

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO
ABAD DEL CUSCO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,
INFORMÁTICA Y MECÁNICA**

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



TESIS

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN MÓDULO PARA EL ESTUDIO
DE LA ABSORCIÓN DINÁMICA DE VIBRACIONES TORSIONALES**

PRESENTADO POR:

Bach. RAUL BOLIVAR MORA

Bach. RUTH MARITZA CUYO LIPA

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO MECÁNICO**

ASESOR:

Dr.Ing. DAVID REYNALDO BERRIOS BARCENA

CUSCO - PERÚ

2025

INFORME DE ORIGINALIDAD

(Aprobado por Resolución Nro.CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, **Asesor** del trabajo de investigación/tesis titulada: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN
DE UN MÓDULO PARA EL ESTUDIO DE LA ABSORCIÓN DINÁMICA
DE VIBRACIONES TORSIONALES

Presentado por: Bach. RAUL BOLIVAR MORA DNI N° 70790133

presentado por: Bach. RUTH MARITZA CUYO LIPA DNI N°: 70122233

Para optar el título profesional/grado académico de INGENIERO MECÁNICO

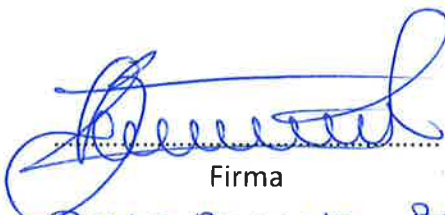
Informo que el trabajo de investigación ha sido sometido a revisión por 02 veces, mediante el Software Antiplagio, conforme al Art. 6° del **Reglamento para Uso de Sistema Antiplagio de la UNSAAC** y de la evaluación de originalidad se tiene un porcentaje de 6 %.

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)
Del 1 al 10%	No se considera plagio.	X
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las correcciones.	
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	

Por tanto, en mi condición de asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y **adjunto** las primeras páginas del reporte del Sistema Antiplagio.

Cusco, 17 de JULIO de 2025



Firma

Post firma: DAVID REYNALDO BERRÍOS BARCENÁ

Nro. de DNI: 23977639

ORCID del Asesor: 0000-0001-5660-6616

Se adjunta:

1. Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
2. Enlace del Reporte Generado por el Sistema Antiplagio: oid: 27259:474413122?/locale=es-MX

BOLIVAR CUYO

Proyecto_de_Tesis.pdf

 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::27259:474413122

156 Páginas

Fecha de entrega

17 jul 2025, 9:07 a.m. GMT-5

33,409 Palabras

Fecha de descarga

17 jul 2025, 10:37 a.m. GMT-5

169.111 Caracteres

Nombre de archivo

Proyecto_de_Tesis.pdf

Tamaño de archivo

18.8 MB

6% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía

Exclusiones

- N.º de coincidencias excluidas

Fuentes principales

- 5%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 4%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
101 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.
-  **Texto oculto**
2 caracteres sospechosos en N.º de página
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

*A mi madre, cuyo rezo es luz en mi camino y
refugio en la tormenta.*

*A mis hermanos por su apoyo permanente e
incondicional.*

Bolivar Mora, Raul

*A mi madre Aurelia,
y a mis hermanos Rody y Sofía.*

Cuyo Lipa, Ruth Maritza

Agradecimientos

Expresamos nuestra profunda gratitud al Dr. Ing. Berrios Barcena, David Reynaldo por su valiosa guía, paciencia y dedicación durante el desarrollo de esta tesis. Su conocimiento y orientación fueron fundamentales para llevar a cabo esta investigación.

Agradecemos a los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica, quienes, con su compromiso y entrega en nuestra formación académica, nos han proporcionado las bases necesarias para enfrentar este desafío.

Extendemos nuestro agradecimiento a nuestros amigos y compañeros, quienes han brindado su apoyo, compañía y colaboración, haciendo de este proceso una experiencia enriquecedora y llevadera.

Resumen

La presente investigación se centra en el estudio de la absorción dinámica de vibraciones torsionales a través del diseño y construcción de un módulo. Se analizaron los parámetros que intervienen en la generación y atenuación de dichas vibraciones y, aplicando la directriz VDI 2221 se obtuvo el concepto de solución óptimo que se compone de una junta universal como mecanismo para la generación de vibraciones torsionales y péndulos simples como elementos de absorción.

Para comprender la fuerza que genera la deformación torsional en el resorte, se planteó un modelo conceptual de acuerdo a los lineamientos expuestos en la directriz VDI 3843-1 para un grado de libertad del sistema, en función del ángulo de deformación. El modelo conceptual es sencillo, capaz de resolverse analíticamente, fue validado mediante simulación numérica y experimental, obteniéndose una alta precisión en la evaluación del modelo planteado.

A partir de las características identificadas en el modelo conceptual, se realizaron los cálculos preliminares necesarios para inducir vibración torsional en el sistema, al sintonizar su frecuencia natural con el segundo armónico de la fuente de excitación. Posteriormente, se modeló el sistema considerando los péndulos simples para la absorción dinámica de las vibraciones torsionales; y dio lugar a ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden. Por la complejidad de las ecuaciones, se recurrió al uso de métodos numéricos (Runge-Kutta), para obtener la respuesta del sistema en el tiempo. En la simulación numérica se demostró que el incremento de masa mejora la atenuación de las vibraciones torsionales.

El resorte fue diseñado para que la deformación sea visualmente perceptible y no fallar bajo las cargas a las que estará sometido. En la parte experimental, los ensayos confirmaron que el incremento de la masa en los péndulos optimiza la atenuación, alcanzando hasta un 51 % de reducción en la deformación del resorte para una masa de 180 gr.

La validación numérica y experimental confirmaron que el sistema responde adecuadamente bajo condiciones controladas de resonancia, destacando su eficacia como herramienta para el estudio y comprensión del fenómeno de vibraciones torsionales.

Palabras clave: Vibraciones torsionales, Absorbedor dinámico, Resonancia y Péndulo centrífugo.

Abstract

This research focuses on the study of dynamic absorption of torsional vibrations through the design and construction of an experimental module. The parameters involved in the generation and attenuation of these vibrations were analyzed, and by applying the VDI 2221 guideline, an optimal solution concept was developed. This concept consists of a universal joint as the mechanism for generating torsional vibrations and simple pendulums as absorption elements.

To understand the force causing the torsional deformation in the spring, a conceptual model was proposed based on the guidelines of VDI 3843-1 for a single degree of freedom system, expressed as a function of the deformation angle. This simple model, analytically solvable, was validated through numerical simulation and experimental testing, achieving high accuracy in its evaluation.

Using the parameters identified in the conceptual model, preliminary calculations were performed to induce torsional vibration by tuning the system's natural frequency to the second harmonic of the excitation source. The system was subsequently modeled considering simple pendulums as dynamic absorbers of torsional vibrations, resulting in nonlinear second-order differential equations. Due to the complexity of these equations, numerical methods — specifically the Runge-Kutta method — were used to obtain the time response of the system. Numerical simulations showed that increasing the pendulum mass improves the attenuation of torsional vibrations.

The spring was designed to exhibit a visually perceptible deformation without failure under the applied loads. Experimental tests confirmed that increasing the pendulum mass enhances attenuation, achieving up to a 51 % reduction in spring deformation with a mass of 180 g.

The combined numerical and experimental validation confirmed that the system responds effectively under controlled resonance conditions, highlighting its usefulness as a tool for studying and understanding the phenomenon of torsional vibrations.

Keywords: Torsional vibrations, Dynamic absorber, Resonance, Centrifugal pendulum.

Introducción

Las vibraciones torsionales son inevitables en sistemas rotativos y alternantes. El problema radica cuando las oscilaciones angulares se amplifican debido a factores relacionados con el proceso de manufactura, a la mala instalación de engranajes, o es propio del funcionamiento de motores de combustión interna, bombas, compresores y turbomáquinas; que pueden ocasionar fallas por fatiga debido a la presencia de cargas variables. Por lo expuesto anteriormente, el análisis de la vibración torsional preliminar en el proceso de diseño, es fundamental para evitar que la máquina opere en resonancia y así garantizar su funcionamiento.

El uso de absorbedores dinámicos es una estrategia bastante estudiada para atenuar las vibraciones torsionales en sistemas mecánicos. Estos absorben y disipan la energía de las oscilaciones torsionales no deseadas, mejorando así la estabilidad y reduciendo el riesgo de daños en los componentes mecánicos. De acuerdo con la literatura revisada, los Absorbedores de Vibración de tipo Péndulo Centrífugo (CPVA) son los más eficaces en contraste con los volantes de inercia bimasa, extendiendo su aplicación principalmente en motores de combustión interna.

El objetivo principal de la investigación es estudiar la atenuación de las vibraciones torsionales con la implementación de un absorbedor dinámico a través del diseño y construcción de un módulo. Se analizarán los parámetros para caracterizar sistemas rotativos y alternantes utilizando mecanismos que generen torques (fuentes de excitación periódicas). El diseño del módulo, tanto para la generación como para la atenuación de la vibración torsional, se realizará de acuerdo a la metodología alemana VDI 2221. Posteriormente, se llevarán a cabo pruebas de funcionamiento en condiciones de resonancia con la finalidad de demostrar la función atenuante del CPVA.

A lo largo de esta tesis, se abordarán aspectos relacionados con la teoría de las vibraciones torsionales, el modelado del sistema físico, la solución de EDOs no lineales mediante métodos numéricos (Runge-Kutta), el diseño y la fabricación del módulo, así como la etapa de pruebas de funcionamiento. La presente investigación contribuirá al mejor entendimiento de la atenuación de las vibraciones torsionales en la formación académica.

Índice General

Resumen	III
Abstract	IV
Introducción	V
Lista de Figuras	XII
Lista de Tablas	XIV
Lista de Siglas	XV
1 Aspectos Generales	1
1.1. Ámbito Geográfico	1
1.2. Planteamiento del Problema	2
1.2.1. Problemática	2
1.3. Formulación del Problema	2
1.3.1. Problema General	2
1.3.2. Problemas Específicos	3
1.4. Justificación	3
1.5. Objetivos	4
1.5.1. Objetivo General	4
1.5.2. Objetivos Específicos	4
1.6. Hipótesis	4
1.6.1. Hipótesis General	4
1.6.2. Hipótesis Específico	5
1.7. Variables	5
1.7.1. Independientes	5
1.7.2. Dependientes	5
1.8. Alcances	5
1.9. Delimitaciones	6
1.10. Metodología	6
1.10.1. Proceso de Desarrollo del Trabajo	7
2 Marco Teórico	9
2.1. Antecedentes de Investigación	9
2.2. Metodología del Diseño	10
2.3. Vibración Torsional	12

2.3.1.	Vibración Torsional Libre	12
2.3.2.	Vibración Torsional Forzada	13
	Modos de Vibración	13
2.3.3.	Diferencias Clave entre la Vibración Lateral y Torsional	14
2.3.4.	Mecanismos para la Generación de Vibración Torsional	15
2.3.5.	Absorbedores de Vibración de Péndulo Centrífugo (CPVA)	15
2.4.	Series de Fourier	16
2.5.	Búsqueda de Principios de Solución para el Diseño	18
2.5.1.	Catálogos para el Sistema Generador de Vibraciones Torsionales	18
2.5.2.	Trabajos de Investigación	20
2.5.3.	Sistema Atenuador	23
3	Diseño Conceptual del Módulo	28
3.1.	Comprensión de la Solicitud	28
3.1.1.	Lista de Exigencias	28
3.2.	Concepción de la Solicitud	29
3.2.1.	Abstracción (Black Box)	29
3.2.2.	Estructura de funciones	30
3.2.3.	Conceptos de Solución	32
3.3.	Proyecto Preliminar Óptimo	42
3.3.1.	Selección de Variantes de solución	42
3.3.2.	Evaluación Técnica y Económica	42
4	Modelado y Simulación Numérica	48
4.1.	Análisis Dinámico del Sistema	48
4.1.1.	Junta Universal	48
4.1.2.	Ecuaciones de Movimiento del Sistema	52
4.2.	Simulación Numérica de las Ecuaciones de Movimiento	61
4.2.1.	Solución del Sistema Sin Absorbedor	62
4.2.2.	Solución del Sistema Lineal	62
4.2.3.	Solución del Sistema no Lineal	64
5	Diseño Mecánico del Módulo	67
5.1.	Cálculo y selección de Componentes	67
5.1.1.	Selección del Motor	67
5.1.2.	Selección del Variador de Frecuencia	67
5.1.3.	Selección de la Junta Universal	68
5.1.4.	Cálculo del Resorte	68
5.1.5.	Cálculo del eje	71
5.1.6.	Cálculo de la Chaveta	71
5.1.7.	Selección de Rodamiento	72

