número de aristas y el número de vértices:

$$\beta = \frac{e}{v}$$

Un valor de β mayor que 1 indica que la red es densa y con muchas conexiones, mientras que un valor menor que 1 indica que es una red más dispersa. (Seguí & Petrus, 1991)

Definición 2.29 (Índice Gamma). Dado un grafo $G = (V, E)$ con e aristas y v vértices. Se define el índice gamma, denotado por γ , como la razón entre el número real de aristas y el número máximo posible de aristas:

$$\gamma = \frac{2e}{v(v-1)}$$

El valor del índice gamma fluctúa entre 0 y 1. Resultados próximos a 1 indican que la red es altamente conectada, es decir la red es más robusta y eficiente, ya que tiene múltiples caminos alternativos para conectar nodos, lo que reduce la probabilidad de interrupciones. Mientras que valores cercanos a 0 indican que la red posee pocas conexiones, por ende, no será eficiente la red. (Seguí & Petrus, 1991).

Definición 2.30 (Índice Alfa). Dado un grafo $G = (V, E)$ con e aristas y v vértices. Se define el índice alfa, denotado por α , como la razón entre el número real de ciclos independientes y el número máximo posible de ciclos:

$$\alpha = \frac{e - (v - 1)}{2v - 5}$$

Siendo e la cantidad de aristas y v el de nodos

Un resultado de α próximo a 1 muestra que la red es altamente conectada con muchos ciclos, mientras que un valor próximo a 0 indica una red con pocos ciclos.

2.5.2. Medidas de accesibilidad

Las medidas de accesibilidad en teoría de redes se refieren a la capacidad de los nodos para acceder a otros nodos dentro de la red. Estas medidas son cruciales para evaluar la eficiencia y la facilidad con la que la información o los recursos pueden ser compartidos en la red. Estas medidas son esenciales para diseñar y analizar redes eficientes y robustas, ya sea en el contexto de redes de computadoras, redes sociales, o cualquier otro tipo de sistema interconectado. (Seguí & Petrus, 1991)

a) Matriz de conectividad. también conocida como arreglo de conectividad, consiste en una tabla de doble entrada. Aquí se muestra el número de aristas tanto en las filas como el número de vértices en las columnas. En este arreglo las relaciones topológicas se expresan de manera binaria, con el coste de "1" indicando que los nodos están conectados por un arco y "0" cuando no lo están. Para apreciar los mejores o peores nodos conectados, es necesario

adicionar la cantidad de conexiones en sentido horizontal. Información obtenida de (Bautista, 2018).

b) Matriz topológicamente accesible. Este está compuesto por la matriz de conectividad. Los dígitos "0" de la matriz son reemplazados por los diversos recorridos entre cada nodo de la red. (Bautista, 2018)

Definición 2.31 (Índice De Shimbel). Sea un grafo $G = (V, E)$ y A su matriz de accesibilidad topológica. Se define el índice de Shimbel para un nodo x , denotado por $SHI(x)$, como la suma de las distancias mínimas desde x hacia todos los demás nodos: (Bautista, 2018)

$$SHI(x) = \sum_{y \in V} d(x, y)$$

Definición 2.32 (Índice Koning). Dado un grafo $G = (V, E)$ y un nodo $x \in V$. Se define el índice Koning para x como la distancia máxima (en número de aristas) desde x hasta cualquier otro nodo de la red: (Bautista, 2018)

$$K(x) = \max_{y \in V} d(x, y)$$

Definición 2.33 (Índice de dispersión (G)). Dado un grafo $G = (V, E)$ y el índice de Shimbel $SHI(x)$ para un nodo x . Se define el índice de dispersión como la medida de todos los índices Shimbel en el grafo G , y se denota por:

$$G = \sum SHI$$

Si conectamos el valor con el total de vértices, se tiene un índice de accesibilidad con el que es posible comparar la red con otras de tipologías similares. (Bautista, 2018)

Definición 2.34 (Índice de accesibilidad absoluta). Dado un grafo $G = (V, E)$ y el índice de dispersión G . Se define el índice de accesibilidad absoluta como el cociente entre el índice de dispersión G y el número de nodos del grafo n . Se denota por:

$$P = \frac{G}{n}$$

Con este valor es posible comparar grafos diferentes, también es posible representar en una red la accesibilidad de cada uno de sus vértices (índice de Shimbél).

Definición 2.35 (Índice omega). Sea $SHI(x)$ el índice de Shimbél para el nodo x , y sean $SHI_{\max}$ y $SHI_{\min}$ los valores máximo y mínimo de SHI en la red. Se define el índice Omega, denotado por $\Omega(x)$, como la accesibilidad relativa del nodo x :

$$\Omega(x) = \left(\frac{SHI(x) - SHI_{\min}}{SHI_{\max} - SHI_{\min}} \right) \times 100$$

Siendo el Índice de Shimbél $SHI(x)$, Shimbél con el valor más alto $SHI_{\max}$ y Shimbél con el valor más bajo $SHI_{\min}$.

Estos índices varían entre “0” y “100” respectivamente, respecto a los nodos tanto de mayor como de menor accesibilidad. (Bautista, 2018)

2.5.3. Medida de centralidad

Son métricas que permiten evaluar la importancia relativa de un nodo dentro de una red, según su posición y conexiones. Estas medidas son fundamentales para entender cómo fluye la información, qué nodos son más influyentes, y cómo se estructura una red, es decir que estas medidas se encargan de identificar la ubicación topológica de los nodos en un grafo y establecer su dominio en la región contigua. La centralidad se puede encontrar en toda la red o en cada nodo. (Bautista, 2018)

Definición 2.36 (Centralidad media). Dado un grafo $G = (V, E)$ con n vértices. Se define la centralidad media para un nodo x , denotado por $C(x)$, como el cociente entre sus índices de Shimbél y $n-1$, (n número de nodos del grafo):

$$C(x) = \frac{SHI(x)}{n-1}$$

2.6. Software grafos

EL software Grafos posee varias herramientas de análisis en su entorno de trabajo, algunos de ellos tienen la función de diseño, modelamiento, resolución y una gran capacidad de análisis. Su función principal es que el usuario tenga el control en la resolución de muchos problemas que se encuentra en la realidad social. Este software está capacitado para elaborar gráficos libremente sin necesidad de analizarlos o si falta algún dato, el software nos notifica sobre esos inconvenientes. La presentación del software grafo es muy amigable y sencillo de utilizar, dentro de su barra de herramientas se tienen diversas categorías: caminos, arboles, flujos, máximos, mínimos, entre otros que también tienen resultados muy interesantes (Rodriguez, 2003). Ver en anexo 5 la plataforma del software Grafos.

Capítulo 3: Metodología

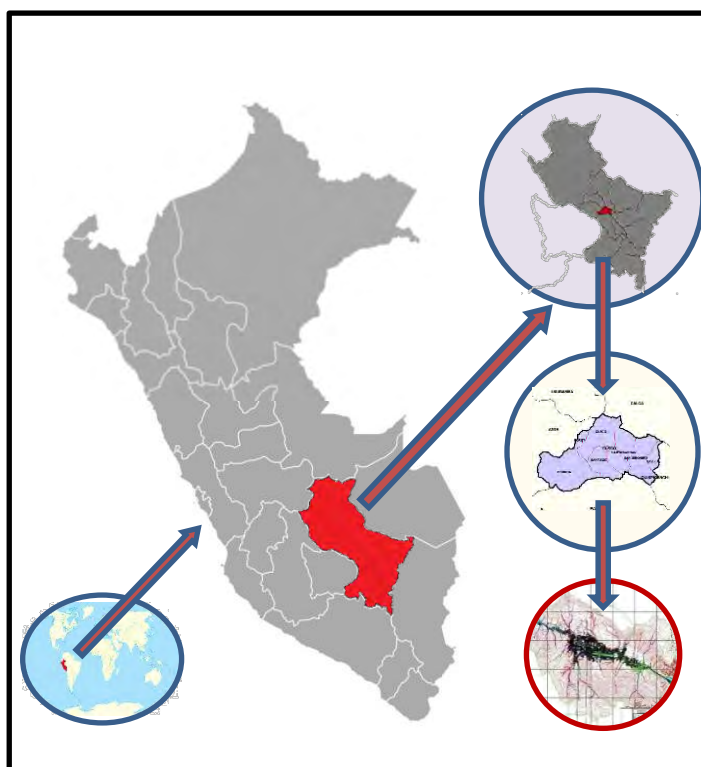
3.1. Localización y ubicación

Dentro de las provincias que constituyen el departamento del Cusco es la provincia del Cusco, esta está situada en la vertiente del cauce del río Huatanay. Las coordenadas geográficas en la cual se ubica es la siguiente: Latitud sur desde los trece grados con cero minutos y cuarenta y cinco segundos hasta los trece grados con treinta y cuatro minutos y cincuenta segundos y Longitud oeste desde los setenta y un grados con cuarenta y nueve minutos y veintisiete segundos hasta los setenta y dos grados con tres minutos y treinta y dos segundos.

En cuestión de los límites de la provincia del Cusco, cuenta con los siguientes: la provincia de Urubamba y provincia de Calca limitan por el norte; la provincia de Paruro limita por el sur, la provincia de Quispicanchi limita por el este y la provincia de Anta limita por el oeste. (INEI, 2018)

Figura 20

Espacio en el que se realiza el presente estudio



Fuente: diseño y elaboración propia

3.2. Nivel de investigación

Según su alcance, esta investigación es de tipo descriptivo explicativo con un enfoque analítico porque busca identificar las propiedades y características de la red vial de la provincia del Cusco para establecer su comportamiento. (Hernández, 2023), en tal sentido a partir de los resultados obtenidos, se busca comprender los efectos y las implicaciones de la aplicación del algoritmo de Dijkstra en la optimización de rutas

3.3. Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo aplicada, también suele conocerse por práctica o empírica de acuerdo con (Hernández, 2023), este tipo de estudio suele ponderarse por el utilizar conocimientos teóricos previamente concertados, es decir proviene de la matemática discreta, la teoría de grafos y el diseño de algoritmos en problemas reales, por dicha razón esta tesis no es meramente descriptivo. Se aplica sobre la red vial de la provincia del Cusco el algoritmo de Dijkstra a través del software Grafos con el propósito de encontrar la ruta más corta entre puntos extremos, además al optimizar la ruta se genera reducción de tiempos y menor consumo de combustibles.

3.4. Técnica de investigación

El análisis documental, la observación de los datos y el análisis de los contenidos son las técnicas de investigación más sobresalientes que se desarrollara en este estudio, las cuales serán utilizadas en la recolección de datos e información destacada para el estudio, como son: cuadros, registros, fichas, con la finalidad de recuperar contenidos que serán de gran utilidad para el avance de la investigación. (Hernández, 2023), en ese sentido utilizaremos dicha técnica para el acopio de información para el estudio.

3.5. Métodos de investigación

En este estudio se va a utilizar el método deductivo. Pues este trabajo tiene su inicio con procesos lógicos en la observación de definiciones, conceptos, teoremas y elementos generales que corresponden a la matemática, de manera que se pueda obtener una conclusión particular. (Hernández, 2023), por lo tanto, este estudio implica la modelación matemática de la red vial del Cusco, La aplicación de un algoritmo y el análisis de resultados.

3.6. Recursos tecnológicos

- a) Equipo portátil ASUS (2000) con procesador: Intel(R) Core (TM) i5 CPU, disco duro: 500 GB, sistema operativo: WINDOWS 10
- b) Dispositivo móvil UMIDIGI (2021), memoria RAM: 8GB y sistema operativo ANDROID 11
- c) Se utilizó el software GRAFOS (2003) para modelar el sistema

3.7. Instrumentos de Investigación

Los instrumentos metodológicos propios del estudio son las fichas de recojo de información, la cual sirvió para el acopio de la información, además se hizo uso de las herramientas de modelación como son el Software Grafos y el programa Office.

3.8. Validación de Instrumentos

Los datos de flujo vehicular se recolectaron en el lapso de dos semanas en diferentes horarios en la ficha que se muestra en el Anexo 2. Para garantizar que los datos sean confiables, se realizó el siguiente procedimiento de validación:

Paso 1. Comparación entre días. En 5 puntos de control (10% de la muestra), se compararon las tres mediciones realizadas en días distintos. Se calculó el promedio y la variación entre ellas.

En la calle santa cuesta de Santa Ana se tuvo el día lunes 43, 12 y 8, miércoles 41, 11 y 7 y viernes 45, 13 y 9 entre autos, buces y camiones respectivamente. Los valores entre días son muy similares, con una diferencia máxima de 2 a 3 vehículos por día.

Paso 2. Cálculo de la confiabilidad. Se utilizó el coeficiente de correlación para medir qué tan parecidos son los datos entre los diferentes días. Un valor cercano a 1 significa que los datos son muy confiables. Veamos.

- Vehículos tipo auto 0.92 con un nivel de confiabilidad excelente
- Vehículos tipo buses 0.89 con un nivel de confiabilidad bueno
- Vehículos camiones 0.91 con un nivel de confiabilidad excelente

Paso 3. Conclusión de la validación. Los tres días de medición dieron resultados muy parecidos. Esto demuestra que los datos recolectados son confiables y representan lo que realmente ocurre en el tráfico de la zona en tales horarios. Por lo tanto, los datos presentados en la Tabla 4 son válidos para ser usados en esta investigación.

3.9. Población de estudio

La población de estudio está constituida por la red vial urbana de la provincia del Cusco, que comprende el conjunto de intersecciones y segmentos viales que conectan los ocho distritos: Cusco, Wanchaq, Santiago, San Sebastián, San Jerónimo, Saylla, Poroy y Ccorca.

La provincia del Cusco tiene una extensión territorial de 617 km² (Instituto Nacional de Estadística e Informática, 2023) y cuenta con una red vial urbana compuesta por vías arteriales, colectoras y locales que facilitan la movilidad entre los diferentes distritos y zonas de la ciudad.

Para efectos de este estudio, la población se define como el total de intersecciones (nodos) y tramos viales (aristas) que conforman las principales rutas de transporte vehicular en el área urbana de la provincia.

El departamento del Cusco, conforme a los datos obtenidos en el boletín informativo, posee una extensión territorial de 72104,42 Km². (INEI, 2018). Se puede ver en la tabla 1.

Tabla 1

Extensión territorial del Cusco

PROVINCIA	SUPERFICIE (Km ²)
Jurisdicción de La convención	30061,82
Jurisdicción de Quispicanchi	7862,60
Jurisdicción de Paucartambo	6115,11
Jurisdicción de Chumbivilcas	5371,08
Jurisdicción de Espinar	5311,09
Jurisdicción de Calca	4414,49
Jurisdicción de Canchis	3999,27
Jurisdicción de Canas	2103,76
Jurisdicción de Paruro	1984,42
Jurisdicción de Anta	1876,12
Jurisdicción de Urubamba	1439,43
Jurisdicción de Acomayo	948,22
Jurisdicción de Cusco	617,00
TOTAL	72104,41

Fuente: Adaptado de datos del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI, 2023).

3.10. Muestra de estudio

3.10.1. Tipo y tamaño de muestra

Se manejó un muestreo no probabilístico intencional, seleccionando las vías de mayor flujo vehicular y que conectan los principales puntos de interés de cada distrito. La muestra quedó conformada por:

51 nodos (intersecciones) distribuidos en los ocho distritos de la provincia.

83 aristas (segmentos viales) que conectan dichos nodos, considerando el sentido de circulación.

Estos elementos representan las principales Avenidas y calles como la Avenida la cultura, Avenida Antonio lorena, Avenida el sol, Avenida Garcilaso, calle Tullumayu, vía de evitamiento, entre otras, que concentran el mayor flujo vehicular de la ciudad.

Área de estudio: La red seleccionada abarca un área de 25.2 km² con un perímetro de 88.88 km, lo que representa las zonas de mayor actividad urbana y circulación vehicular de la provincia.

3.10.2. Criterios de selección

Se seleccionaron las vías que cumplieran los siguientes criterios:

- a) Vías pavimentadas con tránsito vehicular regular.
- b) Conexión entre las plazas principales de los distritos y puntos de interés (centros comerciales, instituciones públicas, hospitales).
- c) Posibilidad de medir distancias y flujo vehicular mediante observación directa.
- d) Representatividad de los ocho distritos de la provincia.

Se excluyeron:

- a) Vías sin pavimentar o en mal estado.
- b) Calles peatonales.
- c) Vías con restricción vehicular permanente.

3.10.3. Justificación de la muestra

La muestra seleccionada es apropiada para los objetivos de esta investigación porque:

- a) Cobertura territorial completa: Incluye nodos en los ocho distritos de la provincia del Cusco.

- b) Representatividad funcional: Las vías seleccionadas son las de mayor uso y concentran el principal flujo vehicular de la ciudad.
- c) Viabilidad metodológica: Permite recolectar datos precisos de distancias (mediante Google Earth) y flujo vehicular (mediante conteo directo).
- d) Suficiencia para el objetivo: La muestra es adecuada para demostrar la aplicabilidad del algoritmo de Dijkstra en la optimización de rutas en una red vial urbana real.

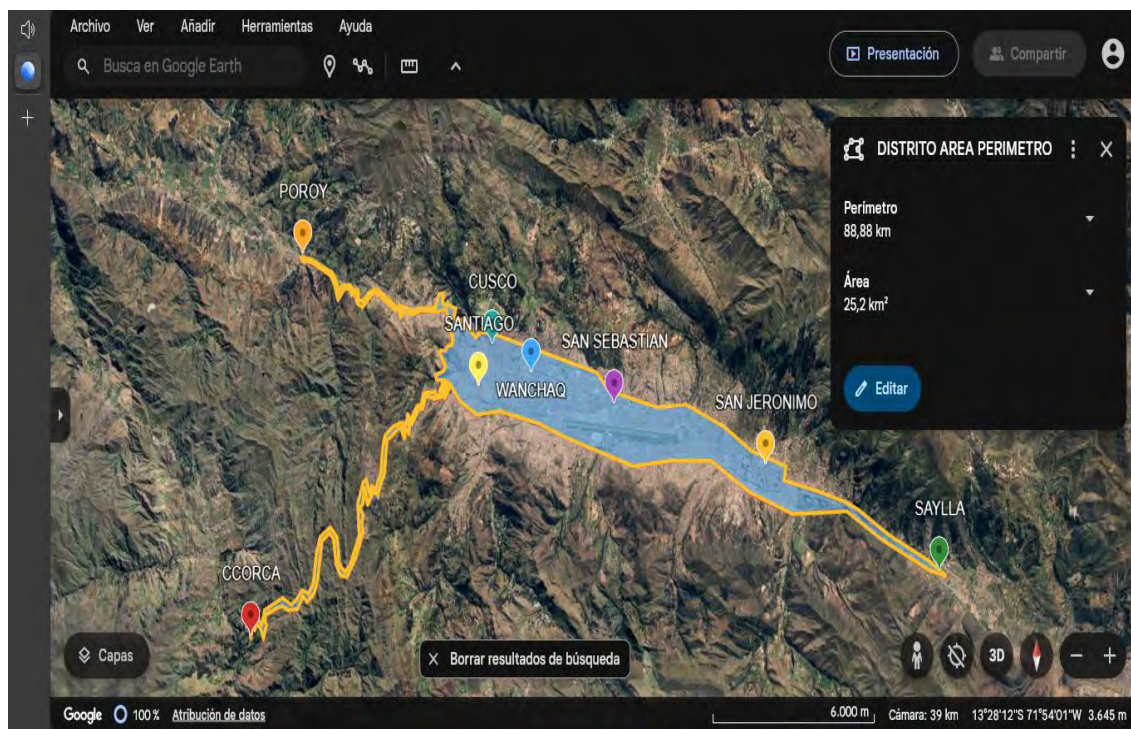
Aunque la muestra no incluye la totalidad de vías de la provincia, representa las rutas más importantes para la movilidad urbana y permite cumplir con el propósito del estudio: analizar y optimizar rutas de transporte mediante teoría de grafos. (Hernández, 2023)

3.11. Delimitación del área de estudio

Para el presente estudio se tomó como apoyo a (Google, s.f.), se optó por determinar el área correspondiente a cada distrito de la Provincia de Cusco, se seleccionó las vías más representativas de cada distrito, este tiene un área total de $25,2\text{ km}^2$ y perímetro de $88,88\text{ km}$.

Figura 21

Delimitación del área de estudio



Fuente: diseño adaptado de la plataforma Google Earth

3.11.1. Red vial del centro de la ciudad del Cusco

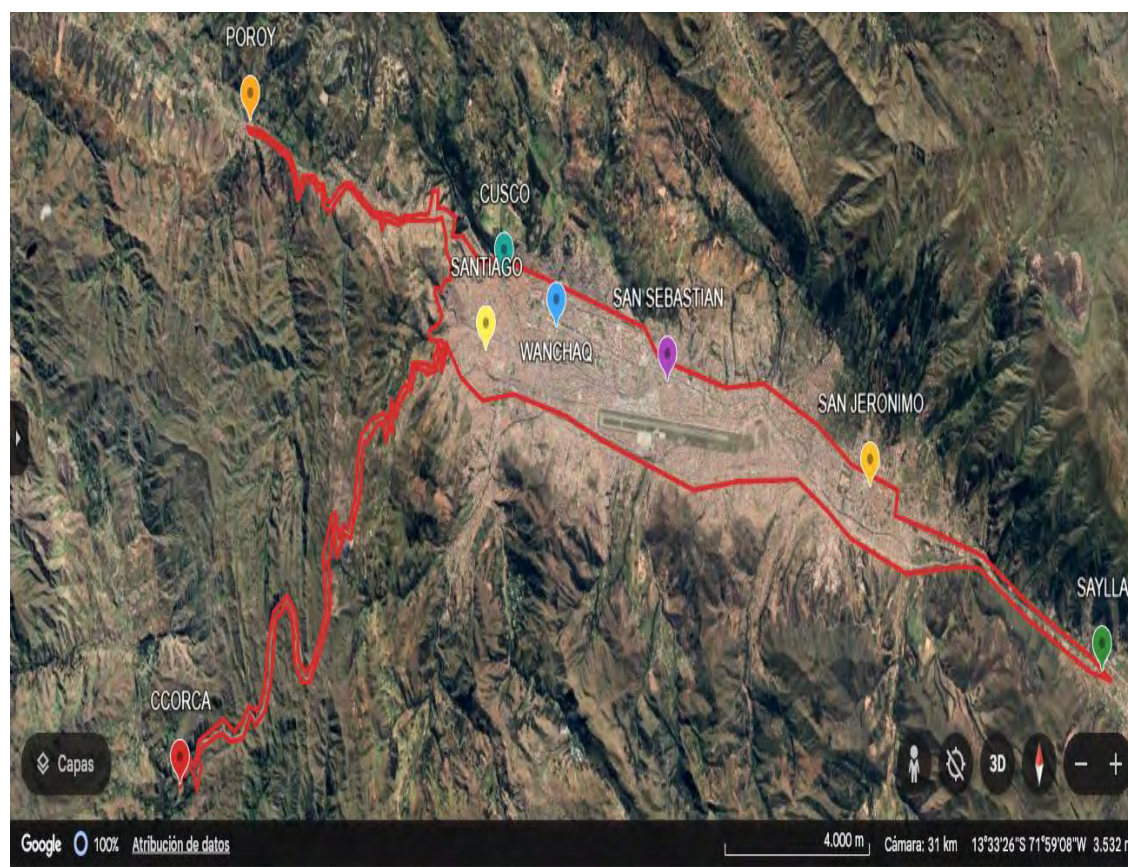
Para el presente estudio se considera puntos de paso en los distritos del Cusco, el espacio de trabajo considerado para hacer el estudio tiene un área total de $25,2\text{ km}^2$ y perímetro de $88,88\text{ km}$.

De la definición mostrada se conoce que un grafo posee ciertos componentes denominados nodos y arcos, para el estudio consideramos lo siguiente:

Un nodo viene a ser la intersección que se da entre las calles, en el estudio, los nodos son las intersecciones que hay en el espacio específico. Mientras que el arco son las calles que confluyen en las intersecciones, ver figura 22

Figura 22

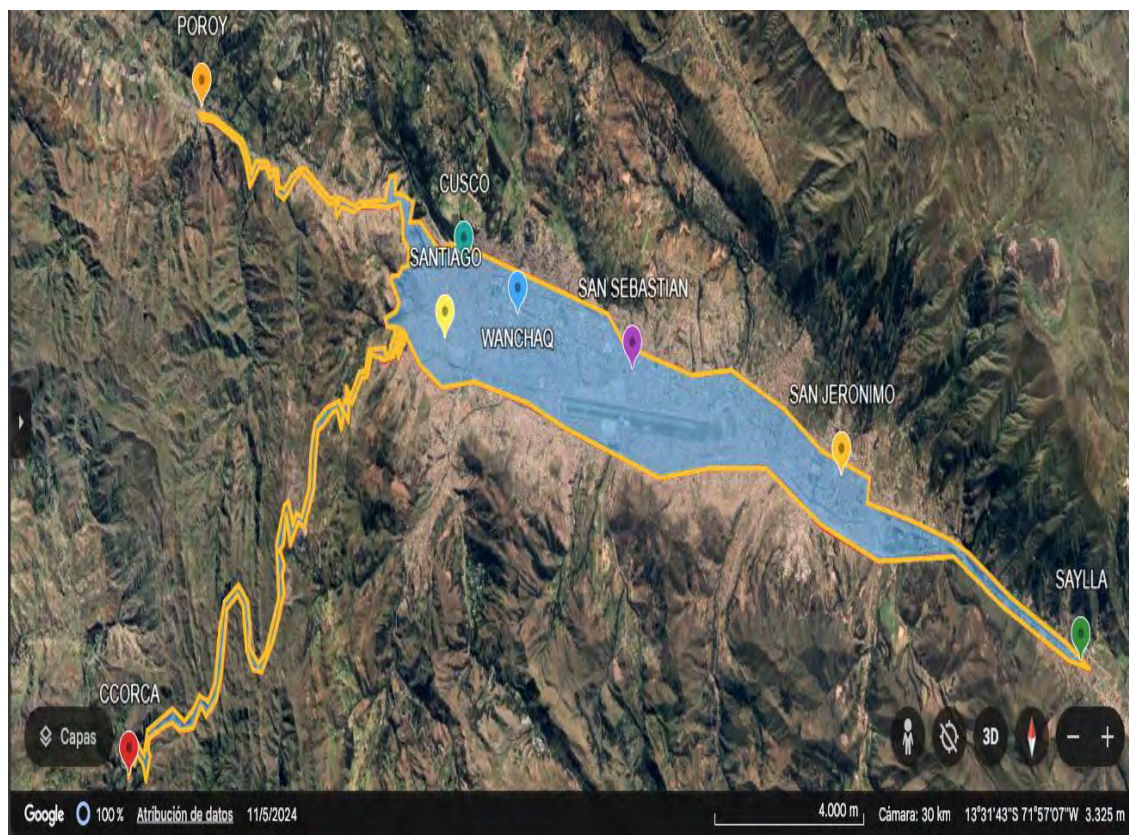
Vista satelital del Cusco con sus ocho Distritos



Fuente: representación con la plataforma de Google Earth

Figura 23

Vista satelital de la Limitación del Área de estudio



Fuente: diseño y elaboración propia de la plataforma Google Earth

La información es obtenida directamente de los soportes de información geográfica, se tiene varios en el mercado de la web, pero entre los más amigables tenemos los soportes de información como son el Google Earth, Google Earth Pro y Google Map. En estos espacios digitales se puede apreciar una vista satelital de todos los lugares, y especialmente de nuestro lugar de estudio. En términos simples es posible apreciar el mundo en imágenes a través de estas plataformas de información geográfica.

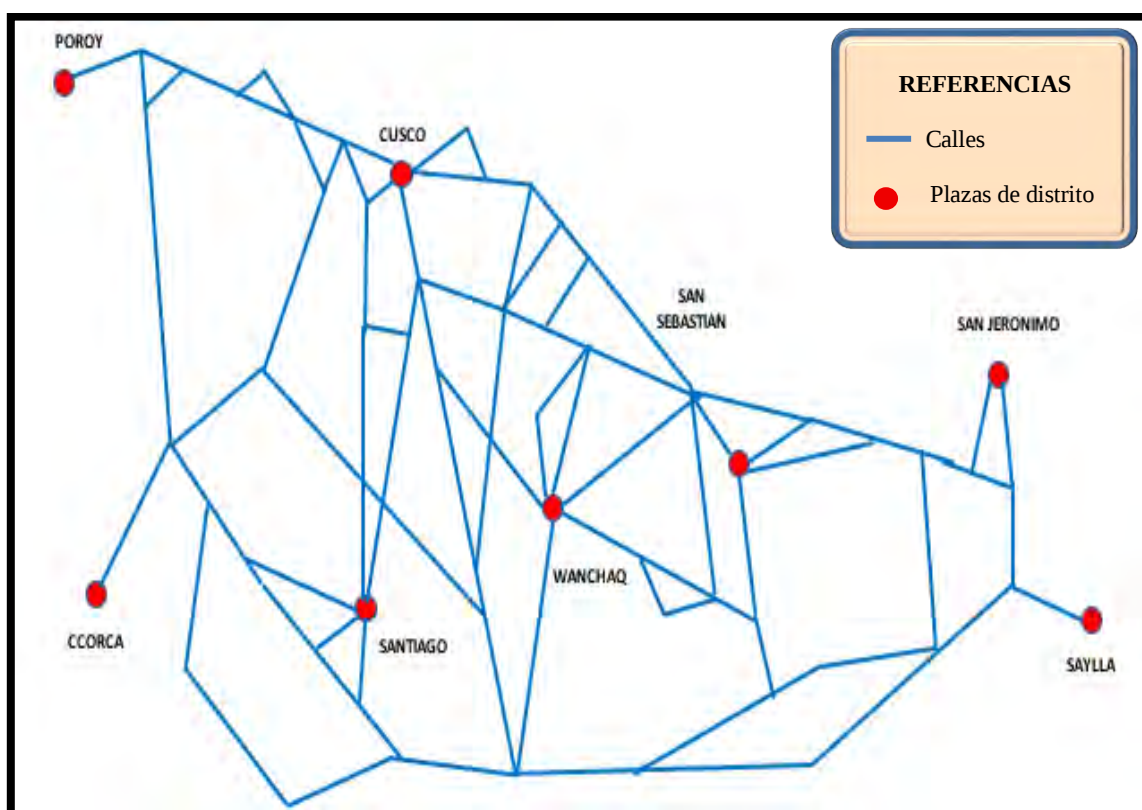
Ahora que ya se tiene delimitado el área de estudio, se procede con el reconociendo las redes de transporte, sus calles y esquinas serán representadas mediante nodos y arcos.