5.1.8. Uniones Atornilladas	73
5.1.9. Cálculo de Soldadura	75
5.1.10. Selección de Anillos de Retención	77
5.1.11. Análisis de Esfuerzos en los Prisioneros de Sujeción	78
5.1.12. Limitación de Movimiento del Péndulo	79
5.2. Análisis Modal del Módulo	80
6 Construcción y Experimentación	88
6.1. Proceso de Construcción	88
6.1.1. Costos de Construcción del Módulo	97
6.1.2. Instrucciones de Funcionamiento del Módulo	100
6.2. Pruebas de Ensayo	101
6.2.1. Modelo a Ensayar	101
6.2.2. Lugar de Prueba	102
6.2.3. Equipos y Materiales	102
6.2.4. Capacitación del uso del Módulo	102
6.2.5. Recolección de Datos	104
Conclusiones	108
Recomendaciones	111
Bibliografía	112
Anexos	117
A Catálogos y Fichas Técnicas	118
B Cotización de Equipos Comerciales	125
C Formato de Inspección y Experimentación	127
D Figuras y Tablas para el Diseño	129
E Códigos de Matlab	133
E.1. Código de Respuesta del Sistema no Linealizado	133
E.2. Código para la Obtención de la Amplitud pico de la Deformación Torsional vs Velocidad	135
E.3. Código para el Procesamiento de Imágenes	138

Lista de Figuras

1.1. Ubicación del centro de mecanizado de Ingeniería Mecánica.	1
1.2. Proceso generalizado para el desarrollo y diseño VDI 2221	8
2.1. Vibración libre y forzada	12
2.2. Sistema torsional con dos discos montados sobre una flecha	13
2.3. Modo torsional de vibración	14
2.4. Torque no dimensional del péndulo durante un período completo de movimiento sinusoidal. [1]	17
2.5. Tipos de absorbedores dinámicos torsionales	17
2.6. Función periódica	18
2.7. Equipo de estudio de vibraciones torsionales	19
2.8. Equipo para el estudio de las Vibraciones torsionales libres y forzadas Gunt	19
2.9. Equipo para el estudio de vibraciones torsional Armfield	20
2.10. Banco de pruebas de vibraciones laterales y torsionales	21
2.11. Esquema de un sistema generador de vibración torsional	23
2.12. Amortiguador de vibraciones rotativo con péndulo de fuerza centrífuga .	26
2.13. Absorbedor de vibraciones de péndulo centrífugo	26
2.14. Conjunto de péndulo para volante de doble masa	27
3.1. Black Box	30
3.2. Subfunciones esenciales	30
3.3. Estructura de funciones	31
3.4. Matriz morfológica de Zwicky	33
3.5. Combinación de principios de solución de acuerdo con la Fig. 3.4	34
3.6. Concepto de solución 1	35
3.7. Concepto de solución 2	36
3.8. Concepto de solución 3	37
3.9. Concepto de solución 4	38
3.10. Concepto de solución 5	39
3.11. Concepto de solución 6	40
3.12. Concepto de solución 7	41
3.13. Ponderación para la evaluación técnica	44
3.14. Ponderación para la evaluación económica	45

3.15. Criterio de evaluación	47
4.1. Junta de Hooke	48
4.2. Variación de la velocidad angular causada por el ángulo de unión entre los ejes de entrada y salida	49
4.3. Variación de la aceleración angular causada por el ángulo de unión entre los ejes de entrada y salida	50
4.4. Variación del momento inercial adimensional en función del ángulo θ_1 . .	53
4.5. Modelo físico del sistema sin péndulo	54
4.6. Modelo físico del sistema	54
4.7. Respuesta analítica del sistema	60
4.8. Amplitud de deformación pico del resorte sin péndulo	60
4.9. Amplitud de deformación para diferentes coeficientes de amortiguamiento del sistema	61
4.10. Respuesta numérica del sistema sin absorbedor	63
4.11. Respuesta del sistema linealizado con absorbedor, para una masa de 180 gr	63
4.12. Respuesta del sistema no linealizado con absorbedor, con una masa de 180 gr	65
4.13. Amplitud total vs velocidad angular del motor.	66
5.1. Diagrama de fuerza cortante y momento flector del eje principal	72
5.2. Cruceta de conexión	73
5.3. Uniones atornilladas del soporte doble	74
5.4. Ubicación de los soportes y el centro de gravedad	75
5.5. Soporte de la base principal	76
5.6. Distribución de cargas	76
5.7. Gráfica de la restricción de desplazamiento axial del péndulo mediante anillos de retención	77
5.8. Diagrama de esfuerzo cortante puro	78
5.9. Gráfica de la restricción del movimiento angular del péndulo	80
5.10. Modelo simplificado del módulo para el análisis modal	81
5.11. Enmallado del modelo	82
5.12. Relación de aspecto	82
5.13. Primer modo - Frecuencia natural de 63.6 Hz	84
5.14. Segundo modo - Frecuencia natural de 78.1 Hz	84
5.15. Tercer modo - Frecuencia natural de 97.0 Hz	85
5.16. Cuarto modo - Frecuencia natural de 127.0 Hz	85
5.17. Quinto modo - Frecuencia natural de 133.0 Hz	86
5.18. Sexto modo - Frecuencia natural de 176.5 Hz	86

6.1. Torneado del volante de inercia	88
6.2. Volante de inercia	89
6.3. Acople de resorte	89
6.4. Montaje del eje del péndulo en el volante de inercia	90
6.5. Junta universal con prisioneros de sujeción	90
6.6. Prueba de alineamiento de eje de motor y junta universal	91
6.7. Base secundaria	91
6.8. Base principal	92
6.9. Taladrado del péndulo	92
6.10. Ejes del péndulo	93
6.11. Restricción de desplazamiento axial del péndulo mediante anillos de retención	93
6.12. Tapas para los soportes	93
6.13. Pintura anticorrosiva aplicada a los componentes del módulo	94
6.14. Pintado y acabado del módulo	95
6.15. Soporte del volante de inercia	95
6.16. Ángulo entre el eje conductor y el conducido	96
6.17. Módulo experimental	96
6.18. Equipos y materiales	102
6.19. Presentación del comportamiento del módulo	103
6.20. Presentación del módulo	103
6.21. a) Torcimiento del resorte en la dirección de la velocidad angular, b) Atenuación de la vibración torsional para una masa de péndulo de 180 gr.	104
6.22. a) y b) Punto de inflexión para ambas condiciones.	104
6.23. a) Torcimiento del resorte en dirección contraria a la velocidad angular, b) Atenuación de la vibración torsional para una masa de péndulo de 180 gr.	105
6.24. En las figuras en lado izquierdo se muestra el sistema en resonancia sin el absorbedor y el lado derecho se muestra su atenuación para diferentes masas. a) Masa de 45 gr, b) Masa de 90 gr, c) Masa de 135 gr y d) Masa de 180 gr.	106
A.1. Ficha técnica Motor WEG 0.5HP IV Polos	118
A.2. Variador de frecuencia	119
A.3. Altitud de funcionamiento del variador de frecuencia	120
A.4. Datos de dimensiones de la junta universal tipo D y HD.	120
A.5. Puesta en Marcha Rápida Sinamics V20	121
A.6. Ficha técnica del eje	122
A.7. Ficha técnica del Rodamiento 16002-2z	123
A.8. Ficha técnica del Rodamiento 624-2z	124
B.1. Cotización Equipos GUNT	125

B.2. Cotización Equipos EDIBON	126
C.1. Formato de Inspección	127
C.2. Ficha de Experimentación para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales	128
D.1. Sensibilidad a la muesca sometidos a flexión inversa de cargas axiales inversas.	129
D.2. Sensibilidad a la muesca de materiales sometidos a torsión inversa.	129
D.3. Eje redondo con filete en torsión.	130
D.4. Eje redondo con filete en flexión	130
D.5. Dimensiones del anillo de retención	132
D.6. Ejemplo de instalación	132

Lista de Tablas

2.1. Comparaciones de algunos modelos procedimentales de diseño	11
2.2. Fuentes de excitación de vibración torsional	15
2.3. Principales características del módulo de Edibon	19
2.4. Principales características del módulo de Gunt	20
2.5. Principales características del módulo de Armfield	21
2.6. Principales características del módulo desarrollado.	22
2.7. Valores de parámetros del actuador	23
2.8. Atenuadores investigados para la reducción de vibraciones torsionales . .	25
3.1. Selección sistemática	43
3.2. Evaluación técnica	46
3.3. Evaluación económica	46
4.1. Valores del coeficiente b_2 para diferentes valores de β	51
4.2. Valores de los parámetros vibratorios	57
4.3. Variación de las frecuencias naturales y el Porcentaje de atenuación a diferentes masas de péndulo	65
5.1. Parámetros a considerar para la selección del variador de frecuencia. . . .	68
5.2. Propiedades geométricas del resorte	69
5.3. Constantes A y m de S_{ut} para estimar la resistencia de tensión mínima de alambres para fabricar resortes comunes	70
5.4. Esfuerzos flexionantes máximos recomendados para resortes helicoidales a torsión en aplicaciones cíclicas como porcentaje de S_{ut}	70
5.5. Cuñas estándar en medidas métricas para ejes	72
5.6. Porcentaje de participación de masa	83
6.1. Costos de construcción	99
6.2. Costos de ingeniería	100
6.3. Estimación de costo total	100
6.4. Comparación de valores experimentales con los valores simulados	105
D.1. Valores orientativos de la vida especificada de los diferentes tipos de máquinas.	131

D.2. Especificaciones de las dimensiones del anillo de retención de tipo normal y la ranura	132
--	-----

Lista de Siglas

Siglas

DMF	:	Dual-mass flywheel (Volante Bimasa).
CPVA	:	Centrifugal Pendulum Vibration Absorber (Absorbedor de Vibraciones de Péndulo Centrífugo).
CDPVA	:	Centrifugal Double Pendulum Vibration Absorber (Absorbedor de Vibraciones de Doble Péndulo Centrífugo).
HBM	:	Harmonic Balance Method (Método de Equilibrio Armónico).
NES	:	Nonlinear energy sinks (Disipador de Energía No Lineal).
VDI	:	Verein Deutscher Ingenieure (Asociación Alemana de Ingenieros).
TIMS	:	Time-Interval Measurement Systems (Sistema de Medición de Intervalo de Tiempo).
ASTM	:	American Society for Testing and Materials (Sociedad Estadounidense para Pruebas y Materiales).
KDF	:	Kinematically Driven Flywheel (Volante Accionado Cinemáticamente).
ATTVA	:	Adaptative Torsional Tuned Vibration Absorber (Absorber de vibración sintonizado torsional adaptativo).
MRE	:	Magneto Rheological Elastomer (Elastómero Magneto Reológico).

1 | Aspectos Generales

1.1. Ámbito Geográfico

La etapa de fabricación y las pruebas de funcionamiento del módulo, serán realizadas en la Unidad de Enseñanza (Maquicentro) de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, ubicada en la Av. de La Cultura 220.



Fig. 1.1. Ubicación del centro de mecanizado de Ingeniería Mecánica.[2]

1.2. Planteamiento del Problema

1.2.1. Problemática

Las vibraciones torsionales se originan por fuerzas asociadas al movimiento alternativo, a la variación cíclica de la presión en los cilindros de motores de combustión interna y compresores alternativos, así como por imperfecciones en elementos de máquinas que transmiten potencia [3, pp 3 - 4]. Estas vibraciones pueden dar lugar a la fatiga de los componentes, definida por la ASTM [4] como el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que puede culminar en grietas o fracturas completas después de un número suficiente de fluctuaciones. La vibración torsional es la causa más común de rotura en dientes de engranajes [5, pp 51] y agrietamiento en turbinas de gas, turbinas de vapor y centrales nucleares [6]. Por este motivo, la atenuación de las vibraciones torsionales en sistemas mecánicos es de gran relevancia y representa un desafío en los diversos entornos industriales.

En las últimas décadas, la atenuación óptima de este fenómeno se ha logrado mediante la implementación de un Volante de Inercia Bimasa, conocida como DMF por sus siglas en inglés. Sin embargo, la creciente demanda de reducir aún más la indeseable vibración ha sido motivo de investigación. Actualmente, la implementación de Absorbedores de Vibración de Péndulo Centrífugo (CPVAs) ha logrado resultados aún más satisfactorios que los DMFs [7].

Los equipos actuales para el estudio de este fenómeno son altamente costosos y son casi nulos los que incluyen la experimentación de la absorción dinámica. Al día de hoy, el laboratorio de vibraciones mecánicas de la escuela profesional de Ingeniería Mecánica carece de un módulo que permita el análisis y la experimentación de la absorción dinámica torsional para reforzar los conocimientos teóricos.

1.3. Formulación del Problema

1.3.1. Problema General

¿De qué manera se puede estudiar la absorción dinámica de las vibraciones torsionales?

1.3.2. Problemas Específicos

- ¿Cómo influyen los parámetros que intervienen en la generación y atenuación de las vibraciones torsionales?
- ¿Cómo plantear la concepción óptima del módulo en base a las exigencias establecidas?
- ¿Cómo analizar el fenómeno físico y determinar la respuesta del sistema?
- ¿Cómo determinar las dimensiones adecuadas de los elementos de máquina del módulo para la generación y atenuación de vibraciones torsionales en resonancia?
- ¿Cómo validar los resultados analíticos y simulados de la atenuación de las vibraciones torsionales?

1.4. Justificación

El análisis de la vibración torsional es esencial para asegurar el funcionamiento confiable de las máquinas, ya que su impacto puede comprometer la integridad de los sistemas mecánicos. Por ello, es fundamental realizar un estudio torsional preliminar durante la etapa de diseño [8]. El módulo experimental permitirá representar condiciones similares de máquinas y de esta manera facilitar el análisis de este fenómeno.