3.11.2. Simbolización del área de estudio

Ya teniendo el área de estudio correspondiente, ahora se inicia con la simbolización de las calles con mucha más afluencia de vehículos para poder encontrar la cantidad de nodos y vértices en el espacio de trabajo, para este efecto se utilizó los servicios de Google Earth y el editor de Microsoft Office.

Figura 24

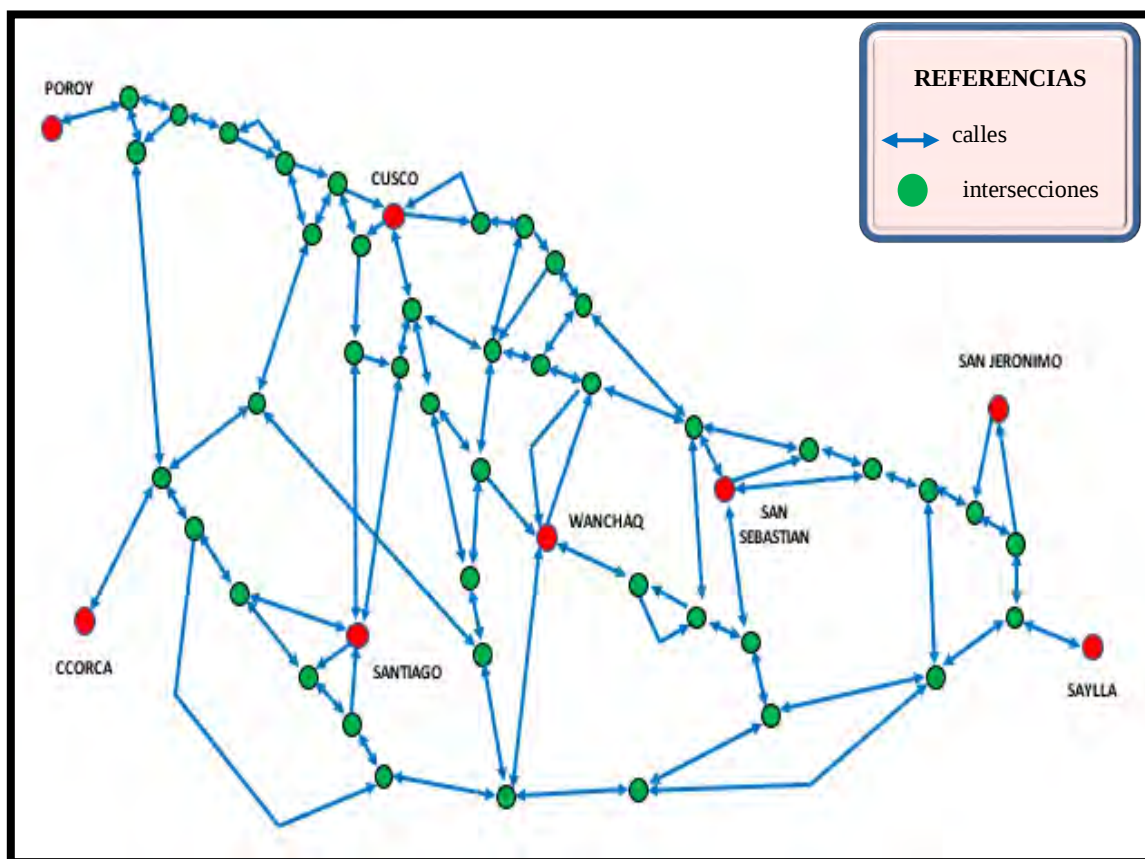
Simbolización del Espacio de Trabajo



Fuente: diseño y elaboración propia

A continuación, se tiene el espacio de estudio adecuadamente representado mediante nodos y arcos, asimismo se consigue apreciar el sentido de tránsito de las diferentes y respectivas calles. A manera de referencia los puntos de color rojo son las plazas principales de los Distritos del Cusco, los puntos de color verde vienen a ser la intersección de las calles que a posterior se denominaran nodos o vértices y las saetas de color celeste son las diferentes calles que unen cada los diferentes distritos, a estas calles más adelante se les denominará arco o arista.

Figura 25

Sentido de tránsito de las calles*Fuente: diseño y elaboración propia*

Capítulo 4: Resultados y Discusión

4.1. Teoría de grafos en la red vial de la provincia del Cusco

4.1.1. Nodos o vértices

En el espacio de trabajo se cuenta con un total de 51 nodos, estos nodos vienen a hacer la intersección de las calles de nuestra red de transporte. A continuación, en la tabla contigua se muestra la ubicación de los nodos y en el gráfico respectivo se puede apreciar que los puntos de color rojo son las plazas principales de los Distritos del Cusco y los puntos de color verde vienen a ser los nodos o vértices.

Tabla 2

Nodos considerados para el estudio

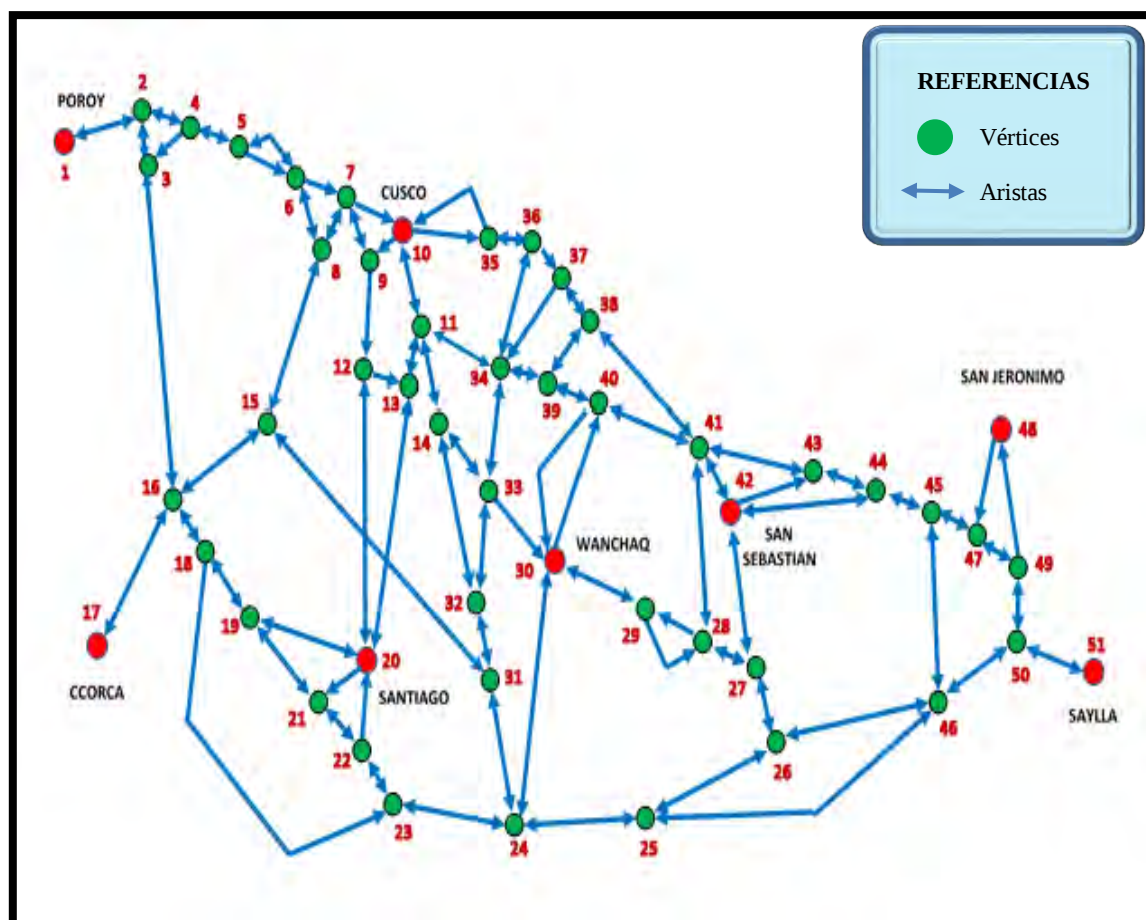
NODO	INTERSECCIÓN DE LAS CALLES
1	Plaza del Distrito de Poroy
2	Carretera Longitudinal de la sierra sur con Tomasa Tito Condemayta
3	Carretera Longitudinal de la sierra sur con Jirón Santa Ana
4	Jirón Santa Ana con Av. Humberto Vidal Unda
5	Av. Humberto Vidal Unda con Calle de la Raza
6	Av. Abancay con Cuesta de Santa Ana
7	Cuesta de Santa Ana con Tambo de Montero
8	Av. Apurímac con Av. Arcopata
9	Calle Meloc con Calle Siete Cuartones
10	Plaza de Armas del Cusco
11	Av. Sol con Calle Ayacucho
12	Plaza San Francisco con Calle Santa Clara
13	Matara con Ayacucho
14	Av. Sol con Av. Garcilaso
15	Av. Del Ejercito con Calle Precursores
16	Av. Antonio Lorena con Calle Precursores
17	Plaza del Distrito de Ccorca
18	Av. Antonio Lorena con Prolongación Dignidad Nacional
19	Calle Francisco Pizarro con Av. Antonio Lorena
20	Plaza del Distrito de Santiago
21	Calle Tambopata con Av. Antonio Lorena
22	Calle Santísimo con Av. Antonio Lorena
23	Prolongación Grau con Calle Carlos Ugarte
24	Óvalo de Pachacúteq
25	Óvalo Libertadores
26	Vía Expresa con Diego de Almagro
27	Calle Francisco Bolognesi con Diego de Almagro
28	Republica del Perú con Prolongación Tupac Amaru
29	Av. Huayruropata con Jr. Calca
30	Plaza Tupac Amaru del Distrito de Wanchaq
31	Av. Del Ejercito con Alameda Pachacúteq
32	Av. Sol con Av. Tullumayu
33	Av. Tullumayu con Av. Garcilaso
34	Óvalo de Rimaqpampa
35	Calle San Agustín con Santa Catalina Ancha

36	Av. Tullumayu con Calle Ruinas
37	Calle Recoleta con Calle Collacalle
38	Calle Recoleta con Calle retiro
39	Calle Retiro con Av. La Cultura
40	Óvalo Garcilaso
41	Av. Manantiales con Av. La cultura
42	Plaza del Distrito de San Sebastián
43	Calle Bolívar con Av. la Cultura
44	Av. Cusco con Av. La Cultura
45	Calle Ciro Alegría con Av. La cultura
46	Vía de Evitamiento con Calle Ciro Alegría
47	Av. La Cultura con Calle Suárez
48	Plaza del Distrito de San Jerónimo
49	Av. La Cultura con Calle Fray Domingo Cabrera
50	Vía de Evitamiento con Av. La Cultura
51	Plaza del Distrito de Saylla

Fuente: elaboración propia a partir de las intersecciones de las calles

Figura 26

Nodos o Vértices apreciados a partir de la Tabla 3



Fuente: elaboración propia

4.1.2. Arcos o aristas

El espacio de estudio posee 83 arcos o aristas, se entiende como arcos o aristas a las diversas calles, avenidas, jirones que se tienen en sitio de estudio, estos datos están visibles en la tabla, en la cual muestra la cantidad de arcos que vienen a ser el equivalente de calles que son parte del estudio, además también se puede apreciar en el gráfico de que las saetas o líneas de color celeste que unen las diferentes calles que se tienen en los diversos distritos, también veremos que los puntos de color rojo son las plazas principales de cada Distrito. A continuación, se muestran tanto la tabla como el gráfico sobre los arcos o aristas.

Tabla 3

Aristas consideradas para el estudio

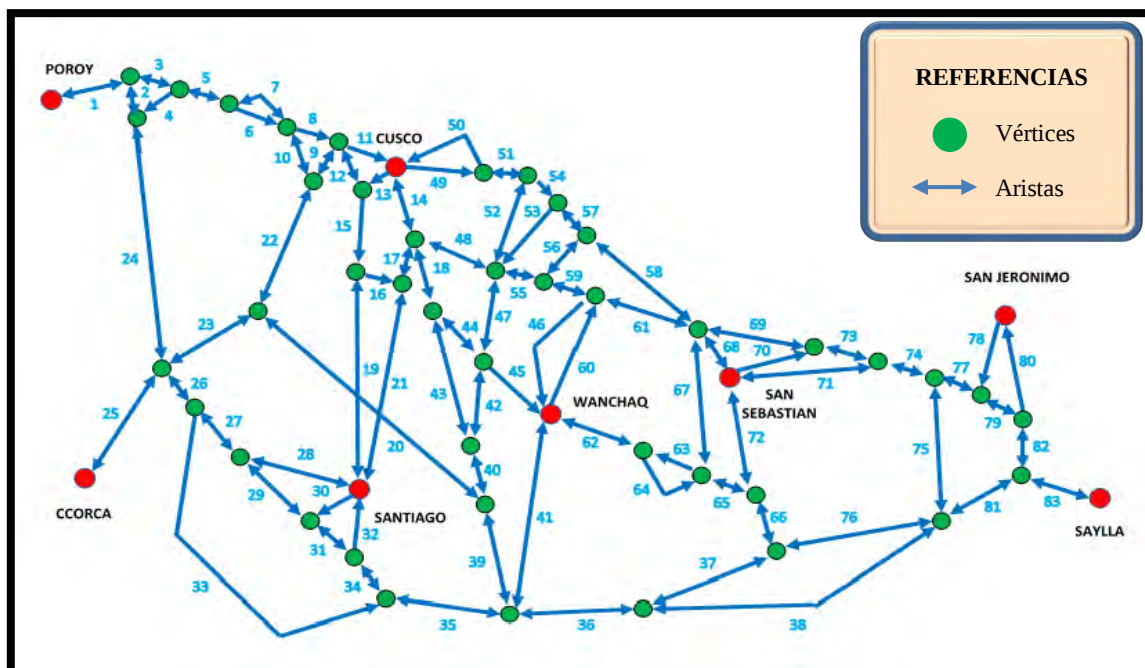
ARISTAS	NOMBRE DE CALLES	ARISTAS	NOMBRE DE CALLES
1	Carretera a Poroy	43	Av. Sol
2	Carretera a Poroy Tícatica	44	Av. Garcilaso
3	Tomasa Tito Condemayta	45	Av. Garcilaso, Av. Tomasa Tito
4	Jirón Santa Ana	46	Av. Ramon Z., Tito Condemayta
5	Prolongación Humberto Vidal	47	Tullumayu
6	Calle de la Raza	48	San Agustín, Maruri
7	Prolongación Humberto Vidal	49	Santa Catalina Ancha
8	Cuesta de Santa Ana	50	Herrajes, Sunturwasi
9	Av. Arcopata	51	Ruinas
10	Av. Abancay	52	Av. Tullumayu
11	Tambo de Montero, platero	53	Collacalle
12	Meloc	54	Calle Recoleta
13	Mantas, Siete Cuartones	55	Av. La Cultura
14	Av. Sol cuadra 1 y 2	56	Calle Retiro
15	Meloc, Tordo, Arones	57	Calle Recoleta
16	Mesón de la Estrella, Matara	58	Av. Collasuyo, Manantiales
17	Ayacucho Cuadra 1 y 2	59	Av. La Cultura
18	Av. Sol, altura Coreo	60	Calle Tupac Amaru
19	Av. Santiago, Santa clara	61	Av. La Cultura
20	Av. Ejercito	62	Av. Huayruopata
21	Plazoleta Belén, Ayacucho	63	Prolongación Tupac Amaru, Jirón Espinar
22	Av. Arcopata	64	Jirón Calca, Prolongación Tupac Amaru
23	Calle los Precursores	65	República del Perú, Calle Bolognesi
24	Carretera a Poroy Tícatica	66	Diego de Almagro
25	Carretera a Ccorca	67	Republica del Perú
26	Av. Antonio Lorena, Puquin	68	Av. Cusco