A partir de esta investigación, será posible establecer nuevos lineamientos para futuros estudios. Se han planteado bases teóricas que explican la generación de vibraciones torsionales, las cuales serán validadas tanto mediante simulaciones numéricas como a través de pruebas experimentales. Asimismo, se buscará corroborar las teorías propuestas por [1] y [9].

Los equipos comerciales disponibles para el estudio de vibraciones torsionales son limitados y costosos. Empresas como Gunt y Edibon ofrecen módulos que permiten analizar únicamente el fenómeno de la vibración torsional, sin incluir mecanismos para el estudio de la absorción de estas vibraciones. Además, su adquisición requiere una inversión alta con un precio de s/. 242 000.00 y s/. 82 600.00 respectivamente (Ver Anexo B). Ante esta situación, surge la necesidad de diseñar y construir un módulo con un presupuesto accesible, que permita estudiar el fenómeno y explorar soluciones de absorción de vibraciones torsionales, contribuyendo así al aprendizaje de la comunidad estudiantil.

La construcción de este módulo representa una valiosa herramienta didáctica que permitirá a la comunidad académica comprender de manera más clara los parámetros

asociados a mecanismos paliativos de vibraciones torsionales, así como observar experimentalmente la atenuación de dichas oscilaciones. Mediante la manipulación directa de variables, los estudiantes podrán reforzar sus conocimientos teóricos a través de la experimentación práctica, desarrollando competencias clave para identificar, analizar y resolver problemas similares en entornos industriales reales. Este proceso de aprendizaje no solo fortalece la educación académica, sino que también contribuye a la preparación de profesionales capaces de generar soluciones que respondan a necesidades en el ámbito regional y nacional.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo General

Diseñar y construir un módulo para el estudio de la absorción dinámica de las vibraciones torsionales.

1.5.2. Objetivos Específicos

- Analizar los parámetros que intervienen en la generación y atenuación de las vibraciones torsionales.
- Desarrollar el diseño conceptual del módulo.
- Modelar el fenómeno físico y simular mediante herramientas computacionales la respuesta del sistema.
- Calcular los elementos de máquina del módulo para la generación y atenuación de vibraciones torsionales en resonancia.
- Construir el módulo y analizar empíricamente la atenuación de las vibraciones torsionales.

1.6. Hipótesis

1.6.1. Hipótesis General

El diseño y la construcción del módulo permitirá el estudio de la absorción dinámica de las vibraciones torsionales.

1.6.2. Hipótesis Específico

- Los parámetros analizados permitirán la generación y atenuación de vibraciones torsionales.
- El diseño conceptual del módulo cumplirá las exigencias establecidas para el estudio de la absorción dinámica de vibraciones torsionales.
- La simulación numérica determinará la respuesta del sistema para la obtención de los parámetros vibratorios.
- Los cálculos desarrollados de los elementos de máquina garantizarán que el módulo genere y atenue las vibraciones torsionales en resonancia.
- Las pruebas de funcionamiento verificaran la atenuación de las oscilaciones torsionales.

1.7. Variables

1.7.1. Independientes

- Frecuencia del motor.
- Parámetros de la fuente de excitación torsional.
- Amplitud del péndulo.

1.7.2. Dependientes

- Deflexión angular.
- Frecuencia natural del sistema y el absorbedor dinámico.
- Atenuación de la amplitud torsional.

1.8. Alcances

En esta investigación se diseñará y construirá un módulo que caracterizará las vibraciones torsionales, y se le implementará un absorbente para experimentar la atenuación de la deflexión angular. El módulo está dirigido principalmente a la comunidad académica para reforzar los conocimientos teóricos a través de la

experimentación directa; permitirá identificar, analizar y solucionar problemas similares en la industria.

1.9. Delimitaciones

En la investigación no serán considerados los siguientes ítems:

- Las múltiples ordenes producidas por la implementación de un absorber de vibraciones en el sistema, es decir, las diferentes frecuencias adicionales que aparecen debido a la interacción del absorbedor.
- Las fricciones ocasionadas por los rodamientos y magnetismos del motor eléctrico.
- Las variaciones de la rigidez y amortiguamiento del sistema. Se trabajará con estos parámetros constantes.
- La instalación de un sistema para la medición de las vibraciones torsionales, así como un sistema de mandos.
- Las vibraciones no torsionales generadas por desbalance y desalineamiento en el sistema, el diseño deberá tener la rigidez suficiente para evitar entrar en resonancia.

1.10. Metodología

Tipo de Investigación

La investigación es de tipo tecnológico, busca aplicar conocimientos científicos para el desarrollo de una solución practica que contribuya al estudio y control del fenómeno de la vibración torsional en sistemas mecánicos. La investigación no se limita a comprender el fenómeno sino que propone la construcción de un módulo con fines educativos y experimentales. [10]

Nivel de Investigación

El nivel de investigación es experimental, debido a la implementación de un módulo en el cual se manipulan variables con el fin de observar su efecto en la generación y atenuación de las vibraciones torsionales. [10]

1.10.1. Proceso de Desarrollo del Trabajo

I. Revisión bibliográfica: Se obtendrá información de libros, trabajos de investigación y artículos científicos sobre los parámetros de diseño de sistemas que generan vibración torsional y absorción dinámica. Se priorizarán las investigaciones experimentales.

II. Diseño conceptual del módulo: En esta etapa, se desarrollará el diseño más óptimo de acuerdo a la metodología alemana VDI 2221 [11] (ver Fig. 1.2) y los aportes de Pahl et al. en su libro Engineering Design [12]. En la presente investigación, la fase I se desarrollará en el capítulo 1, la fase II en los capítulos 2 y 3; y las fases III y IV en el capítulo 4. Esta metodología se caracteriza por ser iterativa y la sucesión de las etapas no es estrictamente rígida [12].

Previo a la construcción del módulo se realizará la simulación numérica en Matlab en un capítulo independiente.

III. Simulación numérica: Para estudiar el comportamiento del sistema se obtendrán las ecuaciones de movimiento del sistema torsional y de los absorbedores pendulares. Se hallará la respuesta del sistema con el solver ODE45 de Matlab.

IV. Diseño mecánico: Se calcularán y seleccionarán los componentes mecánicos según los parámetros establecidos en la simulación numérica.

V. Construcción y experimentación del módulo: Posterior al diseño mecánico, se realizará la construcción y las pruebas experimentales para observar la atenuación del fenómeno torsional.

VI. Análisis de resultados: Interpretación y contraste de los resultados analíticos, por simulación y experimentación.

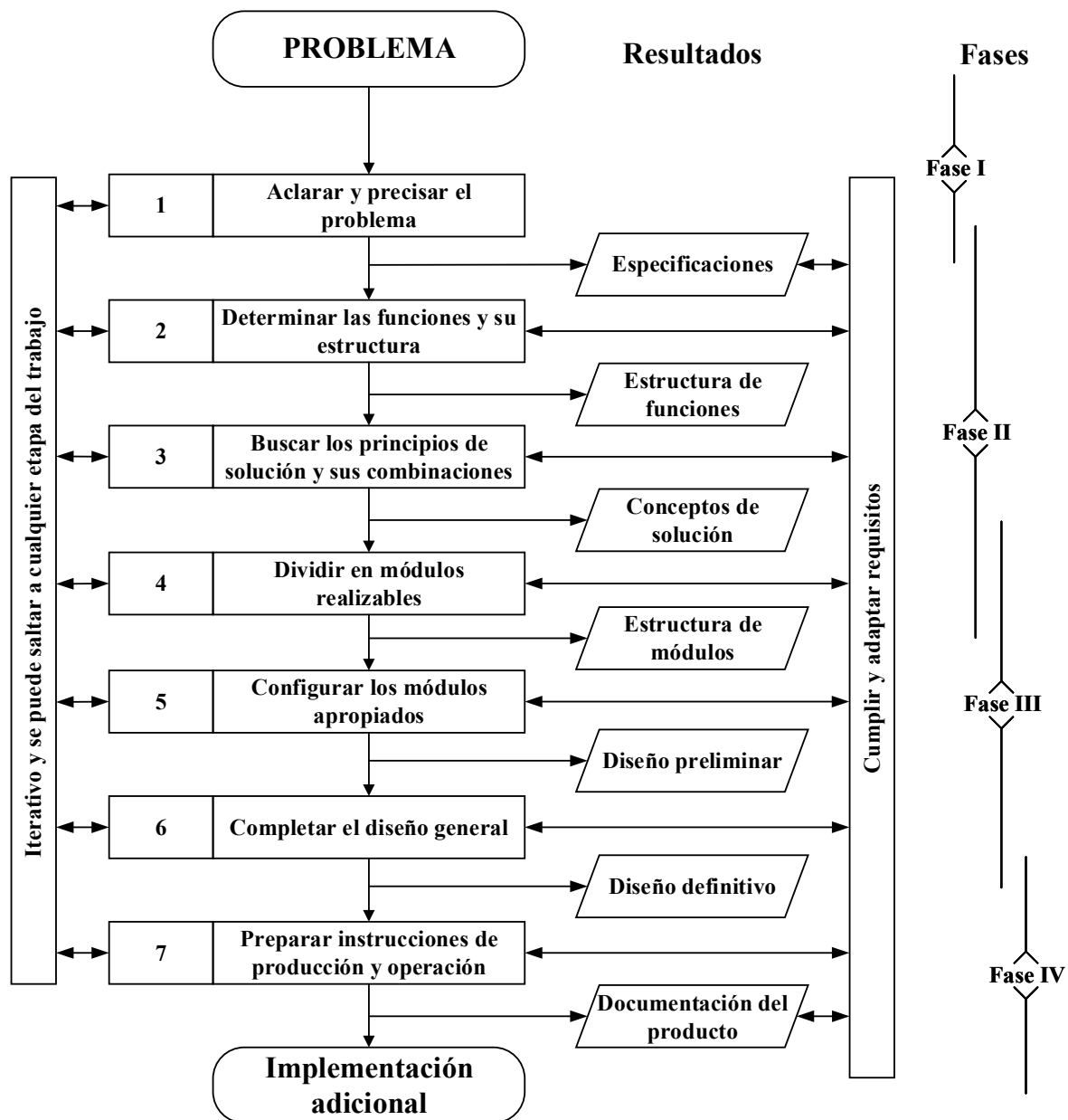


Fig. 1.2. Proceso generalizado para el desarrollo y diseño VDI 2221:1993-05. Adaptado de [11]

2 | Marco Teórico

2.1. Antecedentes de Investigación

Ashar [13] estudió la dinámica de la junta universal para la generación de vibraciones torsionales caracterizando sistemas reales, determinó que la amplitud oscilatoria es proporcional al ángulo de la junta universal y a la frecuencia de excitación del motor; y a partir de sus resultados Desai [14] diseñó una máquina para el estudio de las vibraciones torsionales. Ishida *et al.* [15] y [16] estudiaron la atenuación de las vibraciones torsionales mediante CPVA simple y de rodillo, su estudio trata de las influencias de los atenuadores en la reducción de las vibraciones torsionales, sus resultados experimentales alcanzaron una amplitud máxima de deformación torsional de 0.003 rad y 0.0054 rad respectivamente, demostraron que el péndulo de rodillo es más eficiente llegando a atenuar hasta en un 90 %. Kadoi *et al.* [17] realizaron un estudio sobre la atenuación del CPVA simple en un sistema de múltiples grados de libertad, llegaron a la conclusión de que el CPVA simple puede atenuar un modo de vibración y que la reducción de las oscilaciones torsionales mejora con el incremento de la masa del péndulo. Además, para absorber la vibración de forma eficaz en un modo específico, el péndulo debe ser acoplado en el rotor que sufre mayor torcimiento. Haris *et al.* [18] experimentaron la atenuación de las oscilaciones de un disipador de energía no lineal (NES) con rigidez cúbica en un módulo compacto y de dimensiones reducidas, demostraron que el NES puede mitigar las vibraciones en un amplio rango de velocidades a diferencia de los CPVAs simples. Las investigaciones citadas con anterioridad utilizaron el mecanismo de la junta universal como fuente de excitación para generar vibración torsional.

La aplicación de atenuadores para vibraciones torsionales inició en 1929 en motores de combustión interna y rotores de helicópteros [19], desde entonces fueron estudiados con mayor frecuencia. Wedin [20] y Smith [21], se enfocaron en el análisis de la trayectoria de los absorbedores tipo péndulo y concluyeron que la trayectoria epicycloidal es la más eficiente. Vidmar [22], Manchi y Sujatha [9] diseñaron atenuadores no lineales para mitigar las vibraciones torsionales de primer y segundo orden, el primero fue experimentado en un banco de pruebas controlado y el último aplicado en un vehículo de tracción trasera de cuatro cilindros. Acar [23] desarrolló herramientas numéricas

simplificando las no linealidades para el análisis en sistemas complejos con el propósito de facilitar el diseño de los CPVAs.

La influencia de la velocidad excitadora sobre la fuerza centrífuga en absorbedores de tipo bifiliar y de rodillo fue estudiada por Newland [1]. Chen *et al.* [7] experimentaron la atenuación del absorbedor de tipo bifiliar en un volante de inercia bimasa a diferentes velocidades del motor de un vehículo, obteniendo buenos resultados en contraste con los absorbedores convencionales. Asimismo, Melendres [24] acopló un CPVA de tipo bilifilar en el cigüeñal de un motor de 2 cilindros y de 4 tiempos, reduciendo la amplitud en un 80 %. Sin embargo, su estudio es teórico.