27	Av. Antonio Lorena, Almudena	69	Av. La Cultura
28	Francisco Pizarro, mascarones	70	Calle Bolívar
29	Av. Antonio Lorena	71	Av. Cusco
30	Calle Tambopata	72	Diego de Almagro
31	Av. Antonio Lorena	73	Av. La Cultura
32	Calle Santísimo	74	Av. La Cultura
33	Prolongación Dignidad Nacional	75	Calle Ciro Alegría
34	Prolongación Grau	76	Vía Expresa Sur
35	Carlos Ugarte, Ovalo	77	Av. La Cultura
36	Av. 28 de Julio	78	Calle Suárez
37	Vía Expresa	79	Av. La Cultura
38	Vía de Evitamiento	80	Calle Fray Domingo
39	San Martin	81	Vía de evitamiento
40	Alameda Pachacúteq	82	Av. La Cultura
41	Av. Infancia, Manco Cápac	83	Carretera Cusco Saylla
42	Av. Tullumayu		

Fuente: elaboración propia a partir de la visualización de las calles

Figura 27

Arcos o Aristas consideradas a partir de la Tabla 4



Fuente: elaboración propia

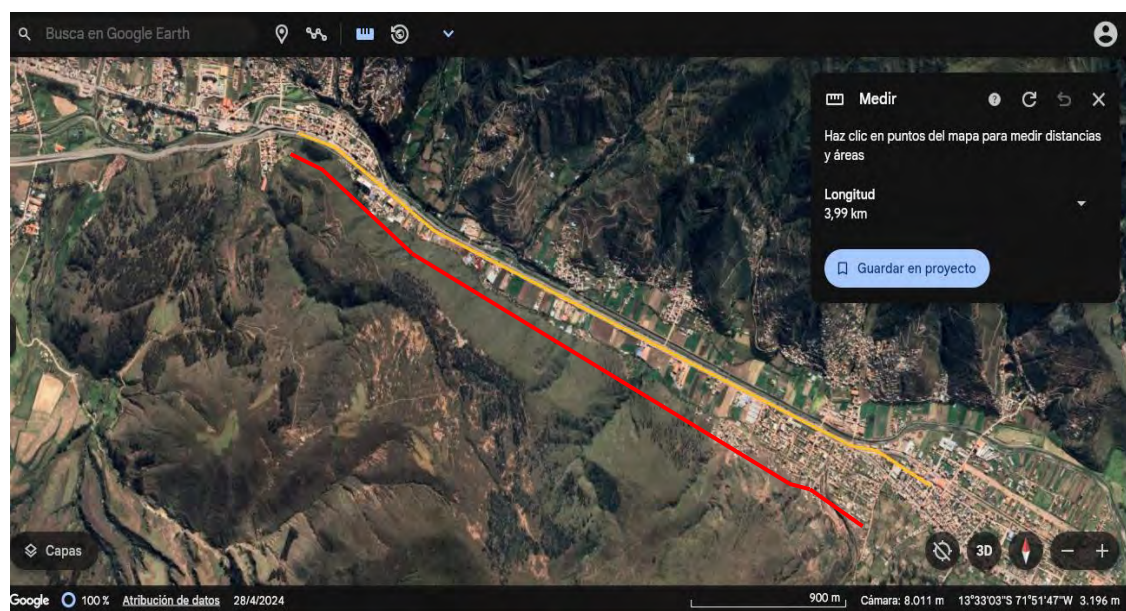
Ya teniendo la distribución del sentido de las calles, se procede a hacer el levantamiento de los datos para el estudio, los datos se obtuvieron en el lapso de 2 semanas en diferentes horarios. Se obtuvo la cantidad de vehículos que

circular en los diferentes tramos de estudio en un lapso de 10 minutos. Estos datos se levantaron en la tabla del anexo 2 y un ejemplo en el anexo 03.

Para obtener las respectivas distancias de las calles se utilizó el Software Google Earth, este fue de gran ayuda, puesto que es difícil conseguir los mapas físicos de las calles.

Figura 28

Proceso de toma de medidas



Fuente: diseño y elaboración propia de la plataforma Google Earth

Al tener la totalidad de los datos, se procedió al conteo de cada uno de ellos y tenemos la siguiente tabla global.

Tabla 4

Distancia promedio de cada calle

N°	NOMBRE CALLES	CUANTÍA VEHICULOS	DE	DISTANCIA (Km)	PROMEDIO
1	Carretera a Poroy entrada	99		6.4 km	
	Carretera a Poroy salida	90		6.4 km	
2	Carretera a Poroy Ticatica entrada	92		0.23 km	
	Carretera a Poroy Ticatica salida	90		0.23 km	
3	Tomasa Tito Condemayta entrada	19		1.7 km	
	Tomasa Tito Condemayta salida	54		1.7 km	
4	Jirón Santa Ana	61		0.55 km	
5	Prolongación Humberto Vidal entrada	54		0.12 km	
	Prolongación Humberto Vidal salida	8		0.12 km	
6	Calle de la Raza	52		0.3 km	
7	Prolongación Humberto Vidal entrada	54		0.6 km	

	Prolongación Humberto Vidal salida	8	0.6 km
8	Cuesta de Santa Ana	43	0.25 km
9	Av. Arcopata entrada	90	0.45 km
	Av. Arcopata salida	40	0.45 km
10	Av. Abancay entrada	83	0.55 km
	Av. Abancay salida	34	0.55 km
11	Tambo de montero	36	0.6 km
12	Meloc entrada	28	0.13 km
	Meloc salida	62	0.13 km
13	Mantas, Siete Cuartones	60	0.65 km
14	Av. Sol cuadra 1 y 2 entrada	85	0.25 km
	Av. Sol cuadra 1 y 2 salida	95	0.25 km
15	Arones, Tordo	32	0.5 km
16	Mesón de la Estrella, Matara entrada	95	0.7 km
17	Ayacucho Cuadra 1 y 2 entrada	112	0.27 km
	Ayacucho Cuadra 1 y 2 salida	92	0.27 km
18	Av. Sol, altura Coreo entrada	80	0.55 km
	Av. Sol, altura Coreo salida	96	0.55 km
19	Av. Santiago, Santa clara	67	0.87 km
	Av. Santiago, Santa clara	72	0.82 km
20	Av. Ejercito entrada	88	1.9 km
	Av. Ejercito salida	96	1.9 km
21	Plazoleta Belén, Ayacucho entrada	90	0.85 km
	Plazoleta Belén, Ayacucho salida	65	0.85 km
22	Av. Arcopata entrada	70	0.8 km
	Av. Arcopata salida	28	0.8 km
23	Calle los Precursores entrada	46	0.7 km
	Calle los Precursores salida	30	0.7 km
24	Carretera a Poroy Ticatica entrada	92	3.2 km
	Carretera a Poroy Ticatica salida	90	3.2 km
25	Carretera a Ccorca entrada	18	19 km
	Carretera a Ccorca salida	21	19 km
26	Av. Antonio Lorena, Puquin entrada	82	0.45 km
	Av. Antonio Lorena, Puquin salida	94	0.45 km
27	Av. Antonio Lorena, Almudena entrada	105	0.45 km
	Av. Antonio Lorena, Almudena salida	122	0.45 km
28	Francisco Pizarro, mascarones entrada	41	0.65 km
	Francisco Pizarro, mascarones salida	3	0.65 km
29	Av. Antonio Lorena entrada	70	0.45 km
	Av. Antonio Lorena salida	95	0.45 km
30	Calle Tambopata	17	0.17 km
31	Av. Antonio Lorena entrada	107	0.06 km
	Av. Antonio Lorena salida	107	0.06 km
32	Calle Santísimo	22	0.06 km
33	Prolongación Dignidad Nacional entrada	26	1.4 km

	Prolongación Dignidad Nacional salida	39	1.4 km
	Prolongación Grau entrada	120	0.6 km
34	Prolongación Grau salida	129	0.6 km
	Carlos Ugarte, Ovalo entrada	67	1.8 km
35	Carlos Ugarte, Ovalo salida	46	1.8 km
	Av. 28 de Julio entrada	139	1.8 km
36	Av. 28 de Julio salida	125	1.8 km
	Vía Expresa entrada	89	3.6 km
37	Vía Expresa salida	57	3.6 km
	Vía de Evitamiento entrada	87	7.2 km
38	Vía de Evitamiento salida	112	7.2 km
	San Martín entrada	80	0.9 km
39	San Martín salida	69	0.9 km
	Alameda Pachacúteq entrada	68	0.4 km
40	Alameda Pachacúteq salida	50	0.4 km
	Av. Infancia, Manco Cápac entrada	45	1.1 km
41	Av. Infancia, Manco Cápac salida	34	1.1 km
	Av. Tullumayu entrada	72	0.35 km
42	Av. Tullumayu salida	57	0.25 km
	Av. Sol entrada	89	0.3 km
43	Av. Sol salida	70	0.3 km
	Av. Garcilaso	127	0.16 km
44	Av. Garcilaso	128	0.16 km
45	Av. Garcilaso, Av. Tomasa Tito	172	0.65 km
46	Av. Ramon Z., Tito Condemayta	159	0.45 km
	Tullumayu entrada	95	0.3 km
47	Tullumayu salida	83	0.3 km
	San Agustín, Maruri entrada	95	0.5 km
48	San Agustín, Maruri salida	34	0.45 km
49	Santa Catalina Ancha	123	0.25 km
50	Herrajes, Suntuturwasi	74	0.27 km
	Ruinas salida	105	0.11 km
51	Ruinas entrada	33	0.11 km
	Av. Tullumayu subida	54	0.4 km
52	Av. Tullumayu bajada	68	0.4 km
53	Collacalle	36	0.3 km
54	Calle Recoleta	66	0.3 km
	Av. La Cultura entrada		0.55 km
55	Av. La Cultura salida		0.55 km
	Calle Retiro entrada	52	0.4 km
56	Calle Retiro salida	27	0.4 km
	Calle Recoleta entrada	51	0.4 km
57	Calle Recoleta salida	31	0.4 km
	Av. Collasuyo, Manantiales entrada	92	3.4 km
58	Av. Collasuyo, Manantiales salida	98	3.4 km

59	Av. La Cultura entrada	300	0.15 km
	Av. La Cultura salida	233	0.15 km
60	Calle Tupac Amaru	66	0.23 km
61	Av. La Cultura entrada	154	2.9 km
	Av. La Cultura salida	144	2.9 km
62	Av. Huayrupata entrada	68	1.1 km
	Av. Huayrupata salida	55	1.1 km
63	Prolongación Tupac Amaru, Jirón Espinar	45	2.3 km
64	Jirón Calca, Prolongación Tupac Amaru	29	2.3 km
65	República del Perú, Calle Bolognesi entrada	45	0.508 km
	República del Perú, Calle Bolognesi salida	38	0.508 km
66	Diego de Almagro entrada	25	0.28 km
	Diego de Almagro salida	19	0.28 km
67	Republica del Perú entrada	60	0.18 km
	Republica del Perú salida	42	0.18 km
68	Av. Cusco entrada	89	0.5 km
	Av. Cusco salida	79	0.5 km
69	Av. La Cultura entrada	165	0.6 km
	Av. La Cultura salida	138	0.6 km
70	Calle Bolívar	53	0.21 km
71	Av. Cusco entrada	67	1.2 km
	Av. Cusco salida	37	1.2 km
72	Diego de Almagro entrada	12	0.21 km
	Diego de Almagro salida	24	0.21 km
73	Av. La Cultura entrada	155	1.1 km
	Av. La Cultura salida	143	1.1 km
74	Av. La Cultura entrada	159	3.7 km
	Av. La Cultura salida	140	3.7 km
75	Calle Ciro Alegría entrada	46	0.22 km
	Calle Ciro Alegría salida	37	0.22 km
76	Vía Expresa Sur entrada	89	5.1 km
	Vía Expresa Sur salida	96	5.1 km
77	Av. La Cultura entrada	140	1.2 km
	Av. La Cultura salida	159	1.2 km
78	Calle Suárez	14	0.3 km
79	Av. La Cultura entrada	133	0.1 km
	Av. La Cultura salida	152	0.1 km
80	Calle Fray Domingo	26	0.3 km
81	Vía de evitamiento entrada	104	4.5 km
	Vía de evitamiento salida	77	4.5 km
82	Av. La Cultura entrada	145	3.1 km
	Av. La Cultura salida	152	3.1 km
83	Carretera Cusco Saylla entrada	166	4 km
	Carretera Cusco Saylla salida	138	4 km

Fuente: diseño y elaboración propia

4.1.3. Matriz de adyacencia

En el marco teórico encontramos que la matriz de adyacencia, es la matriz cuadrada que tiene tantas filas y columnas como vértices hay en el grafo, A continuación, se muestra la matriz de Adyacencia correspondiente al estudio.

Figura 29

Matriz de Adyacencia del espacio de trabajo

[illegible]

Fuente: diseño y elaboración propia

4.2. Características de la red vial de la provincia del Cusco

4.2.1. Medidas de conectividad

Al hacer el análisis respectivo sobre la conectividad, nos permite visualizar la relación y la integración que existe entre los vértices y nodos de nuestra red.

A continuación, se muestra los resultados:

Tabla 5

Índices de conectividad

Índice	Total
El índice Beta	1.63
El índice Gamma	0.07
El Índice Alfa	0.32

Fuente: diseño y elaboración propia

- a) El valor de 1.63, este índice muestra que la red en la cual se está trabajando es una red muy bien conectada y a la vez compleja, esto debido a que la cantidad de vértices es superada por los arcos.
- b) El valor de 0.07, este índice nos precisa que el número de aristas que existen en la red es muy limitado con respecto al número ideal de las mismas.
- c) El valor de 0.32, es el valor correspondiente al índice alfa, este índice muestra que la cantidad de circuitos de la red es muy baja.

Por otra parte, a partir de la matriz de conectividad, se puede deducir que el vértice mejor conectado corresponde al nodo 41, con un valor máximo de 5 conexiones o enlaces, tal y como se ve en la siguiente tabla.

Tabla 6

Resumen a partir de la matriz de Conectividad

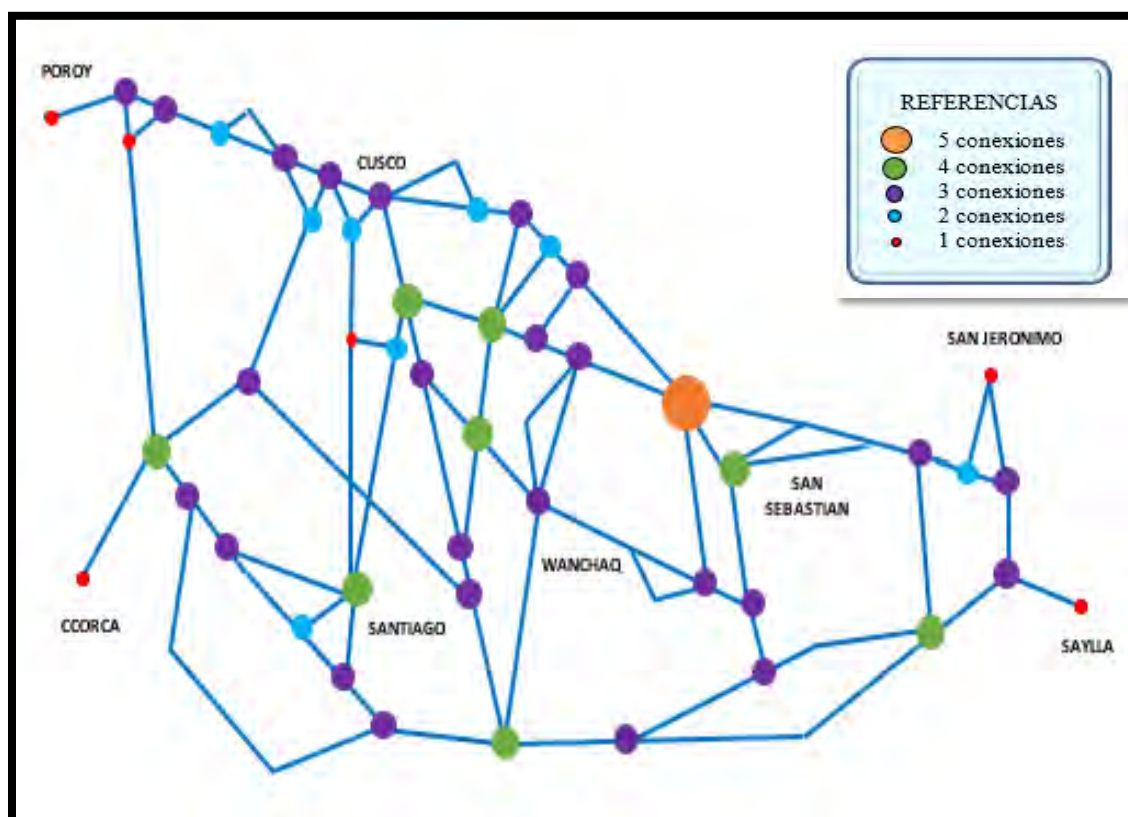
Nodos	Cantidad de conexiones
41	5
11, 16, 20, 24, 33, 34, 42, 46	4
2, 4, 6, 7, 10, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 36, 38, 39, 40, 44, 45, 49, 50	3
5, 8, 9, 13, 21, 29, 35, 37, 43, 47	2
1, 3, 12, 17, 48, 51	1

Fuente: diseño y elaboración propia

De tal manera que tales conexiones se pueden apreciar en la figura siguiente.

Figura 30

Gráfico de las conexiones a partir de la matriz de adyacencia



Nota: Arreglo y adecuación propia

La investigación se basa en el estudio de las distancias, caminos, y el análisis de los espacios en las rutas de la red.

4.2.2. Matriz de accesibilidad topológica

La matriz de accesibilidad topológica es una herramienta que se emplea en el estudio de redes (como las vías, urbanas o de transporte) para mostrar la distancia más corta en términos de pasos o conexiones entre todos los pares de nodos dentro de una red.

Cada cuadro de la matriz muestra cuántos enlaces (o arcos) es necesario transitar para desplazarse de un nodo a otro utilizando el recorrido más breve. Si no existe conexión entre dos nodos, frecuentemente se utiliza un valor como infinito o cero, dependiendo de la situación.

Figura 31

Matriz de accesibilidad del espacio de trabajo

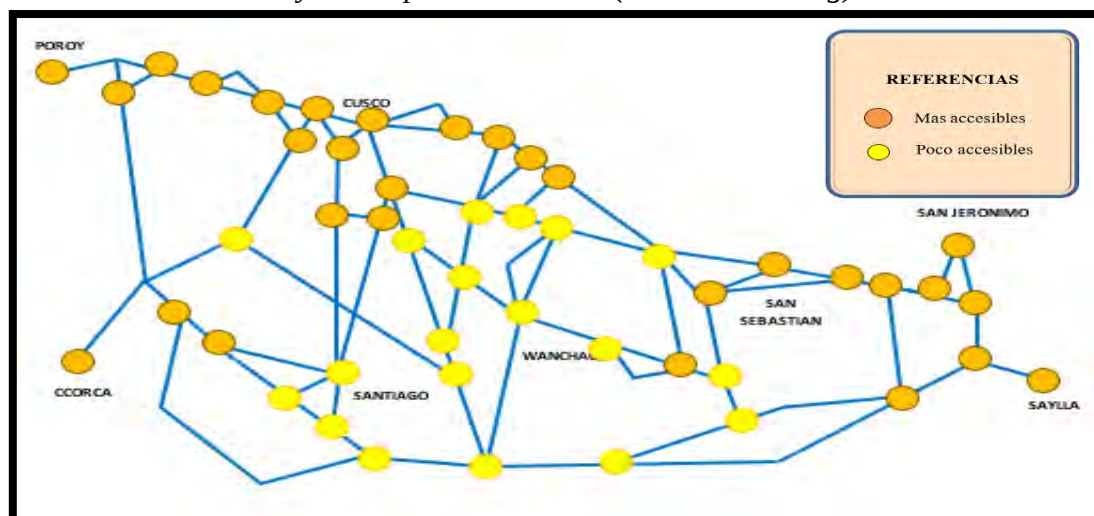
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
1	0	1	2	2	3	4	5	6	6	7	7	8	8	4	3	4	4	5	6	6	7	8	9	10	11	12	12	11	10	10	9	8	7	8	9	9	8	9	11	12	13	14	15	11	15	17	16	17	18		
2	1	0	1	1	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	4	3	4	4	5	6	6	7	8	9	10	11	12	12	11	10	8	7	8	9	9	8	9	11	12	13	14	15	11	15	17	16	17			
3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	6	7	7	8	8	2	1	2	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	10	8	7	8	9	10	9	10	11	12	11	10	9	11	12	12	10	11				
4	2	1	1	0	1	2	2	3	4	4	5	5	6	6	3	2	3	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	10	9	8	7	7	6	5	6	7	8	9	10	10	11	11	10	11	12	12	11	12			
5	3	2	1	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	3	4	4	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	9	8	7	7	6	5	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13	12	13					
6	4	3	3	1	0	1	1	2	2	3	4	4	5	4	2	3	4	4	5	6	6	7	8	7	8	9	9	8	7	6	5	4	3	4	5	6	5	6	7	8	8	9	10	11	11	12	12	13			
7	6	5	4	3	2	0	1	1	1	2	2	3	3	2	3	4	4	5	6	6	7	7	6	7	8	8	7	6	5	4	4	3	2	3	4	5	4	5	6	7	7	8	9	8	10	11	9	10			
8	5	4	3	2	1	1	0	2	2	3	3	4	4	1	2	3	3	4	5	5	6	7	7	6	9	8	7	6	5	4	3	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	6	7	8	9	10	9	11	12	10	11
9	7	6	5	4	3	1	2	0	2	3	1	2	4	3	4	5	5	6	7	7	8	8	7	8	9	9	8	7	6	5	5	4	3	4	5	6	5	6	7	8	8	9	10	9	11	12	12	10	11		
10	8	7	7	6	5	4	2	3	1	0	1	2	3	2	4	5	6	6	7	8	8	7	6	5	6	7	7	6	5	4	4	3	3	2	1	2	3	4	3	4	5	6	6	7	8	8	9	12	10	9	10
11	9	8	8	7	6	5	3	4	2	1	0	3	1	1	5	5	6	4	3	2	3	3	4	4	5	6	6	5	4	3	3	2	2	1	2	2	3	4	2	3	4	5	5	6	7	8	7	9	10	8	9
12	7	6	5	6	7	7	5	6	4	3	2	0	1	3	5	4	5	3	2	1	2	2	3	4	5	6	7	7	6	5	4	4	3	4	5	6	7	4	5	6	7	8	9	8	7	9	10	10	8	9	
13	7	6	5	6	7	6	4	5	3	2	1	2	0	2	5	4	5	3	2	1	2	2	3	4	5	6	7	6	5	4	4	3	3	2	3	4	5	6	3	4	5	6	7	8	7	9	10	10	8	9	
14	7	6	5	6	7	6	4	5	3	2	1	4	5	0	3	4	5	4	3	4	4	4	3	4	5	5	4	3	2	2	1	1	2	3	4	5	6	3	4	5	6	7	8	7	8	9	9	7	8		
15	4	3	2	3	3	2	2	1	3	3	4	4	5	3	0	1	2	2	3	4	4	4	3	2	3	4	5	5	4	3	1	2	3	4	4	5	6	7	5	6	7	6	7	7	6	5	7	8	8	7	
16	3	2	1	3	4	3	3	2	4	4	5	4	5	6	1	0	1	1	2	3	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	8	9	10	9	11	12	12	10	11		
17	4	3	2	4	5	4	4	3	5	5	6	6	7	8	2	1	0	2	3	4	4	5	4	5	6	7	7	6	5	3	4	5	6	6	7	8	9	7	8	9	8	9	8	7	9	10	10	8	9		
18	4	3	2	4	5	4	4	3	5	5	6	6	7	5	2	2	2	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	3	4	5	6	6	7	8	9	7	8	9	9	10	10	9	10	11	9	10		
19	5	4	3	5	6	5	5	4	5	4	3	2	3	4	3	2	3	1	0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	6	5	5	4	5	6	7	8	5	6	7	8	9	8	7	9	10	10	8	9			
20	6	5	4	6	7	6	5	6	4	3	2	1	1	3	4	3	4	2	1	0	1	1	2	3	4	5	6	5	4	4	4	4	3	4	5	6	7	4	5	6	7	8	7	8	9	9	7	8			
21	6	5	4	6	7	6	5	6	4	3	6	2	4	4	3	4	2	3	1	0	1	2	3	4	5	6	5	4	4	4	5	6	5	6	7	8	7	8	7	8	7	8	7	8	9	9	7	8			
22	7	6	5	7	6	7	6	7	5	4	3	2	1	4	5	4	5	3	2	1	0	1	2	3	4	5	5	4	3	3	4	5	4	5	6	7	8	5	6	7	8	7	8	7	8	9	9	7	8		
23	8	7	6	8	9	8	8	7	7	5	4	3	3	4	6	5	6	4	3	2	2	1	0	1	2	3	4	4	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9	6	7	6	5	6	6	5	4	6	7	7	5	6
24	6	5	4	6	5	4	4	3	5	5	4	7	4	3	2	3	4	4	5	3	2	1	0	1	2	3	3	2	1	1	2	3	4	6	7	8	9	5	6	5	4	5	4	3	5	6	6	4	5		
25	7	6	5	7	6	5	5	4	6	6	5	5	5	4	3	4	5	5	4	4	3	2	1	0	1	2	3	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9	6	7	8	9	6	7	4	3	4	4	5	6	3	4
26	8	7	6	8	7	6	6	5	7	7	6	6	6	5	4	5	6	6	7	5	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	3	4	5	6	8	9	5	4	7	8	3	2	3	4	2	1	3	4	4	2	3
27	9	8	7	7	6	7	6	8	8	7	7	7	6	5	6	7	7	6	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	8	4	2	1	2	3	3	2	4	5	5	3	4		
28	9	8	7	9	8	7	7	6	8	8	7	10	11	6	5	6	7	8	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	7	6	7	8	8	9	11	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
29	9	8	7	9	8	7	6	8	8	7	6	8	8	5	4	5	6	6	5	4	3	2	3	2	1	0	1	3	4	5	6	8	5	7	8	4	3	2	3	4	5	4	6	7	8	7	5	6			
30	7	6	5	7	6	5	6	4	6	5	5	5	4	3	4	5	5	4	4	3	2	1	2	3	3	2	1	0	2	3	4	5	5	4	5	6	5	4	3	4	5	6	5	4	6	7	7	5	6		
31	5	4	3	5	4	3	3	2	4	4	3	5	5	2	1	2	3	3	4	4	4	3	2	1	2	3	3	2	1	0	1	2	3	5	6	7	8	4	5	4	5	6	5	4	5	6	6	5	6		
32	6	5	4	6	5	4	5	3	4	3	2	5	6	1	2	3	4	4	5	5	4	3	2	3	4	5	6	4	3	1	0	1	2	4	3	5	6	3	4	4	5	6	7	6	8	9	9	7	8		
33	7	8	9	7	8	7	6	4	3	2	5	3	1	3	4	5	5	6	6	6	5	4	3	2	5	4	3	2	1	2	1	0	1	3	2	3	3	2	3	4	5	6	7	6	8	9	9	7	8		
34	8	7	6	8	7	6	5	4	3	2	1	4	5	2	4	5	6	6	7	7	7	6	5	4	6	5	4	3	2	2	1	0	2	1	2	3	1	2	3	4	4	5	6	7	8	8	8	9			
35	9	8	8	7	6	5	3	4	2	1	2	3	4	3	5	6	7	7	8	9	8	7	6	7	8	8	7	6	5	4	4	2	0	1	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10			
36	9	8	7	6	5	7	6	4	5	3	2	2	4	3	3	5	6	7	7	8	8	8	7	6	5	6	7	6	5	4	3	2	1	1	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	9	10		
37	9	8	7	6	5	7	6	4	5	3	2	5	3	3	5	6	7	7	8	8	8	7	6	5	6	7	6	5	4	3	2	1	3	2	0	1	1	2	3	4	5	6	7	8	8	9	9	10			
38	10	9	8	9	8	8	7	5	4	3	6	4	4	6	7	8	8	9	9	8	7	6	7	8	7	6	5	4	5	4	3	2	4	3	1	0	1	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	7	8		
39	9	8	7	8	8	7	5	6	4	3	2	5	3	3	5	6	7	7	5	4	5	5	6	6																											

16	275	12	5.4	34.5
17	291	10	5.7	41.2
18	294	11	5.8	42.4
19	264	10	5.2	29.8
20	238	9	4.7	18.9
21	266	9	5.2	30.7
22	251	9	4.9	24.4
23	255	9	5.0	26.1
24	207	9	4.1	5.9
25	221	9	4.3	11.8
26	238	9	4.7	18.9
27	251	9	4.9	24.4
28	287	11	5.6	39.5
29	251	8	4.9	24.4
30	224	7	4.4	13.0
31	193	8	3.8	0.0
32	225	9	4.4	13.4
33	233	9	4.6	16.8
34	236	9	4.6	18.1
35	290	10	5.7	40.8
36	269	10	5.3	31.9
37	277	10	5.4	35.3
38	297	10	5.8	43.7
39	242	9	4.7	20.6
40	216	8	4.2	9.7
41	241	9	4.7	20.2
42	256	10	5.0	26.5
43	268	10	5.3	31.5
44	294	11	5.8	42.4
45	283	10	5.5	37.8
46	275	10	5.4	34.5
47	329	11	6.5	57.1
48	375	12	7.4	76.5
49	350	12	6.9	66.0
50	335	13	6.6	59.7
51	372	12	7.3	75.2