2.2. Metodología del Diseño

Las metodologías de diseño aseguran la obtención de la solución óptima a través de estrategias efectivas. Los modelos procedimentales están dirigidos a diseñadores de ingeniería, diseñadores industriales, investigadores o estudiantes [25]. En la Tabla 2.1 se comparan algunos modelos procedimentales de ingeniería de diseño de los cuales la mayoría presenta solo divergencia en terminología.

La Metodología para el desarrollo y diseño de sistemas y productos técnicos - VDI 2221, fue desarrollada por el Comité de Diseño Metódico de la Asociación Alemana de Ingenieros, con la participación de científicos especializados en diseño de diversas áreas de la industria de entre los cuales algunos de ellos se mencionan en la Tabla 2.1, su versión más reciente fue publicada en 2019. Las constantes revisiones de la norma están enfocadas en implementar actualizaciones basadas en nuevas investigaciones en diseño; no obstante, la versión inicial de esta norma sigue siendo práctica. [26]

VDI 2221 (1993)	Rodenacker (1970)	Pahl/Beitz (2007)	Roth (1995)	Koller (1985)	Hubka/Eder (1996)
Problema asignado	Problema asignado	Problema asignado	Problema asignado	Planificación de productos	Problema asignado
Formulación de la tarea 1. Aclarar y aumentar la precisión de la descripción de la tarea.	Relaciones de acción requeridas	Aclarar la tarea Descripción detallada de la tarea, lista de requisitos.	Formulación Aclarar la descripción de la tarea, tarea principal, instrucciones, lista de requisitos.	Análisis de mercado Establecer la definición del problema.	Desarrollar la especificación de diseño
Buscar principios, conceptualización 2. Determinar las funciones y su estructura. 3. Búsqueda de los principios de solución y sus combinaciones.	Funciones - Relaciones lógicas de acción. - Eventos físicos. - Relaciones de acción física. - Tipo de acción. - Relaciones de acción cinemáticas.	Conceptualización - Estructuras de funciones. - Búsqueda de los principios de solución. - Selección de las combinaciones adecuadas. - Conceptos de solución. - Evaluación técnico-económica.	Desarrollar funciones Establecer funciones, general, lógicas, estructura de funciones. - Desarrollo de los principios de solución. - Funciones con efectos, funciones específicas. - Desarrollar portadores de efectos para el esbozo de principios, evaluación técnico-económica.	Síntesis de funciones - Propósito o funciones principales. - Dividir las funciones parciales y básicas. - Evaluación técnico-económica. Síntesis cualitativa - Asignación y variación de efectos. - Variación de portadores de efectos.	- Establecer el proceso de transformación. - Establecer tecnológica. - Establecer estructura de funciones. - Matriz morfológica Establecer estructura de órganos.
Formulación y encarnación 4. División en módulos realizables. 5. Configurar los módulos apropiados.	Relaciones de acción de diseño.	Diseño preliminar y Encarnación - Desarrollo de la estructura constructiva. - Formulación preliminar, geometría, material y cálculos. - Diseño definitivo. - Evaluación técnico-económica.	Diseño de la estructura y geometría - Forma de la estructura: esbozo. - Contornos y secciones. - Materiales, resistencia. - Ensamble. - Integración de funciones. - Desarrollo general. - Evaluación técnico-económica.	- Representar principio. - Seleccionar soluciones para el concepto total. - Diseño preliminar.	Establecer estructura constructiva: 1 Diseño preliminar. Establecer estructura constructiva: 2 Diseño dimensional.
Elaboración y detalles 6. Completar el diseño general. 7. Preparar instrucciones de producción y operación.	Relaciones de acción tecnológica de fabricación.	Elaboración - Documentación de ejecución y uso. - Documentación de fabricación. - Instrucciones de ensamble, transporte y pruebas.	Diseño para fabricación - Análisis de puntos críticos. - Diseño para fabricación; ensamble; transporte; reciclaje. - Diseño finalizado. - Detallado; tolerancias. - Documentación de fabricación. - Instrucciones de ensamble, uso y prueba.	Síntesis cuantitativa - Cálculos, dimensionamiento. - Investigaciones experimentales. - Pruebas, mejora. - Formular planes de trabajo. - Documentación de fabricación y ensamble.	Establecer estructura constructiva: 3 Detalles y dibujos de ensamble. Modelos computarizados. Listas de partes y documentación.

Tabla 2.1. Comparaciones de algunos modelos procedimentales de diseño. Adaptado de [25]

2.3. Vibración Torsional

Es el torcimiento oscilatorio de un rotor alrededor de su línea central de giro superpuesto a su velocidad de funcionamiento [27], [5]. En máquinas alternantes y rotativas cada rotor oscilará siguiendo una perturbación torsional al rededor de su eje de rotación [8].

2.3.1. Vibración Torsional Libre

Cuando a un sistema mecánico se le imprime una perturbación angular por un periodo breve, oscilará a una frecuencia denominada como frecuencia natural. Una vez que se libera el sistema, continuará vibrando hasta que la vibración se extinga o se vuelva a excitar. [28]

La vibración del sistema de rotor implica la conversión de la energía cinética a energía potencial de varios componentes tipo resorte. La energía potencial puede almacenarse temporalmente en la deflexión del eje del rotor, la deflexión de los cojinetes, la deformación de la carcasa de la máquina, la deflexión del sistema de tuberías conectado y la deflexión de la cimentación. Prácticamente cada elemento del sistema de rotor puede actuar como un resorte disponible para el almacenamiento temporal de la energía suministrada por la fuerza que causó la perturbación inicial. [28]

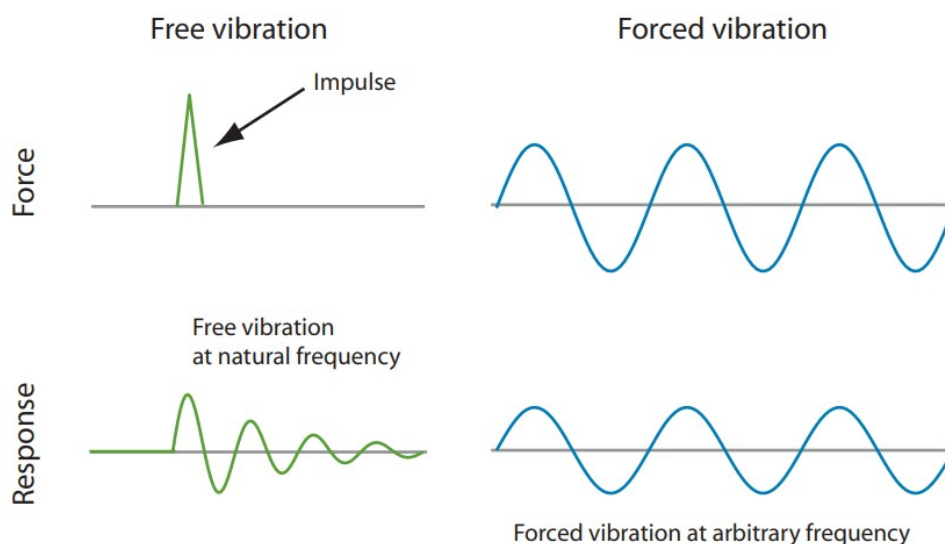


Fig. 2.1. Vibración libre y forzada. [28]

Al lado izquierdo de la Fig. 2.1 se observa un sistema mecánico sometido a un impulso repentino el cual vibra a su frecuencia natural y eventualmente la vibración se extinguirá. El lado derecho muestra la vibración forzada que puede ocurrir a cualquier frecuencia y además la amplitud de la fuerza y la respuesta son constantes [28]. La vibración torsional

libre puede ocurrir debido a cambios repentinos de la carga en el sistema, por ejemplo, el cambio da carga en generadores eléctricos puede crear un impulso que puede excitar una frecuencia natural torsional del sistema. [5]

2.3.2. Vibración Torsional Forzada

La vibración torsional forzada es el resultado del suministro de energía externa en el sistema mecánico [28] y puede ocurrir debido a la variación en la geometría de los engranajes, frecuencia de deslizamiento del motor eléctrico o irregularidades de par, acoplamientos desalineados, motores o cargas reciprocantes [8].

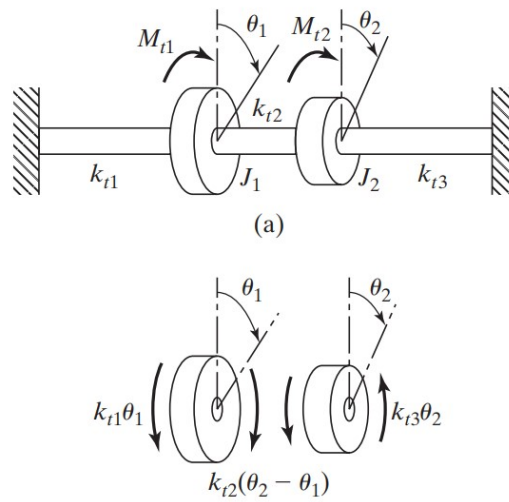


Fig. 2.2. Sistema torsional de dos grados de libertad. [29]

De acuerdo a la primera ley de Newton las ecuaciones diferenciales del sistema de la Fig. 2.2 se describen como:

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + (k_{t1} + k_{t2})\theta_1 - k_{t2}\theta_2 = M_{t1} \quad (2.1)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 - k_{t2}\theta_1 + (k_{t2} + k_{t3})\theta_2 = M_{t2} \quad (2.2)$$

Donde: J_1 y J_2 son los momentos de inercia, M_{t1} y M_{t2} representan los pares externos aplicados y θ_1 y θ_2 desplazamientos angulares del sistema torsional.

Modos de Vibración Torsional

Cada modo de vibración representa diferentes combinaciones de torsión en la máquina. La forma real de los modos dependerá de la magnitud y distribución de los momentos de inercia, y de la distribución de la rigidez torsional en el eje. [28]

En la Fig. 2.3 el accionamiento externo proviene del motor y se entrega a través de un acoplamiento. El par de torsión de accionamiento se equilibra con el par de carga en el sistema, este par es generado por las fuerzas alternantes en compresores, cargas de fluidos en bombas, entre otros. El motor oscila en sentido contrario (desfasado) al compresor y ambos pueden ser modelados como cuerpos rígidos ya que presentan poca torsión. [5]

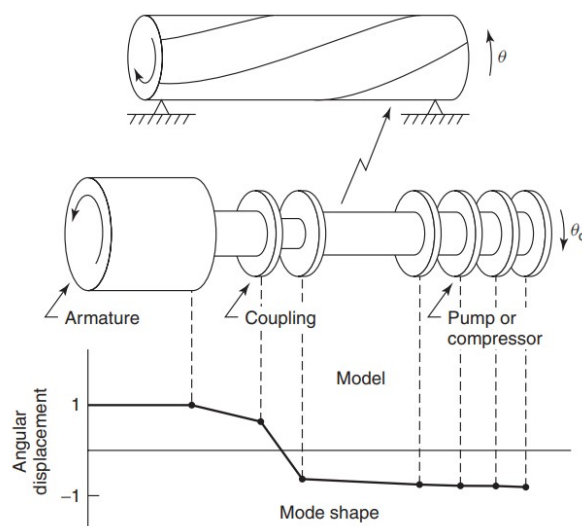


Fig. 2.3. Modo torsional de vibración. [5]

2.3.3. Diferencias Clave entre la Vibración Lateral y Torsional

Las vibraciones laterales involucran el movimiento lateral y oscilatorio de los componentes de la máquina en planos perpendiculares al eje [28]. Vance [5] indica las siguientes diferencias.

- La detección de vibraciones laterales puede realizarse mediante instrumentación o cuando se transmiten hacia la carcasa y al cimiento. En cambio, para las vibraciones torsionales es poco común disponer de la instrumentación adecuada, por lo que estas pueden ocurrir silenciosamente y sin afectar de forma significativa la carcasa y el cimiento.
- Las frecuencias naturales de la vibración lateral están influenciadas por la velocidad de rotación, mientras que las de la vibración torsional no dependen de esta y pueden medirse con la máquina en reposo, siempre que se disponga de una fuente de excitación.
- La excitación más común de la vibración lateral está relacionada con el desequilibrio del rotor, y aunque este no influya directamente en la vibración torsional, puede generar un torque dinámico de manera indirecta en máquinas con engranajes.

- El análisis de la vibración lateral puede realizarse en cada componente del tren de manera independiente, mientras que para el análisis de la vibración torsional debe incluir todos los rotores y en muchos casos, cada rotor puede considerarse rígido.

2.3.4. Mecanismos para la Generación de Vibración Torsional

Los principales mecanismos para la generación de vibraciones torsionales y sus respectivas frecuencias a la que serán excitas se muestran en la Tabla 2.2.

Fuente	Frecuencia
Desviación del engranaje	$1 \times, 2 \times, 3 \times \text{rpm}$
Tolerancias de mecanizado de los dientes de los engranajes	$\text{No. de dientes del engranaje} \times \text{rpm}$
Desequilibrio del acoplamiento	$1 \times \text{rpm}$
Junta de Hooke	$2 \times, 4 \times, 6 \times \text{rpm}$
Desalineación del acoplamiento	Depende de los elementos de accionamiento

Tabla 2.2. Fuentes de excitación de vibración torsional.[30]

Ashar [13], Desai [14] y Haris *et al.* [18] emplearon la junta universal dentro de sus investigaciones para la generación de vibración torsional, debido a su fácil manipulación.