Fuente: diseño y elaboración propia

Figura 32

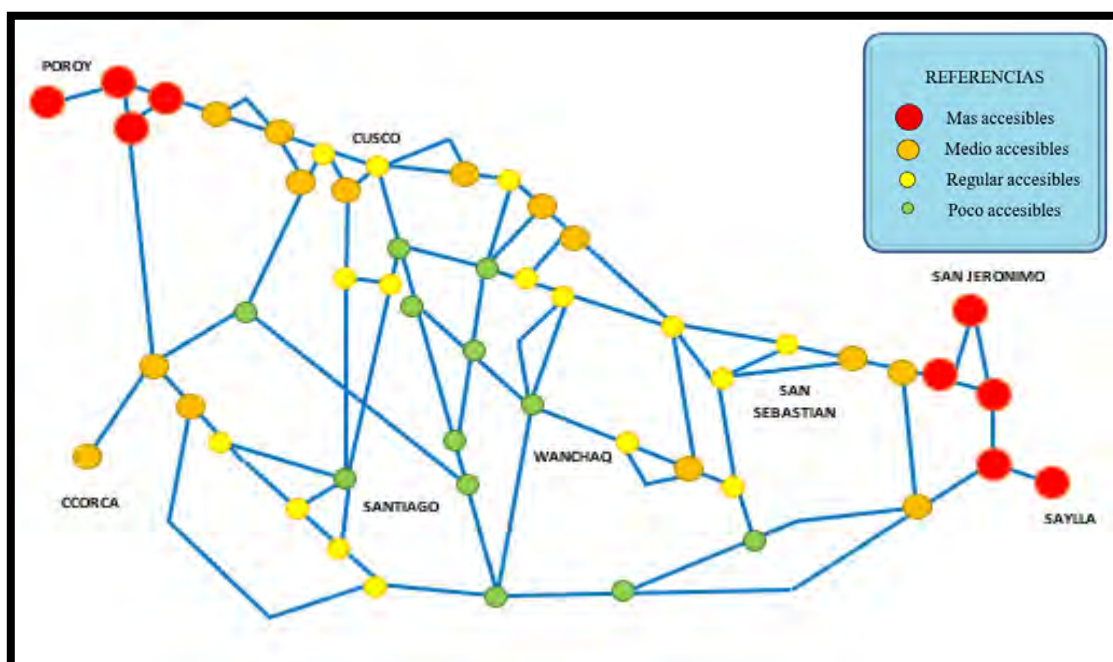
Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice de Koning)



Fuente: diseño y elaboración propia

Figura 33

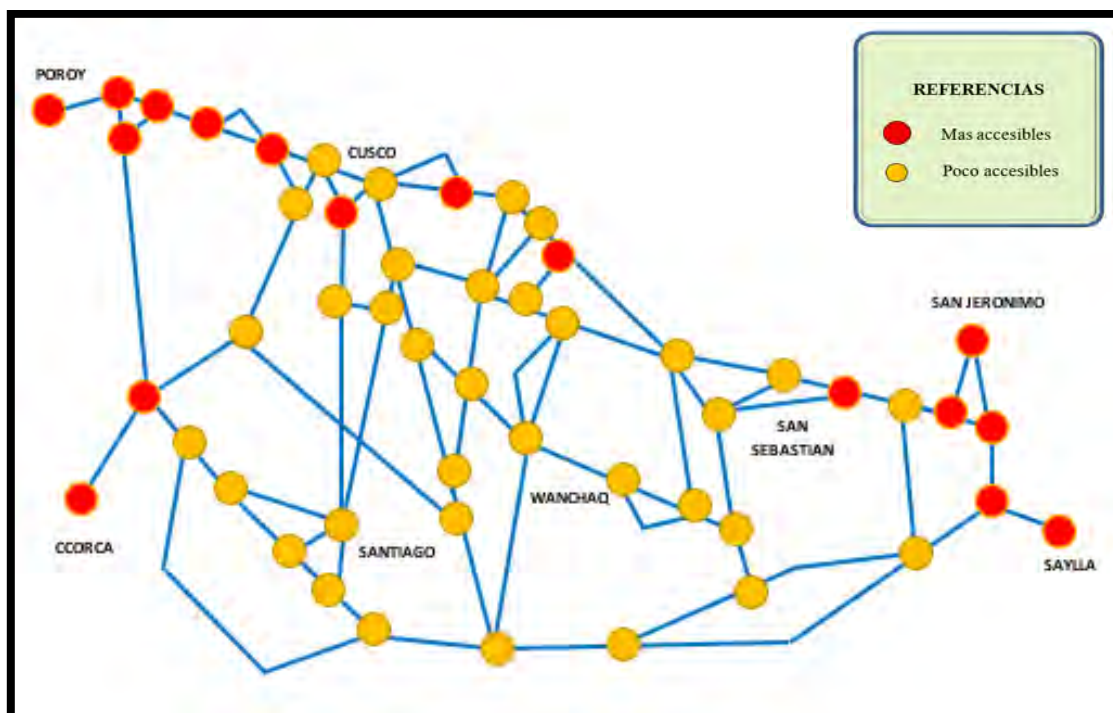
Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice Shimbel)



Fuente: diseño y elaboración propia

Figura 34

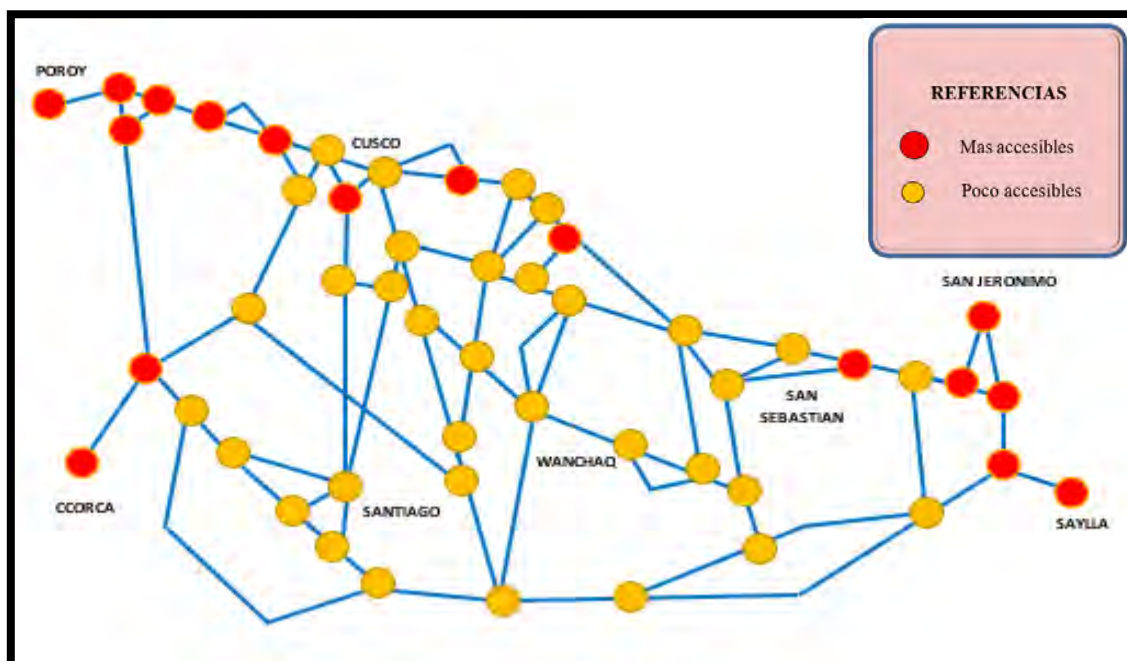
Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (índice Omega)



Fuente: diseño y elaboración propia

Figura 35

Nodos más accesibles y nodos poco accesibles (Centralidad Media)



Fuente: elaboración propia

4.3. Aplicación del algoritmo de Dijkstra en la red vial de Cusco

4.3.1. Modelo matemático del algoritmo de Dijkstra

a) Notación del problema

Se modela la red como un grafo ponderado dirigido $G = (V, E, p)$, donde:

- V , conjunto de vértices o nodos, intersecciones en las plazas
- E , son las aristas, los tramos viales
- $p(u, v) \geq 0$, peso de las aristas entre u y v , distancias en kilómetros
- $s \in V$, vértice origen, plaza del Distrito de Saylla

El objetivo es encontrar la $d(v)$ distancia mínima desde el nodo origen $s \in V$ hasta cada $v \in V$

b) Variables

- $d[v]$, distancia estimada más corta desde s hasta v .
- S , conjunto de nodos cuya distancia mínima ya ha sido determinada.

c) Inicialización del algoritmo

$$\begin{aligned}
 d[s] &= 0 \\
 d[v] &= \infty \quad \forall v \neq s \\
 S &= \emptyset
 \end{aligned}$$

d) Paso iterativo

Mientras $S \neq V$

- i. Seleccionar $u \notin S$ talque $d[u]$ es mínimo.
- ii. $S = S \cup \{u\}$
- iii. Para cada vecino v de u con $(u, v) \in E$
Si $d[u] + w(u, v) < d[v]$ entonces $d[v] = d[u] + w(u, v)$

De esta manera se realizan las iteraciones y se puede encontrar un camino más corto.

4.3.2. Algoritmo de Dijkstra en la red vial de la provincia del Cusco

a) Notación del problema

- Nodos:
 - P: Poroy
 - C: Cusco
 - SJ: San Jeronimo
 - W: Wanchaq
 - SS: San Sebastián
 - CO: Ccorca
 - ST: Santiago
 - SA: Saylla
- Aristas con pesos referenciales tomados de distintos mapas

Desde Saylla a San Jeronimo 8km
 Desde San Jeronimo a Cusco 10km
 Desde Cusco a Wanchaq 2km
 Desde Wanchaq a San Sebastián 5km
 Desde San Sebastián a Poroy 11km
 Desde Saylla a Cusco 17km
 Desde Cusco a Santiago 3km
 Desde Santiago a Poroy 13km
 Desde San Jeronimo a San Sebastián 11km

Desde Cusco a Poroy 12km

b) Aplicación del algoritmo de Dijkstra

Objetivo: Encontrar la ruta más corta desde la plaza del Distrito de Saylla a la plaza del Distrito de Poroy

c) Inicialización:

$$d[SA] = 0$$

$$d[P] = \infty, d[C] = \infty, d[SJ] = \infty, d[W] = \infty, d[SS] = \infty, d[CO] = \infty, d[ST] = \infty$$

$$S = \emptyset$$

- Visitados S : vacío $\{\}$
- Tabla de distancias $d[v]$ y predecesores

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
predecesor	-	-	-	-	-	-	-

Iteración 1

- Nodo actual: SA (0)
- Vecinos:
 - SJ: $0 + 8 = 8 < \infty \rightarrow d[SJ] = 8$, y su predecesor es SA
 - C: $0 + 17 = 17 < \infty \rightarrow d[C] = 17$, y su predecesor es SA
- Estado final: visitados $\{SA\}$

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	0	8	17	∞	∞	∞	∞
predecesor	-	SA	SA	-	-	-	-

Iteración 2

- Nodo actual: SJ (8)
- Vecinos:
 - C: $8 + 10 = 18 < \infty \rightarrow d[C] = 18$, $18 > 17$, (no mejora 17) se descarta
 - SS: $8 + 11 = 19 < \infty \rightarrow d[SS] = 19$, y su predecesor es SJ
- Estado final: visitados $\{SA, SJ\}$

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	0	8	17	∞	19	∞	∞
predecesor	-	SA	SA	-	SJ	-	-

Iteración 3

- Nodo actual: C (17) (menor distancia visitada)
- Vecinos:
 - W: $17 + 2 = 19 < \infty \rightarrow d[W] = 19$, y su predecesor es C
 - ST: $17 + 3 = 20 < \infty \rightarrow d[ST] = 20$, y su predecesor es C
 - P: $17 + 12 = 29 < \infty \rightarrow d[P] = 29$, y su predecesor es C
- Estado final: visitados {SA, SJ, C}

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	O	8	17	19	19	20	29
predecesor	-	SA	SA	C	SJ	C	C

Iteración 4 (empate, elegimos SS primero – ambas distancias 19)

- Nodo actual: SS (19)
- Vecinos:
 - P: $19 + 11 = 30 < \infty \rightarrow d[P] = 30$, $30 > 29$, no mejora, se descarta
- Estado final: visitados {SA, SJ, C, SS}

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	O	8	17	19	19	20	29
predecesor	-	SA	SA	C	SJ	C	C

Iteración 5

- Nodo actual: W (19)
- Vecinos:
 - SS: $19 + 5 = 24 < \infty \rightarrow d[SS] = 24$, $24 > 19$, no mejora, se descarta
- Estado final: visitados {SA, SJ, C, SS, W}

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	O	8	17	19	19	20	29
predecesor	-	SA	SA	C	SJ	C	C

Iteración 6

- Nodo actual: ST (20)
- Vecinos:
 - P: $20 + 13 = 33 < \infty \rightarrow d[P] = 33$, $33 > 29$, no mejora, se descarta
- Estado final: visitados {SA, SJ, C, SS, W, ST}

Nodo	SA	SJ	C	W	SS	ST	P
distancia	O	8	17	19	19	20	29
predecesor	-	SA	SA	C	SJ	C	C

Iteración 7

- Nodo actual: P(29)
- Vecinos: hemos llegado al destino

Fin del algoritmo

Resultado final y ruta optima

Distancia mínima calculada: 29km

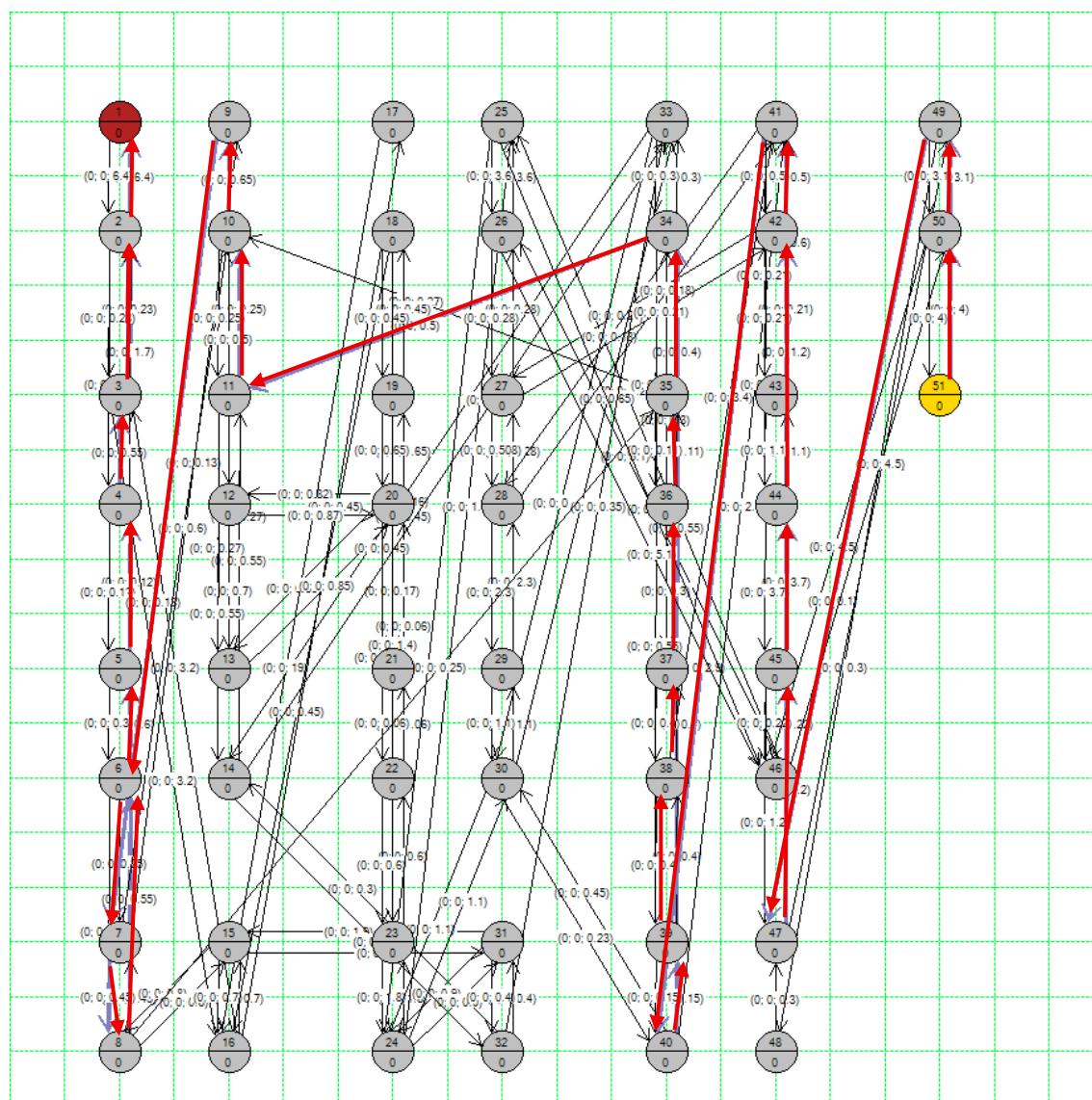
4.3.3. Creación del grafo con el software Grafos

Haciendo uso del software grafos y los respectivos datos del estudio se implementa el grafo correspondiente, este grafo está conformado por vértices y aristas distribuidos de manera aleatoria, las cuales están dadas como las calles y las esquinas o plazas correspondientemente. El software inicia su trabajo pidiendo un nodo inicial y un nodo final, el primero está representado en color amarillo el cual sería la plaza del distrito de Saylla y el segundo nodo final en color rojo que vendría a ser la plaza del distrito de Poroy. Ya teniendo el grafo correspondiente se procede a delimitar la ruta mínima, el cual se puede ver en color rojo.

El algoritmo de Dijkstra a través del software Grafos utilizó únicamente distancias con pesos, dejando el flujo vehicular para futuras investigaciones.

Figura 36

Construcción de Grafo de manera aleatoria



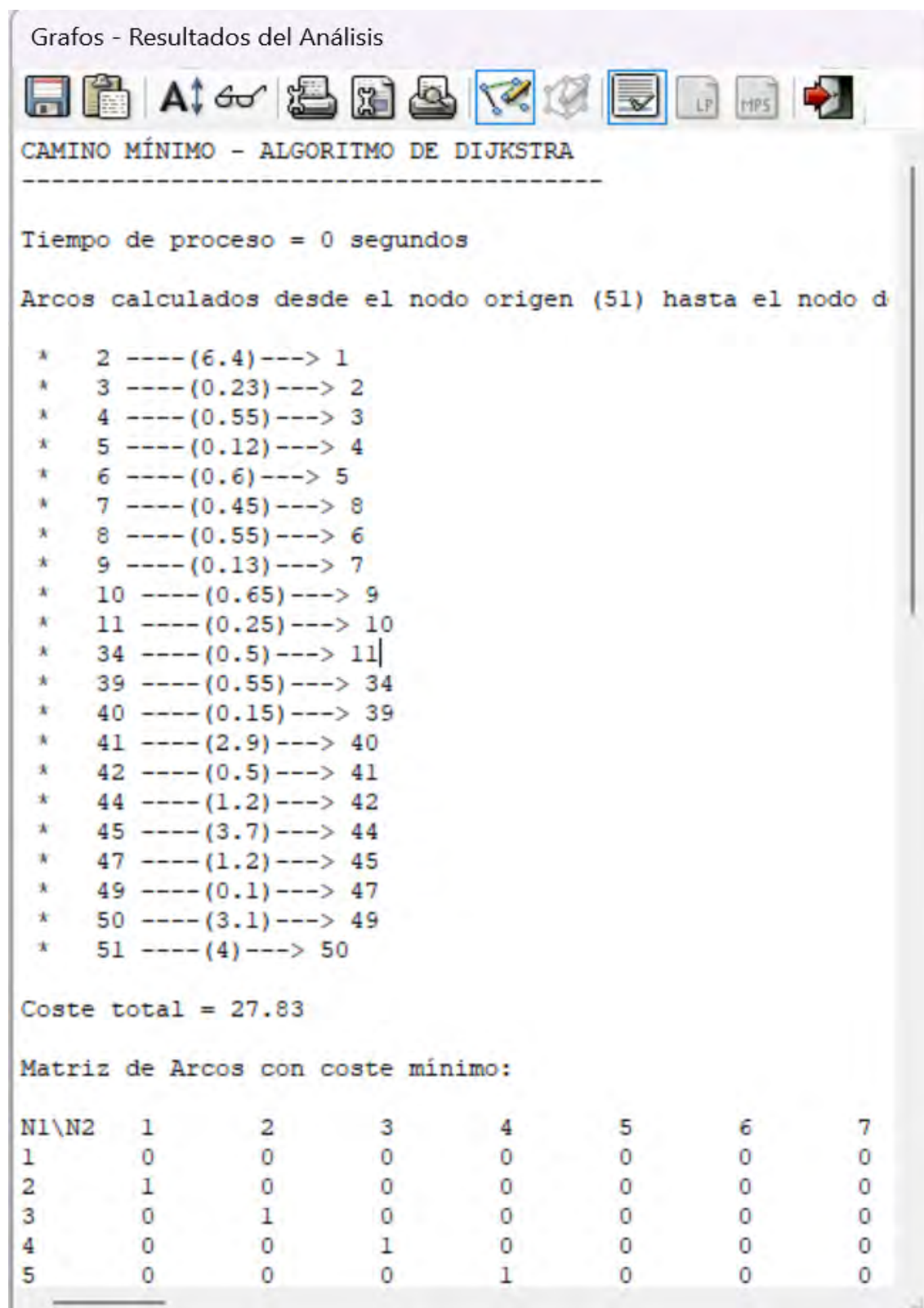
Fuente: diseño y elaboración propia con el Software Grafos v. 1.3.5

4.3.4. Resultados obtenidos con el software Grafos

El algoritmo del camino mínimo (origen destino), ya se encuentra implantado en el software GRAFOS, de tal manera que es posible contemplar el grafico y el algoritmo del camino mínimo, de tal modo se muestra la viabilidad de la solución óptima, es decir la distancia mínima que recorren los vehículos para transportarse de un extremo a otro. En el caso del estudio el nodo de inicio es el nodo 51 que corresponde a la plaza del Distrito de Saylla y como nodo final tenemos al nodo 1, que viene a la plaza del Distrito de Poroy.

Figura 37

Resultado Algoritmo Dijkstra en el Software Grafo



Fuente: diseño y elaboración propia con el Software Grafos – v. 1.3.5, ver en Anexo 3

4.3.5. Justificación de los resultados

En esta investigación, algunos resultados podrían prestarse a interpretaciones ambiguas si no se presentan con el detalle adecuado. Por esta razón, se ha optado por:

- a)** Se especifica que la ruta óptima mínima tiene 27.83 km, lo que representaría un ahorro frente a rutas alternativas. Esta ruta optima se encontró con los datos reales obtenidos en el estudio.
- b)** Por otro lado, se desarrolló un ejemplo paso a paso del algoritmo de Dijkstra con datos obtenidos de mapas. Estos resultados son propiamente resultados del ejemplo.

De esta manera, concluimos que la longitud de 29 km es solo un ejemplo didáctico; el resultado real de la investigación es 27.83 km, y así evitar cualquier ambigüedad y se asegura que los resultados y el ejemplo son netamente diferentes sin llevar a confusiones.

4.4. Discusión

Una revisión de diversos proyectos de investigación destaca la relevancia de los algoritmos y la teoría de grafos para la optimización de rutas y la resolución de problemas complejos en diversos sectores. El algoritmo de Dijkstra ha demostrado su eficacia en áreas como la creación de rutas accesibles para personas con discapacidad visual (Aragón, 2021), la optimización de recolección de residuos sólidos (Pérez, 2021) y el análisis deportivo (Mayta & Basan, 2023), lo que evidencia su versatilidad y aplicabilidad.

Los resultados obtenidos en la presente investigación son consistentes con los hallazgos de Allauca (2023), quien demostró reducciones del 8% en tiempos de entrega y 5% en costos mediante la aplicación de algoritmos de teoría de grafos. Sin embargo, a diferencia del estudio de Allauca, que se enfocó en una empresa privada de transporte, la presente investigación aborda una red vial urbana completa, lo que implica mayor complejidad debido a factores como el tráfico variable, múltiples orígenes y destinos, y restricciones de sentido de circulación. La integración de teoría de grafos con Sistemas de Información Geográfica permite un análisis más preciso, como lo demostró Chirme (2024) en su estudio del casco urbano de Cusco mediante el software Grafos. Este enfoque

metodológico, adoptado también en la presente investigación, facilita la visualización y comprensión de las redes de transporte, contribuyendo a una mejor planificación urbana.

a) Comparación con estudios similares:

Similitudes: Al igual que González (2023) en Madrid, el presente estudio utilizó el algoritmo de Dijkstra para determinar rutas óptimas en una red de transporte urbano.

Diferencias: Mientras González trabajó con una red de metro (sistema cerrado y controlado), esta investigación aborda una red vial abierta con variables más complejas.

Ventajas del presente estudio: Considera datos reales de flujo vehicular y distancias medidas en campo, lo que aumenta la aplicabilidad de los resultados.

b) Limitaciones identificadas:

A pesar de los resultados positivos, se identificaron algunas limitaciones:

- El modelo no considera variaciones horarias del tráfico.
- No se incluyeron factores climáticos que pueden afectar los tiempos de viaje.
- El análisis se limitó a distancias físicas, sin incorporar tiempos reales de desplazamiento.

Estas limitaciones sugieren oportunidades para futuras investigaciones que integren variables dinámicas en el modelo.

Conclusiones

Se determinó exitosamente que la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra son herramientas matemáticas y computacionales efectivas para identificar la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco. Al modelar la red como un grafo ponderado con 51 nodos (intersecciones) y 83 aristas (segmentos viales), y aplicar el algoritmo de Dijkstra, se logró determinar la ruta óptima entre los puntos extremos del área de estudio (Plaza de Saylla a Plaza de Poroy), obteniendo una distancia mínima de 27.83 km. Este resultado representa una reducción respecto a rutas alternativas comúnmente utilizadas, lo que evidencia la efectividad del método para optimizar el desplazamiento vehicular, reducir tiempos de viaje y mejorar la planificación del transporte urbano en la provincia del Cusco.

Primero. Se describió satisfactoriamente la red vial de la provincia del Cusco mediante la teoría de grafos, identificando 51 nodos que representan las intersecciones más importantes distribuidas en los ocho distritos (Cusco, Wanchaq, Santiago, San Sebastián, San Jerónimo, Saylla, Poroy y Ccorca), y 83 aristas que representan los segmentos viales que conectan dichas intersecciones. *considerando el sentido de circulación de las vías*, el grafo resultante es dirigido y ponderado porque se le *asigna distancias reales en kilómetros a cada arista*. La matriz de adyacencia de 51×51 elementos permitieron representar formalmente todas las conexiones directas entre nodos, facilitando el análisis matemático de la red. Esta representación gráfica demostró que las estructuras de la teoría de grafos son apropiadas y suficientes para modelar sistemas de transporte urbano complejos como el de la provincia del Cusco.

Segundo. Se identificaron las características relevantes de la red vial del Cusco para la aplicación del algoritmo de Dijkstra:

1. Conectividad: entre nodos mediante aristas ponderadas.
2. pesos no negativos en las aristas que representan distancias reales entre intersecciones
3. grafo dirigido que respeta el sentido del tráfico vehicular.
4. ausencia de ciclos negativos.

Estas características permitieron aplicar exitosamente

el algoritmo para determinar rutas óptimas. Se calcularon índices de conectividad ($\beta=1.63$, $\gamma=0.07$, $\alpha=0.32$) que demuestran que la red tiene una conectividad moderada con 31 circuitos independientes.

Tercero. Se determinó exitosamente la ruta más corta entre dos puntos extremos de la red vial estudiada (nodo 51: Plaza de Saylla, como origen, y nodo 1: Plaza de Poroy, como destino) mediante la implementación del algoritmo de Dijkstra en el software Grafos versión 1.3.5. El algoritmo identificó el siguiente camino óptimo:

Ruta óptima: 51 → 50 → 49 → 47 → 45 → 44 → 42 → 41 → 40 → 39 → 34 → 11 → 10 → 9 → 7 → 8 → 6 → 5 → 4 → 3 → 2 → 1

Ruta óptima literal: se inicia en la Plaza del Distrito de Saylla, Vía de evitamiento con la Avenida la cultura, Avenida la Cultura con calle Fray Domingo Cabrera, Avenida la cultura con Calle Saurez, Calle Ciro Alegría con Avenida la Cultura, Avenida Cusco con la Avenida la Cultura, Plaza del Distrito de San Sebastián, Avenida Manantiales con la Avenida la Cultura, Ovalo Garcilaso, Calle Retiro con la Avenida la Cultura, Ovalo Rimaqpampa, Avenida Sol con Calle Ayacucho, Plaza de Armas Cusco, Calle Meloc con Calle siete Cuartones, Cuesta de Santa Ana con tambo de Montero, Avenida Apurímac con Avenida Arcopata, Avenida Humberto Vidal Unda con Calle de la Raza, Jiron Santa Ana con Avenida Humberto Vidal Unda, Carretera Longitudinal de la sierra sur con Jirón Santa Ana, Carretera Longitudinal de la sierra sur con Tomasa Tito Condemayta y Plaza del Distrito de Poroy.

Distancia total: 27.83 km, con un total de 22 nodos totales incluyendo origen y destino.

. El tiempo de procesamiento del algoritmo fue procesamiento instantáneo, demostrando su eficiencia computacional incluso para redes de tamaño medio como la analizada.

Al tener esta ruta óptima se evidenció un ahorro significativo de la distancia para llegar del Distrito de Saylla al Distrito de Poroy, lo que se traduce en menor consumo de combustible, reducción de tiempos de viaje y disminución de emisiones contaminantes. Estos resultados confirman la utilidad práctica del algoritmo de Dijkstra para la optimización de rutas en el contexto urbano de la provincia del Cusco.