2.3.5. Absorbedores de Vibración de Péndulo Centrífugo (CPVA)

Los CPVAs son ampliamente utilizados en máquinas rotativas y alternantes. Consiste en un péndulo restringido a moverse en un plano perpendicular al eje de rotación de la máquina [31]. El rendimiento del absorbedor de vibración típico generalmente está limitado a un estrecho rango de frecuencia. Sin embargo, el péndulo centrífugo puede ajustarse a un cierto orden de rotación en lugar de a una frecuencia establecida y, por lo tanto, son efectivos en un rango continuo de velocidades de rotación [32]. La siguiente ecuación expresa que la frecuencia natural de las oscilaciones libres de un péndulo es proporcional a la velocidad de rotación [33].

$$\omega_p = \Omega \sqrt{\frac{a}{l}} \quad (2.3)$$

Donde: a : distancia del centro del disco a la articulación del péndulo y l : longitud de la articulación a la masa puntual.

La ecuación 2.3 representa una expresión que no tolera los errores que se producen en el proceso de manufactura del péndulo. En la práctica, mantener la exactitud de a y l es difícil de lograr, por esa razón es necesario considerar un margen de desintonización [1]. La ecuación 2.3 se puede escribir de la siguiente forma.

$$\omega_p = \Omega \sqrt{\frac{a}{l}(1 + \epsilon)} \quad (2.4)$$

Donde ϵ es el grado de desintonización y puede tomar los valores de 0.0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25.

Ecuación del Torque del Péndulo

Las oscilaciones del péndulo producen un par alrededor del eje del rotor para evitar el torcimiento del eje ocasionado por una fuerza externa. De acuerdo con el análisis realizado por [1], los efectos de la inercia del péndulo pueden considerarse despreciables. En consecuencia, el torque generado se representa mediante la siguiente ecuación.

$$\frac{T}{mal\omega^2} = \left(1 + \left(\frac{a}{l}\right) \cos \phi\right) \sin \phi \quad (2.5)$$

De la ecuación 2.5, la expresión $T/mal\omega^2$ representa un torque adimensional y depende de la amplitud del péndulo ϕ . La amplitud de diseño debe restringirse a 30° para obtener un par aproximadamente armónico y mantener la propiedad absorbente del péndulo [1], en la Fig. 2.4 se muestra la razón de la limitación de la amplitud del ángulo, esta Figura muestra el torque adimensional para un ciclo completo de un péndulo centrífugo a diferentes ángulos (línea negra a 30° , línea azul a 60° y línea roja a 90°). El torque a 30° , es casi armónica, y para 60° se muestra una desviación significativa de forma de la armónica; finalmente para una amplitud de 90° el torque del péndulo se leja de lo armónico.

Otro punto mencionado en [9] para limitar ϕ ocurre cuando las fuerzas gravitatorias son mayores que las fuerzas centrifugas. Este efecto debe tenerse en consideración cuando la relación $g/a\Omega^2$ es mayor que 0.015, donde a es la distancia del centro del rotor al punto de articulación del péndulo y Ω es la velocidad de rotación.

2.4. Series de Fourier

En muchos de los sistemas vibratorios la fuente de excitación no es armónica, sin embargo muchos de ellos son periódicas como se muestra en la Fig. 2.6(a) y se puede

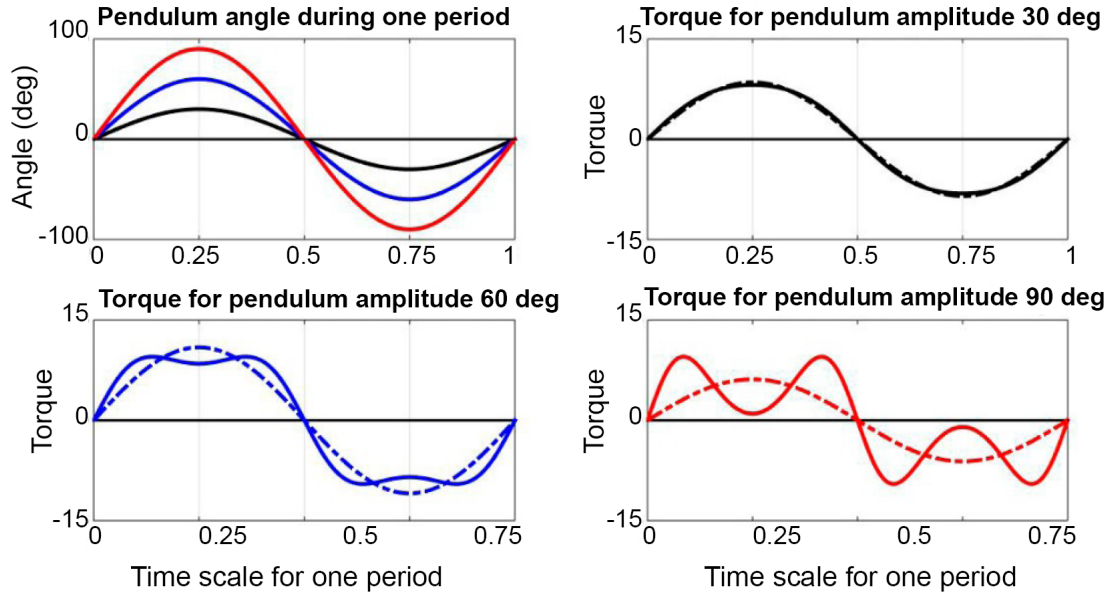


Fig. 2.4. Torque no dimensional del péndulo durante un período completo de movimiento sinusoidal. [1]

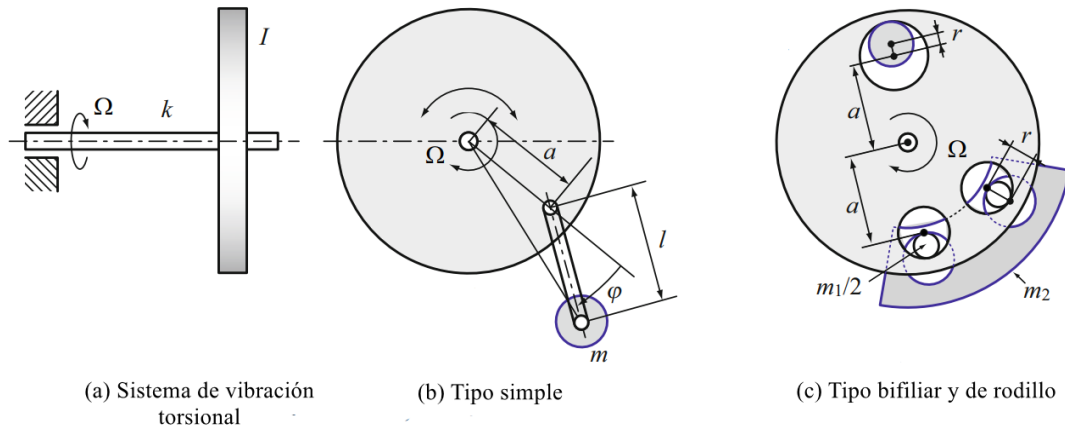


Fig. 2.5. Tipos de absorbedores dinámicos torsionales. Adaptado de [34]

representar como una serie infinita de senos y cosenos. Si la función $x(t)$ es una función periódica con periodo τ , se puede escribir como una serie de fourier. [29]

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots \\
 &\quad + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots \\
 &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Donde $\omega = 2\pi/\tau$ es la frecuencia fundamental y $a_0, a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$ son coeficientes constantes y se pueden obtener con las siguiente ecuaciones.

$$a_0 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) dt \quad (2.7)$$

$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) \cos n\omega t dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \cos n\omega t dt \quad (2.8)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) \sin n\omega t dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \sin n\omega t dt \quad (2.9)$$

Para determinar los coeficientes, se integra a lo largo de un periodo $\tau = 2\pi/\omega$, por ejemplo, de 0 a $2\pi/\omega$.

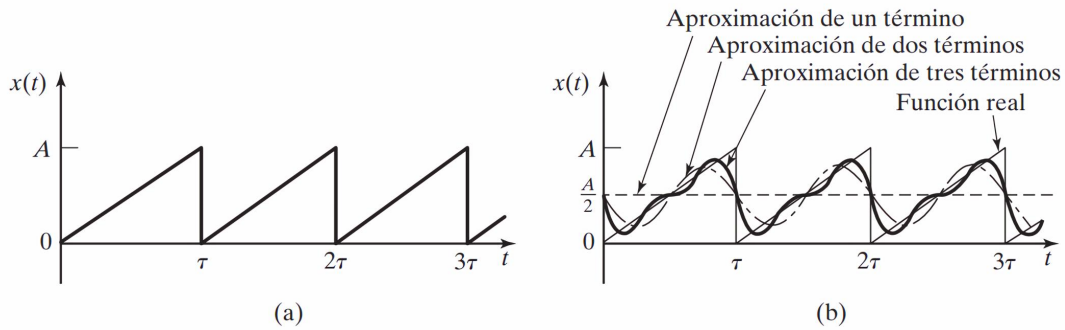


Fig. 2.6. Función periódica

Aunque la ecuación 2.6 es una serie infinita de senos y cosenos, muchas veces solo es necesario utilizar algunos términos para una buena aproximación de la función real, ver Fig. 2.6(b). [29]

2.5. Búsqueda de Principios de Solución para el Diseño

Los métodos aplicados para la búsqueda de principios de solución para la matriz morfológica son: métodos convencionales, intuitivos y discursivos [12].

2.5.1. Catálogos para el Sistema Generador de Vibraciones Torsionales

Edibon



Fig. 2.7. Equipo de estudio de vibraciones torsionales Edibon. [35]

Elementos	Características
Fuente de energía	Motor eléctrico trifásico 0.5 Kw.
Control de velocidad de giro	Sistema SCADA.
Generador de VT	Motor eléctrico y resistencia de amortiguador dinámico.
Espécimen	Acero inoxidable: D = 6 mm. L = 1400 mm.
Discos	Disco 1 y 2: D = 150 mm, m = 2.6 Kg y I = 0.00731 Kg m ² . Disco 3: D = 240 mm, m = 4.9 Kg y I = 0.06679 Kg m ² .
Dimensiones geométricas	1650 x 500 x 400 mm.
Peso	55 Kg.
Absorsor dinámico	No presenta.
Amortiguador dinámico	Amortiguador rotativo.

Tabla 2.3. Principales características del módulo de Edibon. [35]

Gunt



Fig. 2.8. Equipo para el estudio de las Vibraciones torsionales libres y forzadas Gunt. [36]

Elementos	Características
Fuente de energía	Motor eléctrico monofásico. Velocidad max. 20 Hz.
Control de velocidad de giro	Software Gunt con adquisición de datos.
Generador de VT	Motor eléctrico y resistencia del amortiguador dinámico.
Espécimen	Acero inoxidable: D = 6 mm. L = 1300 mm.
Discos	Disco 1: D = 150 mm, aprox. 2.7 Kg. Disco 2: D = 228 mm, aprox. 4.8 Kg.
Dimensiones geométricas	1400 x 410 x 400 mm.
Peso	50 Kg.
Absorsor dinámico	No presenta.
Amortiguador dinámico	Amortiguador rotativo. Coeficiente del amortiguador: (0.25 - 3.5) Nm s/rad.

Tabla 2.4. Principales características del módulo de Gunt. [35]

Armfield

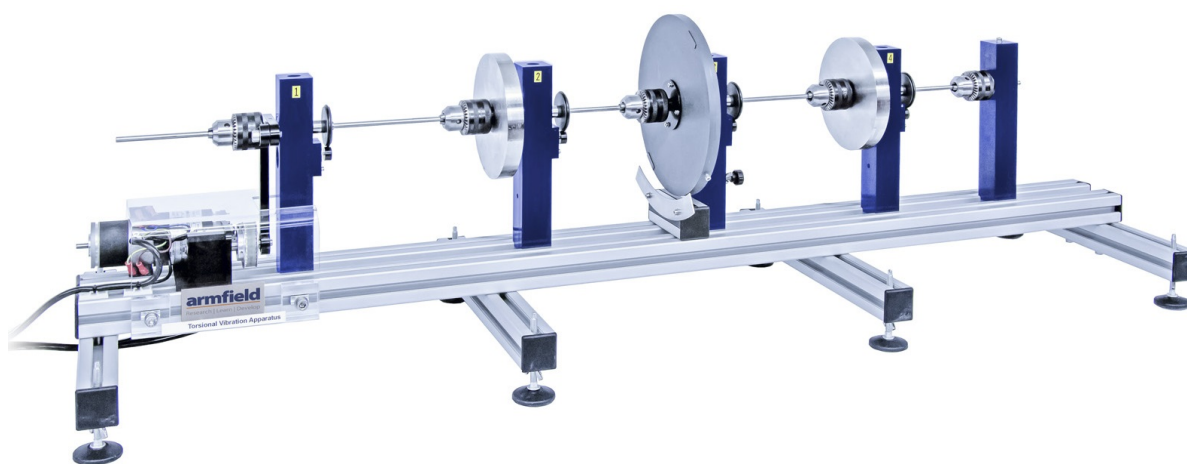


Fig. 2.9. Equipo para el estudio de vibraciones torsional Armfield [37]

2.5.2. Trabajos de Investigación

Modelamiento y Análisis del Comportamiento Rotodinámico de un Eje Asimétrico Sometido a Carga Combinada Lateral y Torsional

Elementos	Características
Fuente de energía	Motor eléctrico monofásico. Velocidad max. 20 Hz.
Control de velocidad de giro	AIU: Unidad de Interfaz Armfield.
Generador de VT	Motor eléctrico y mandril de sujeción.
Espécimen	Acero inoxidable: D = 6 mm. L = 1300 mm.
Discos	Discos de acero 1 y 2: 20 mm x ϕ 150 mm. Disco de plástico 3: 15 mm x ϕ 228 mm.
Dimensiones geométricas	1400 x 410 x 400 mm.
Peso	70 Kg.
Absorber dinámico	No presenta.
Amortiguador dinámico	No presenta.