Recomendaciones

1. A la Municipalidad provincial del Cusco.

Se recomienda implementar un sistema de información geográfica que integre el algoritmo de Dijkstra para la optimización de rutas de transporte público en la provincia del Cusco. Los resultados de esta investigación, demuestran una reducción en distancias de recorrido, los que pueden aplicarse directamente en el rediseño de las rutas de transporte urbano, lo que permitiría:

- a)** Reducir costos operativos del transporte público
- b)** Disminuir tiempos de viaje para los usuarios
- c)** Reducir emisiones contaminantes vehiculares
- d)** Mejorar la calidad del servicio de transporte

Esta implementación podría iniciarse como proyecto piloto en las rutas que conectan los principales distritos identificados en este estudio (Cusco, Wanchaq, Santiago, San Sebastián, San Jerónimo y Saylla).

2. Al Gobierno Regional del Cusco y Plan Copesco.

Se recomienda utilizar los índices de conectividad calculados en esta investigación (índice beta de 1.63 e índice gamma de 0.07) como insumos para el Plan de Movilidad Urbana Sostenible actualmente en desarrollo. Específicamente:

- a)** Priorizar inversiones en infraestructura vial que aumenten el índice gamma (actualmente bajo), creando nuevas conexiones entre zonas con baja accesibilidad
- b)** Intervenir los nodos identificados como menos accesibles (nodos 1, 48 y 51) mediante mejoras viales que reduzcan su índice de Shimbel
- c)** Fortalecer las conexiones con los nodos más accesibles (nodos 31, 24 y 15) para maximizar su potencial como puntos de distribución del transporte

Estos datos técnicos pueden fundamentar la toma de decisiones sobre dónde invertir recursos limitados para obtener el mayor impacto en movilidad urbana.

3. A las empresas de transporte urbano de pasajeros.

Se recomienda a las empresas de transporte adoptar las rutas optimizadas identificadas mediante el algoritmo de Dijkstra en sus operaciones diarias. Específicamente:

- a)** Utilizar la ruta óptima identificada (27.83 km entre Saylla y Poroy) como referencia para el diseño de itinerarios
- b)** Capacitar a los conductores sobre las rutas más eficientes entre los principales puntos de la ciudad
- c)** Implementar sistemas de navegación GPS que incorporen algoritmos de optimización de rutas
- d)** Evaluar el ahorro en combustible y tiempo que generaría la adopción de rutas optimizadas

La aplicación práctica de estos hallazgos podría traducirse en mayor rentabilidad para las empresas y mejor servicio para los usuarios.

4. A la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.

Se recomienda a la Escuela Profesional de Matemática y carreras afines:

- a)** Incluir estudios de caso reales de la región Cusco en los cursos de Investigación de Operaciones, Matemática Discreta y Teoría de Grafos, utilizando el presente trabajo como material de referencia
- b)** Promover proyectos de investigación aplicada que vinculen la matemática con problemas urbanos reales de la región.
- c)** Establecer convenios con entidades municipales para que los estudiantes realicen prácticas preprofesionales en proyectos de optimización de transporte.
- d)** Desarrollar un laboratorio de modelamiento matemático aplicado a problemas urbanos y de transporte.

Estas acciones fortalecerían la formación práctica de los estudiantes y generarían impacto social en la región.

5. A futuros investigadores

5.1. Ampliación del área de estudio. Se recomienda realizar investigaciones que:

- a) Amplíen el estudio a la totalidad de la red vial de la provincia del Cusco, incluyendo vías secundarias y locales no consideradas en este estudio, de manera que se cree un modelo regional integrado.
- b) Incluyan vías rurales y de acceso a comunidades campesinas, aplicando adaptaciones del algoritmo de Dijkstra para terrenos irregulares.

5.2. Incorporación de variables adicionales

Se recomienda desarrollar investigaciones que incorporen:

- a) Variables de tiempo real: Considerar datos de flujo vehicular por horarios (mañana, día y noche) para generar modelos dinámicos.
- b) Condiciones climáticas: Analizar cómo las lluvias y condiciones adversas afectan los tiempos de viaje y ajustar los pesos del grafo en consecuencia
- c) Variables de costo: Incluir no solo distancia, sino también costos de peaje, consumo de combustible y desgaste vehicular.
- d) Seguridad vial: Incorporar índices de accidentalidad de cada tramo vial como criterio adicional de optimización

5.3. Comparación de algoritmos

Se recomienda realizar estudios comparativos entre algoritmos relacionados al camino más corto.

Bibliografía

- Acosta, A. (2001). *Guía para elaborar la tesis*. Lima: ediciones R.A.
- Allauca, J. E. (09 de 05 de 2023). Aplicación de la teoría de grafos en la optimización de redes de transporte.
- Alvarez, N. M., & Parra, M. J. (2013). *Teoría de Grafos*. Chillan.
- Aragón, L. M. (2021). *Planificación de rutas accesibles para personas con discapacidad visual utilizando programación lineal entera y el algoritmo de Dijkstra*. Lima.
- Barthélemy, M. (2011). *Spatial networks*. Physics Reports.
- Bautista, A. (2018). *Análisis de accesibilidad y conectividad de la red vial intermunicipal en el micro-sistema regional de la provincia Centro en Boyacá, Colombia*. Boyacá, Colombia.
- Bernal, T. C. (2010). *Metodología de la investigación*. Colombia: Pearson Educación.
- Calvo et al. (2015). *Estructuras Discretas*. Madrid.
- Chacon, J. L. (2005). *Introducción a la Teoría de Grafos*.
- Chirme, C. H. (2023). *Descripción por teoría de redes y simulación de rutas de transporte en el casco urbano de la ciudad del Cusco*. Cusco.
- Copesco. (2024). *programa de mejoramiento del transporte en la ciudad del cusco*. Obtenido de https://copesco.gob.pe/attach/Proder/2023/Avisos/A34_AVISO_SuperEstudio.pdf
- Cormen et al., T. L. (2012). *algoritmos, teoría y práctica*. Brasil: Elsevier Editora Ltda.
- Diario el Tiempo Cusco. (marzo de 2024). *Diario el Tiempo Cusco*. Obtenido de Diario El Tiempo Cusco: <https://eltiempocusco.pe/2023/deficit-de-400-buses-para-el-transporte-publico-urbano-en-cusco>
- Dominguez, M. S. (Diciembre de 2021). *Grafos y Especies*. Mexico.
- Flores, R. S. (2021). (Trabajo Fin de Grado Inédito). Universidad de Sevilla. *Problemas de redes y flujos*. Sevilla.
- Franco, G. F. (2016). Aspectos algebraicos en teoría de grafos (trabajo de fin de grado). *Universidad de Sevilla*.
- Garcia, G. V., & Mateo, C. P. (2019). Universidad de Zaragoza, CIEN. *Algoritmos para el problema de Flujo Máximo*. España.
- Gestión. (25 de junio de 2024). *Gestión*. Obtenido de <https://gestion.pe/peru/cusco-pierde-mas-de-s-126-millones-al-ano-por-congestion-vehicular-noticia>
- González, D. S. (2023). *Desarrollo de una aplicación didáctica. Caminos mínimos en grafos*. Madrid.

- Google. (s.f.). *Google Maps*.
- Gunderson, D. S. (2014). *Handbook of Mathematical Induction: Theory and Applications*. CRC Press.
- Gutiérrez, R., & Delgado, C. (2017). Capítulo 5, Introducción a la Teoría de Grafos.
- Hernández, F. B. (2023). *Metodología de la investigación*. Mexico: McGraw-Hill/InteramericaEditores, S.A.
- INEI. (2018). *Instituto Nacional de Estadística e Informática*. Obtenido de <https://www.inei.gob.pe>
- Knuth. (1980). *Algoritmos fundamentales*.
- López, J. C. (2009). *Algoritmos y programación (guía para docentes)*. Colombia.
- Martino. (2022). *Algoritmos de búsqueda en la optimización de caminos de coste mínimo en grafos de decisión*. Madrid.
- Mayta, G. J., & Bazan, T. K. (2023). Análisis del partido de Perú vs Australia mediante la teoría de grafos. *Revista de Análisis Económico y Financiero Vol.6 N° 1*.
- Mejores Rutas*. (s.f.). Obtenido de https://peru.mejoresrutas.com/distancias/?from=saylla&to=poroy&v=&sm=100&so=90&fc=8.00&fp=4.08#google_vignette
- Milian, M. J. (2019). Sistemas Web basado en algoritmo de ruta mas corta para optimización de rutas de empresa de servicios logísticos de courier seminario Martinez servicios generales S.A.C. Chiclayo: Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo.
- Montañez, A. (noviembre de 2018). Sistema de gestión de mantenimiento vial para las vías urbanas de la ciudad del Cusco. Cusco.
- Núñez, V. J. (2004). Siete puentes, un camino: Königsberg. *Revista Suma*.
- Pakhrou, & Tijani. (2013). Matemática Discreta. *Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante*.
- Pariona, W. S. (2023). *Implementación de un sistema de búsqueda de rutas de evacuación eficientes ante la presencia de sismos en un centro comercial usando el algoritmo D estrella*. Lima.
- Pérez, B. C. (2021). *Análisis comparativo de algoritmos de optimización de rutas para recojo de residuos sólidos en la ciudad de Chiclayo*. Pimentel.
- Rodríguez, V. A. (2003). Obtenido de <https://personales.upv.es/arodrigu/grafos/>
- Salas, A. (2008). Acerca del algoritmo de Dijkstra. *arXiv*.
- Seguí, P. J., & Petrus, B. J. (1991). Geografía de redes y sistemas de transporte. Síntesis.

- Serna, E. (2009). Edsger Wybe Dijkstra. *Revista Digital Lampsakos*, pp. 107 - 116.
- Soares, d. G. (2014). *Introducao a Teoria dos Grafos*. Joao Pessoa.
- Velasquez, E. P., & Reyes, S. R. (2023). *Teoría de grafos y sus aplicaciones en modelos de rutas óptimas*. León.
- Yarihuamán, I. W. (2019). *Grafos y árboles para el problema de transporte en redes de distribución*. Callao.

Anexos

Anexo 1: Matriz de Consistencia

PROBLEMA	OBJETIVO	VARIABLES	INTRUMENTOS	RESULTADO ESPERADO	METODOLOGIA	HIPOTESIS
Problema general ¿Cómo la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra pueden determinar la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco?	Objetivo general Determinar mediante la teoría de grafos y el algoritmo de Dijkstra la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco	VI: Teoría de grafos y algoritmo de Dijkstra VD: Ruta más corta	- Software Grafos v.1.3.5 - Google Earth - Fichas de observación - Laptop ASUS - Móvil UMIDIGI	Se espera encontrar la ruta óptima con una distancia mínima entre Saylla y Poroy, demostrando que el algoritmo de Dijkstra es efectivo para optimizar rutas urbanas.	Tipo: Investigación aplicada Nivel: Descriptivo explicativo con un enfoque analítico.	carece de Hipótesis, puesto que la investigación descriptivo y aplicado
Problemas específicos a) ¿Es posible describir la red vial de la provincia del Cusco mediante la teoría de grafos?	Objetivos específicos a) Describir mediante la teoría de grafos la red vial de la Provincia del Cusco.	Estructura del grafo: - Nodos (intersecciones) - Aristas (calles) - Grafo dirigido - Grafo ponderado	Google Earth Pro - Observación directa - Fichas de recojo de información (Anexo 2) - Cámara del móvil	Se espera modelar la red vial como un grafo con 51 nodos y 83 aristas, identificando las intersecciones y calles principales de los 8 distritos de la provincia	Método: documental Deductivo – inductivo Técnica: observación, análisis documental, análisis de contenido y observación.	
b) ¿Qué características de la red vial de la provincia del Cusco son relevantes para la aplicación del algoritmo de Dijkstra?	b) Identificar mediante el algoritmo de Dijkstra las características de conectividad y accesibilidad de la red vial de la provincia del Cusco.	Conectividad Accesibilidad Centralidad	Software Grafos v.1.3.5 - Matriz de adyacencia - Matriz de accesibilidad topológica - Calculadora / Excel	Se espera obtener valores cuantitativos de conectividad ($\beta=1.63$, $\gamma=0.07$, $\alpha=0.32$) y accesibilidad, identificando los nodos más accesibles (nodo 31) y los menos accesibles (nodos 1, 48, 51)		
c) ¿Es posible determinar la ruta más corta por medio del algoritmo de Dijkstra en la red vial de la provincia del Cusco?	c) Determinar la ruta más corta en la red vial de la provincia del Cusco mediante el software Grafos	Ruta óptima: - Nodo origen (Saylla - nodo 51) - Nodo destino (Poroy - nodo 1) - Secuencia de nodos - Distancia total (km) - Tiempo de procesamiento	Software Grafos v.1.3.5 - Algoritmo de Dijkstra implementado - Tabla de distancias (Tabla 4)	Se espera encontrar la ruta más corta entre Saylla y Poroy con una distancia de 27.83 km, una secuencia de 22 nodos y un tiempo de procesamiento casi instantáneo (0 segundos) mediante el software Grafos		

Anexo 2: Ficha de recojo de información

CALLE			CALLE			CALLE			CALLE		
TIEMPO	10 MIN		TIEMPO	10 MIN		TIEMPO	10 MIN		TIEMPO	10 MIN	
TIPOS DE VEHICULOS	AUTOS		AUTOS			AUTOS			AUTOS		
	BUSES		BUSES			BUSES			BUSES		
	CAMIONETAS		CAMIONETAS			CAMIONETAS			CAMIONETAS		
	CAMIONES		CAMIONES			CAMIONES			CAMIONES		
OTROS			OTROS			OTROS			OTROS		
FECHA			FECHA			FECHA			FECHA		

TIEMPO	10 MIN		TIEMPO			TIEMPO			TIEMPO		
AUTOS			AUTOS			AUTOS			AUTOS		
BUSES			BUSES			BUSES			BUSES		
CAMIONETAS			CAMIONETAS			CAMIONETAS			CAMIONETAS		
CAMIONES			CAMIONES			CAMIONES			CAMIONES		
OTROS			OTROS			OTROS			OTROS		
TOTAL			TOTAL			TOTAL			TOTAL		

Anexo 4: Camino mínimo - algoritmo de Dijkstra

Tiempo de proceso = 0 segundos

Arcos calculados desde el nodo origen (51) hasta el nodo destino (1):

```
* 2 ----(6.4)---> 1
* 3 ----(0.23)---> 2
* 4 ----(0.55)---> 3
* 5 ----(0.12)---> 4
* 6 ----(0.6)---> 5
* 7 ----(0.45)---> 8
* 8 ----(0.55)---> 6
* 9 ----(0.13)---> 7
* 10 ----(0.65)---> 9
* 11 ----(0.25)---> 10
* 34 ----(0.5)---> 11
* 39 ----(0.55)---> 34
* 40 ----(0.15)---> 39
* 41 ----(2.9)---> 40
* 42 ----(0.5)---> 41
* 44 ----(1.2)---> 42
* 45 ----(3.7)---> 44
* 47 ----(1.2)---> 45
* 49 ----(0.1)---> 47
* 50 ----(3.1)---> 49
* 51 ----(4)---> 50
```

Coste total = 27.83

Anexo 5: plataforma del software Grafos