Tabla 2.5. Principales características del módulo de Armfield. [37]



Fig. 2.10. Banco de pruebas de vibraciones laterales y torsionales. [38]

Elementos	Características
Fuente de energía	Motor eléctrico 220V 1.8 HP a 60 Hz y 3459 rpm
Control de velocidad de giro	Variador de velocidad marca Telemecanique. ■ Alimentación: 220 V trifásico.

Elementos	Características
Instrumentos de medición	Acelerómetro marca CTC ■ Resolución: 100 mV/g. ■ Conexión: BNC. Encoders de deformación angular ■ Modelo 775. ■ Velocidad máxima mecánica: 6000 rpm. ■ Frecuencia máxima: 150 Khz. Tarjeta de adquisición de datos para acelerómetros marca National Instrument. ■ Modelo: NI9233. ■ Entradas: 4 de tipo análoga. ■ Muestreo: Hasta 50 KHz. ■ Conexión: BNC Tarjeta de adquisición de datos para encoders marca National Instrument. ■ Modelo: NI9411.
Generador de VT	Freno de partículas magnéticas marca Warner Electric. ■ Modelo PRB-2.5H ■ 24 VDC. ■ Velocidad máxima de operación 1800 rpm.
Espécimen	Acero inoxidable 316: $D = 2.25 \text{ in (57.15mm)}$.
Discos	Discos de acero 1: $I=1.7429 \text{ in-lb-seg}^2$. Disco de acero 2 al 7: $I=1.4644 \text{ in-lb-seg}^2$.
Dimensiones geométricas	L: 1 m.
Peso	—
Absorber dinámico	No presenta.
Amortiguador dinámico	No presenta.

Tabla 2.6. Principales características del módulo desarrollado. [38]

Análisis Dinámico de un Actuador de Vibración Torsional

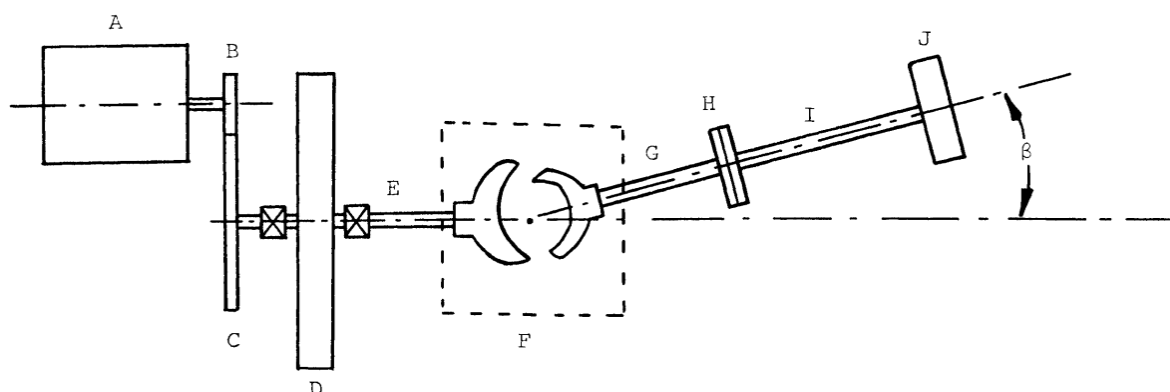


Fig. 2.11. Esquema de un sistema generador de vibración torsional. [13]

Donde: A: Motor, B: Engranaje del eje del motor, C: Engranaje del eje del volante de inercia, D: Volante de inercia, E: Eje del conductor, F: Junta de Hooke, G: Eje conducido, H: Acople, I: Eje de muestra y J: Disco de muestra.

Con los principios de Ashar [13], Desai [14] diseñó una máquina de vibración torsional con diferencias poco significativas, por lo que bastará mencionarlo.

Descripción	Valor
Momento de inercia de masa del motor	0.025 lb. in. sec ²
Momento de inercia de masa del volante de inercia	20 lb. in. sec ²
Momento de inercia de masa del lado de salida de la junta de Hooke	0.03 lb. in. sec ²
Momento de inercia de masa del disco de la muestra	0.628 lb. in. sec ²
Rigidez torsional del eje de la muestra	12000 lb. in. sec ²
Relación de reducción de velocidad	0.33

Tabla 2.7. Valores de parámetros del actuador. [13]

2.5.3. Sistema Atenuador

Trabajos de Investigación:

De la Tabla 2.8, se priorizarán los tipos de atenuadores verificados experimentalmente para la matriz morfológica.

Estudiado por:	Atenuador	Símbolo	Descripción
Pfabe [39]	Volante accionado cinemáticamente	KDF	Investigación experimental. Reduce una armónica de un par fluctuante.
Haris [18]	Disipador de energía no lineal	NES	Investigación experimental. Extrae la energía del sistema primario en un amplio rango de velocidad.
Abu Seer et al. [40]	Absorber de vibración sintonizado torsional adaptativo	ATTVA	Investigación experimental. Adapta su frecuencia natural al sistema para su sintonización mediante el control de la capacitancia conectada al bobinado, esto es posible por el circuito electromagnético integrado en el diseño del atenuador.
Praveen Shenoy et al. [41]	Elastómero magneto - reológico	MRE	Investigación experimental. Es un material inteligente que cambia sus propiedades inherentes (rigidez y amortiguación) con la entrada de un campo magnético. Es un aislador torsional semiactivo.
Chen et al. [7]	Volante de inercia de doble masa integrado con absorbedor de vibraciones de péndulo centrífugo	DMF con CPVA	Investigación experimental. El DMF con CPVA tipo bifilar tiene mejor rendimiento en un rango amplio de velocidad en contraste con el DMF y el DMF con CPVA tipo simple.
Manchi y Sujatha [9]	Absorbedor de vibraciones de doble péndulo centrífugo	CDPVA	Investigación experimental. Reduce las vibraciones torsionales de múltiples ordenes. Es un diseño robusto para uso prolongado.
Newland [1]	Absorbedor de vibraciones de péndulo centrífugo	CPVA	Investigación teórica. Tipo bifilar laminado ■ Ampliamente utilizado en motores de automóviles

Estudiado por:	Atenuador	Símbolo	Descripción
Investigación teórica.			
Tipo Simple:			
■ Con trayectoria circular. ■ Adecuado para investigaciones iniciales. ■ No es muy utilizado en la práctica.			
Tipo Bifilar:			
■ Suspendido en dos puntos. ■ Utilizado en la práctica. ■ Su tamaño y forma pueden ser virtualmente arbitrarios.			
Tipo Rodillo			
■ El péndulo es un cilindro solido rodante. ■ El rodillo gira alrededor de una pista circular. ■ Adecuado para volantes, engranajes, contrapesos de biela, etc.			
Wedin [20] y Smith [21]	Absorbedor de vibraciones péndulo centrífugo	de CPVA	

Tabla 2.8. Atenuadores investigados para la reducción de vibraciones torsionales

Patentes

Existe una gran variedad de patentes sobre atenuadores tipo péndulo, la diferencia en su geometría y disposición son poco significativos, bastará con mencionar un conjunto reducido.

Amortiguador de Vibraciones Rotativo con Péndulo de Fuerza Centrífuga:

Patentado el año 2014 por Huegel and Dinger con N° US 8,739,523 B2 . El péndulo consta de varias masas distribuidas sobre la superficie de la brida, se desplaza de manera limitada en la dirección circunferencial y radial. [42]

Donde: 1:Amortiguador rotativo de vibraciones, 2: Parte de la brida, 3: Recorte, 4: Abertura, 5: Péndulo de fuerza centrífuga, 6: Parte de masa, 7: Pista, 8: Cuerpos rodantes y 9: Pista.

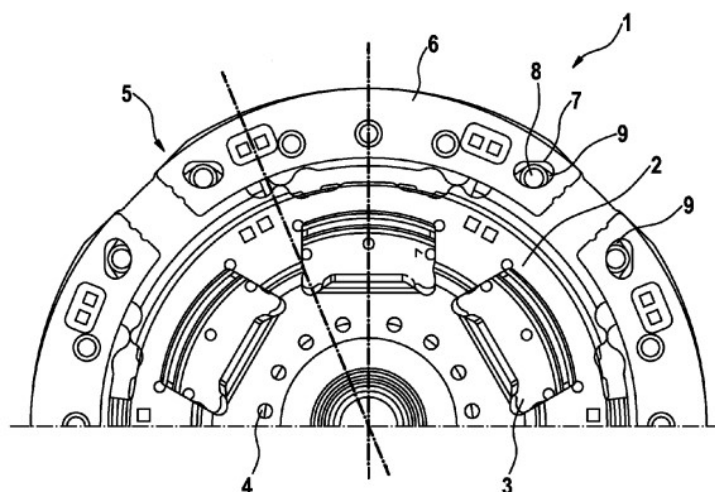


Fig. 2.12. Amortiguador de vibraciones rotativo con péndulo de fuerza centrífuga. [42]

Absorbedor de Vibraciones de Péndulo Centrifugo: Patentado el año 2016 por Otanez y Melanson con N° US 2016/0040738A1. En la Fig. 2.13 se observa las partes principales del absorbedor. [43]

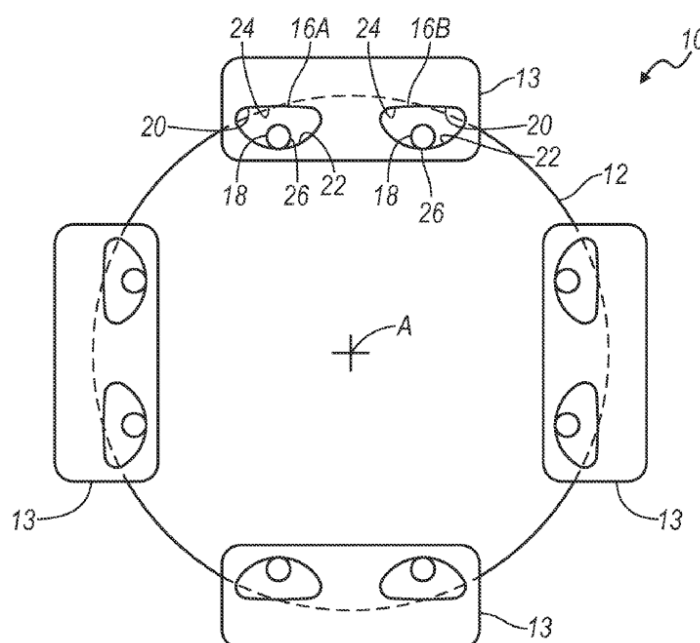


Fig. 2.13. Absorbedor de vibraciones de péndulo centrifugo. [43]

Donde: 12: Placa giratoria, 13 y 15: Conjunto de absorbedores de vibraciones, 16A y 16B: Aberturas de los absorbedores, 18: Pasadores conectadas a la placa, 20: Superficie interna de la masa del péndulo, 22: Primera superficie o sección activa, 24: Segunda superficie o sección pasiva, 26: Porción de una superficie externa.

Conjunto de Péndulo para Volante de Doble Masa: Patentado el año 2018 por

Geonwoo y Jongryul con N° 10-1868699. La invención permite el movimiento pendular en la dirección lateral mediante una estructura fija limitado por una placa. [44]

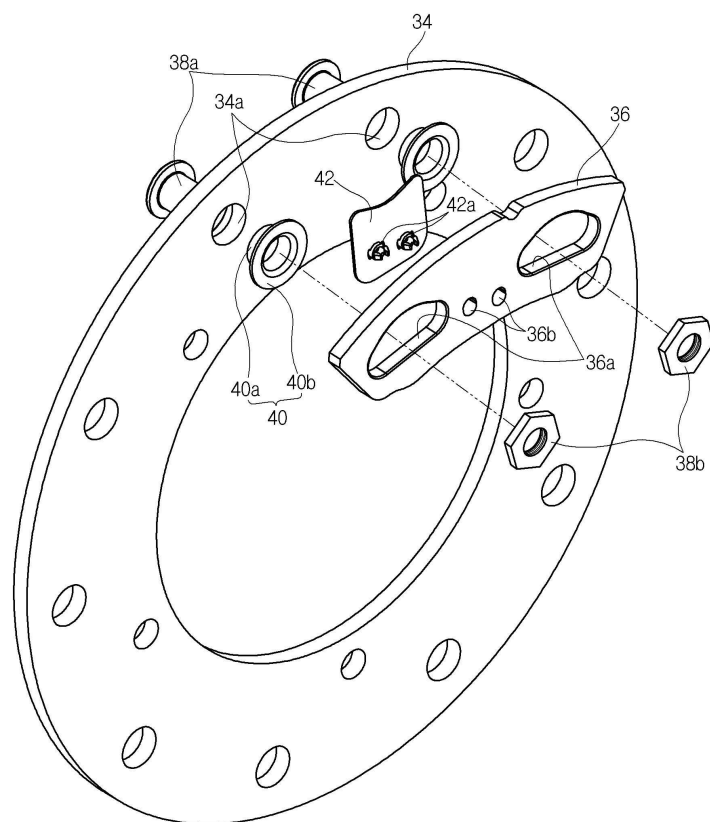


Fig. 2.14. Conjunto de péndulo para volante de doble masa. [44]

Donde: 34: Placa de soporte, 34a: Agujero pasante, 36: Péndulo, 36a: Abertura triangular, 36b: Agujero pasante, 38: Tornillo, 38a: Perno, 38b: Tuerca, 40: Pasador cilíndrico montado en la periferia del tornillo, 40a: Cuerpo cilíndrico insertado en le bulón del tornillo, 40b: Brida que se dobla en dirección radial, 42: Deslizador compuesto por una estructura plana echa de un material resistente la desgaste y 42a: Componente de fijación que se fija al atravesar el material para la conección con el péndulo.

3 | Diseño Conceptual del Módulo

3.1. Comprensión de la Solicitud

3.1.1. Lista de Exigencias

La lista de exigencias es un contrato entre el diseñador y el cliente. A continuación se describen las principales características del módulo.

Lista de Exigencias			Página: 1 de 2
			Edición: 1
Proyecto:		Diseño y Construcción de un Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de las Vibraciones Torsionales	Fecha: 15/11/23
Cliente:		Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	Revisado:
Fecha:	Deseo o Exigencia	Descripción	Elaborado:
15/11/23	E	Función Principal: Estudiar la absorción dinámica de las vibraciones torsionales a través de la experimentación directa.	Responsable
15/11/23	E	Geometría: Las dimensiones del módulo deben permitir su portabilidad y no deben exceder las siguientes dimensiones: Ancho: 50 cm. Largo: 80 cm. Altura: 35 cm.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Cinemática: Movimiento rotacional menor a 60Hz. Posibilidad de cambiar la frecuencia de excitación.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Fuerzas: El par de excitación debe ser lo suficiente para generar vibraciones torsionales. Las vibraciones laterales del módulo deben ser lo más mínimo posible.	RBM/RMCL
15/11/23	E	Energía: Fuente de alimentación eléctrica monofásica (220V).	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Señal: El módulo deberá funcionar a través de mandos eléctricos accionados directamente para el encendido/apagado y cambio de velocidad. La magnitud de entrada (velocidad de rotación) debe ser visible en todo momento.	RBM/RMCL

Lista de Exigencias			Página: 2 de 2
			Edición: 1
Proyecto:		Diseño y Construcción de un Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de las Vibraciones Torsionales	Fecha: 15/11/23
Cliente:		Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	Revisado:
Fecha:	Deseo o Exigencia	Descripción	Responsable
15/11/23	E	Seguridad: El módulo no pondrá en peligro la integridad física del operario.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Ergonomía: De fácil operación. Posibilitar el manejo del módulo con un solo operador.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Construcción: La adquisición de materiales se deben realizar de preferencia en el país. Proceso de manufactura de elementos mecánicos en talleres locales.	RBM/RMCL Técnico capacitado
15/11/23	E E	Montaje: Mediante uniones fijas y desmontables. De fácil montaje sin la necesidad de herramientas especializadas.	RBM/RMCL
15/11/23	E	Transporte: Sin la necesidad de grúas y montacargas con una masa menor a 60 Kg.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Uso: Uso en lugares aislados de vibración y ruido. Uso en un lugar adecuado (Unidad de Enseñanza), no expuesto al medio ambiente y con un funcionamiento óptimo a una altitud menor a 4000 m.s.n.m.	RBM/RMCL
15/11/23	E E	Mantenimiento: De fácil acceso a elementos mecánicos que requieran lubricación, reparación o cambio. Repuestos mecánicos comerciables y accesibles en el mercado local.	RBM/RMCL
15/11/23	E	Costo Total: El costo total no superará el monto de US\$ 5000.00.	RBM/RMCL
15/11/23	E	Plazo de Entrega: La fecha de entrega es: 30/11/2024.	RBM/RMCL

3.2. Concepción de la Solicitud

3.2.1. Abstracción (Black Box)

A partir del análisis de la Lista de Exigencias se formuló la abstracción del problema, el propósito de esta etapa es abarcar la mayor cantidad de soluciones posibles. Cualquier función se puede representar en una Black Box donde solo se tiene en cuenta tres magnitudes básicas de entrada y salida sin considerar los procesos internos. [12]

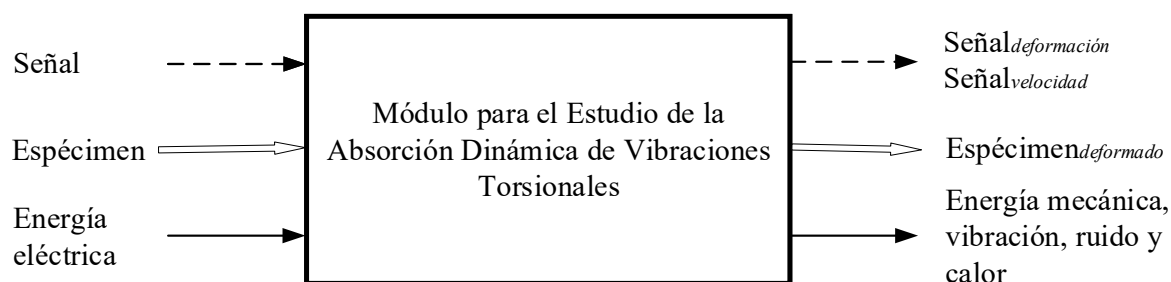


Fig. 3.1. Black Box

3.2.2. Estructura de funciones

Una función compleja o general se puede descomponer en subfunciones de menor complejidad. La combinación de subfunciones individuales da como resultado una estructura de funciones que representa la función general, y está destinada a facilitar el descubrimiento de soluciones [12]. En la Fig. 3.2 se especifican las subfunciones esenciales que satisfacen directamente la función principal; luego en la Fig. 3.3 se establece una estructura de funciones más simple.

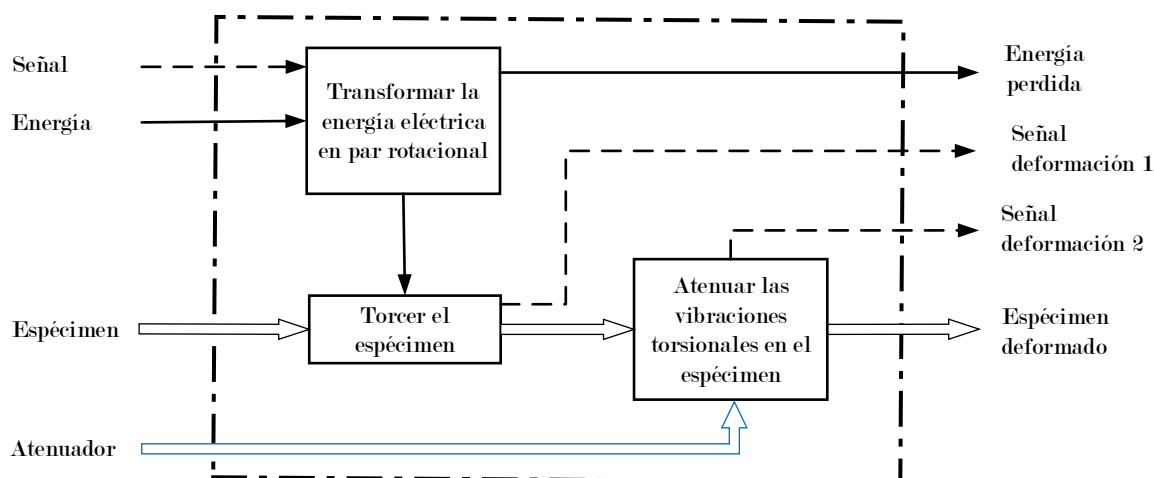


Fig. 3.2. Subfunciones esenciales

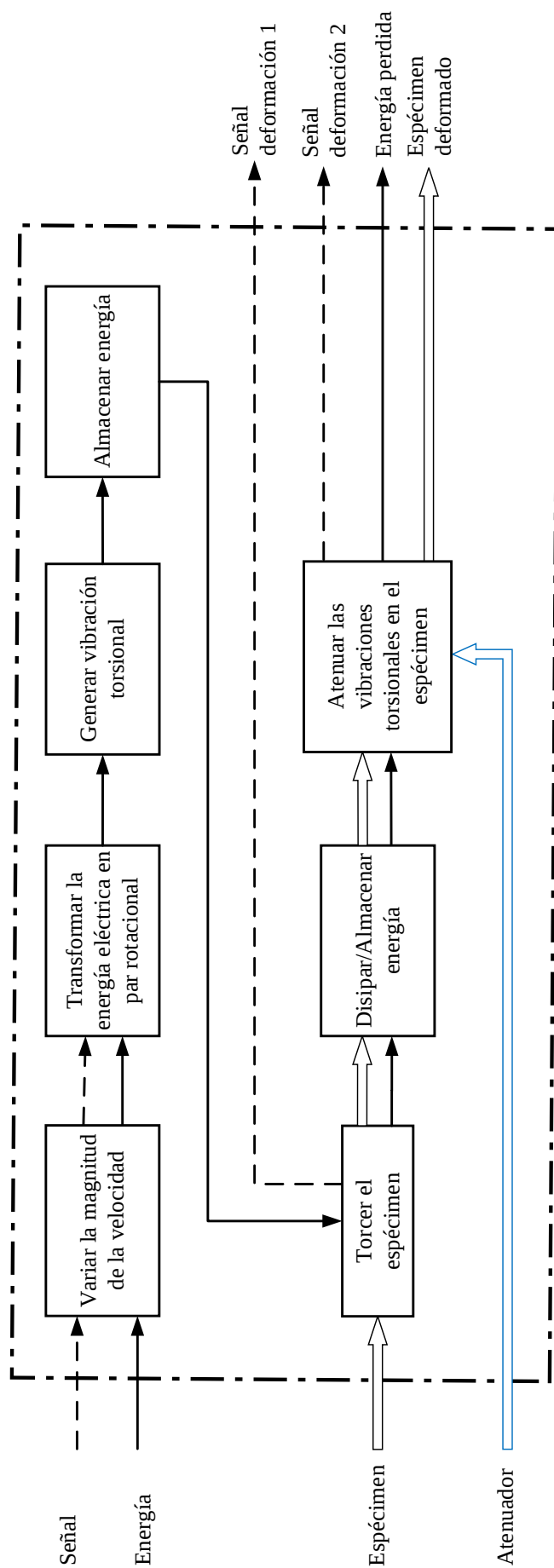


Fig. 3.3. Estructura de funciones

3.2.3. Conceptos de Solución

La búsqueda de principios de solución se realizó en la sección 2.5.

Aquellos principios de solución inadecuados a primera impresión, son descartados para minimizar el esfuerzo posterior en la elección óptima de los conceptos de solución [12]. A continuación, se mencionan las principales razones según las subfunciones establecidas.

- Transformar la energía eléctrica en par rotacional: El motor paso a paso permite controlar el movimiento y la posición del eje con precisión [45], estas características no son parte del diseño del módulo.
- Variar la magnitud de la velocidad: Durante el uso prolongado los engranajes pueden generar desviaciones geométricas interfiriendo en el funcionamiento [46] y generando desgaste. La cadena de rodillos es un mecanismo ruidoso y el tornillo sin fin es aplicable para grandes reducciones de velocidad con elevados costos de manufactura.
- Generar vibración torsional: Los armónicos que generan el ventilador y la bomba centrífuga dependen del número de alabes, por lo que su experimentación es limitada al no ser manipulables con facilidad. La desviación de engranajes puede tener un comportamiento difícil de cuantificar, influye en su vida útil [46] y es poco manipulable.
- Almacenar energía: Se evaluarán distintas opciones. El volante de inercia, aunque esencial para acumular energía cinética rotacional y estabilizar la vibración, no almacena energía elástica y por tanto no contribuye directamente a la deformación torsional requerida. El uso de un resorte torsional o un eje fabricado con un polímero elástico resulta más adecuado, ya que ambos permiten almacenar energía mediante su deformación elástica y liberarla para mantener la vibración. En cambio, un eje metálico tiene una rigidez elevada que limita su capacidad para deformarse y, por ende, para acumular energía torsional apreciable en aplicaciones dinámicas.
- Disipar/Almacenar Energía: El freno magnético de partículas y la zapata con control hidráulico no cumplen con las exigencias establecidas en costo e implementación del módulo.
- Atenuar vibraciones torsionales: El disipador de energía no lineal es más complejo debido a que requiere un análisis de resortes no lineales.

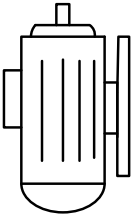
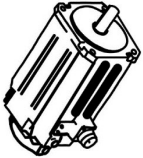
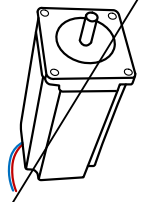
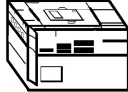
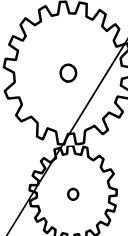
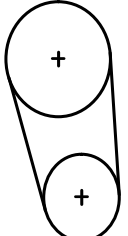
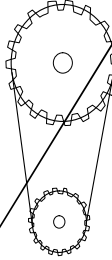
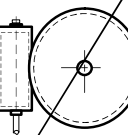
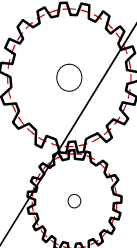
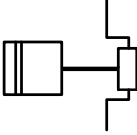
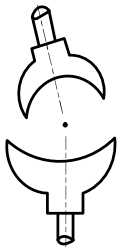
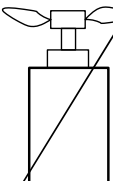
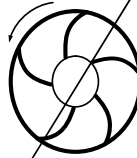
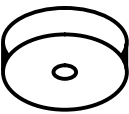
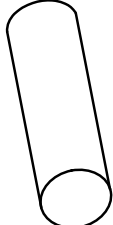
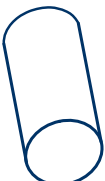
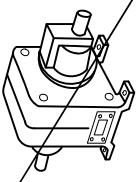
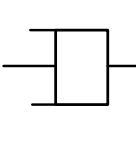
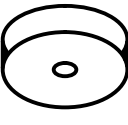
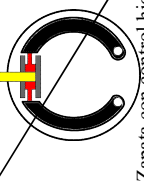
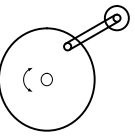
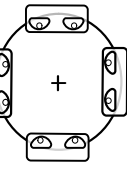
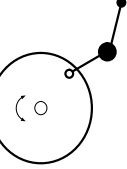
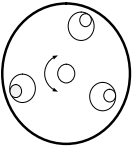
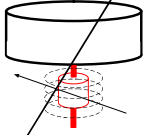
Nº	Subfunciones	Soluciones				
		1	2	3	4	5
1	Transformar la energía eléctrica en par rotacional	 Motor eléctrico	 Servomotor	 Motor paso a paso		
2	Variar la magnitud de la velocidad	 Variador de frecuencia	 Engranajes	 Fajas	 Cadena de rodillos	 Tornillo sin fin
3	Generar vibración torsional	 Desviación de engranajes	 Sistemas alternantes	 Junta universal	 Ventilador centrífugo	 Bomba centrífuga
4	Almacenar energía	 Volante de inercia	 Resorte torsional	 Eje de metal	 Eje de polímero elástico	
5	Disipar/Almacenar Energía	 Freno magnético de partículas	 Amortiguador viscoso	 Volante de inercia	 Zapata con control hidráulico	
6	Atenuar vibraciones torsionales	 Péndulo centrífugo simple	 Péndulo centrífugo bifilar	 Doble péndulo centrífugo	 Péndulo centrífugo de rodillo	 Disipador de energía no lineal

Fig. 3.4. Matriz morfológica de Zwicky

Nº	Subfunciones	Soluciones				
		1	2	3	4	5
1	Transformar la energía eléctrica en par rotacional					
2	Variar la magnitud de la velocidad					
3	Generar vibración torsional					
4	Almacenar energía					
5	Disipar/Almacenar energía					
6	Atenuar vibraciones torsionales					

Fig. 3.5. Combinación de principios de solución de acuerdo con la Fig. 3.4

Variante 1: 21 - 11 - 32 - 42 - 53 - 61;
 Variante 2: 11 - 23 - 32 - 43 - 53 - 61;
 Variante 3: 21 - 11 - 33 - 42 - 53 - 61;
 Variante 4: 12 - 33 - 44 - 53 - 64;
 Variante 5: 21 - 11 - 33 - 41 - 43 - 53 - 62 ;
 Variante 6: 11 - 23 - 32 - 43 - 53 - 61;
 Variante 7: 12 - 33 - 41 - 43 - 53 - 63.

Para tomar una decisión confiable es necesario realizar los dibujos de las variantes de solución (Fig. 3.6 a Fig. 3.12) que permita su evaluación.

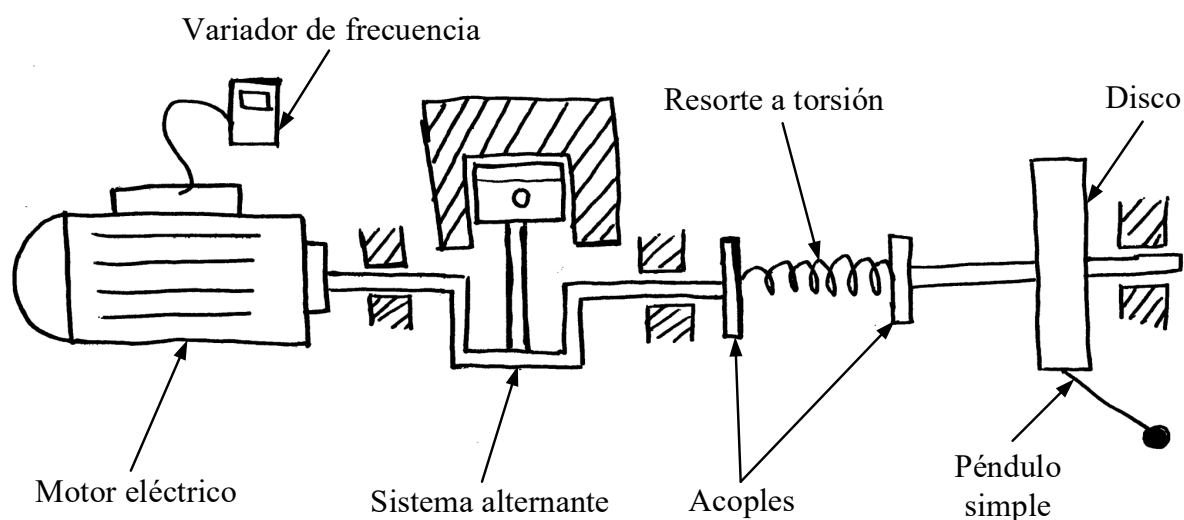


Fig. 3.6. Concepto de solución 1

La fuente motriz esta conformada por un motor eléctrico trifásico, y la velocidad del eje se controla con los parámetros de voltaje y frecuencia a través del variador de frecuencia monofásico. El sistema alternante genera oscilaciones torsionales y produce fuerzas lineales fluctuantes en los soportes, las cuales se deben evitar en lo posible; ambos son originados por la combinación de las aceleraciones periódicas del émbolo y la presión del gas [32]. El espécimen es un resorte físico a torsión el cual facilitará el estudio de las vibraciones torsionales a bajas velocidades de operación con valores cercanos a 37 rad/s equivalente a 353 RPM [15]. Se incluirán dos acoples adaptados para la sujeción fija del resorte. El absorbedor seleccionado es un péndulo simple de fácil fabricación y el sistema puede modelarse con dos grados de libertad a través de la rotación del disco y del atenuador. (Ver Fig. 3.6).

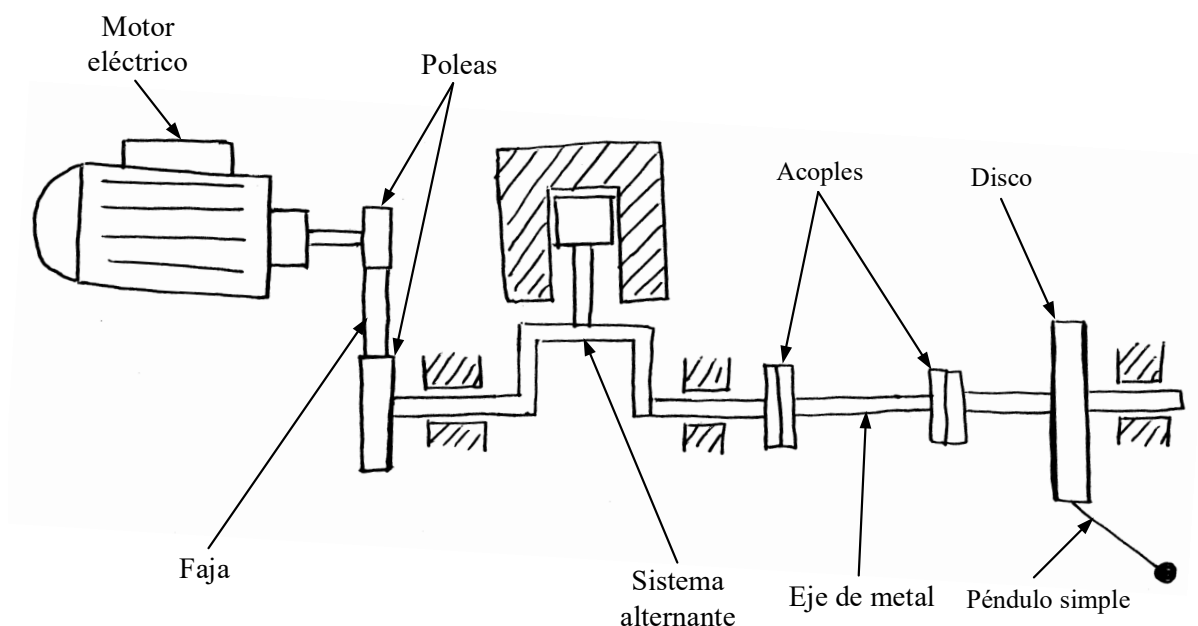


Fig. 3.7. Concepto de solución 2

A diferencia del Concepto de solución 1, este contiene un sistema de reducción de velocidad mediante fajas en V, el cual puede operar en un rango de velocidades variable, considerando que el espécimen es un eje de metal la velocidad de operación puede variar desde 370 a 1000 RPM [14]. El espécimen a ensayar, eje sólido de metal, puede tener un diámetro recomendado de 6 mm [37], [35] y con una velocidad de operación alrededor 20 Hz [37]. Para la sujeción del espécimen se utilizarán dos acoples rígidos para tener una conexión fija y no agregar un grado de libertad con las conexiones flexibles. El absorbedor seleccionado es un péndulo simple de fácil manufactura e instalación. Durante su operación el sistema alternante puede generar vibraciones lineales. Este concepto de solución puede modelarse con dos grados de libertad a través de la rotación del disco y del atenuador. (Ver Fig. 3.7).

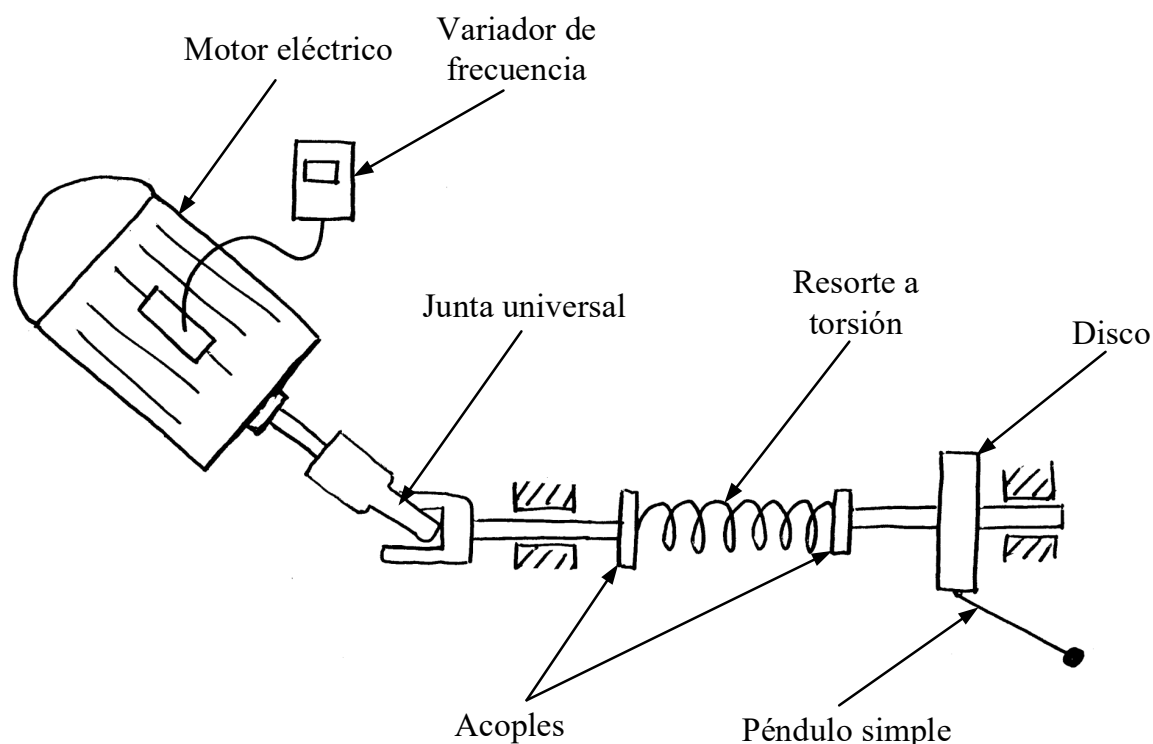


Fig. 3.8. Concepto de solución 3

La fuente motriz esta conformada por un motor eléctrico trifásico y un variador de frecuencia monofásico que permite controlar la velocidad del sistema. La generación de la vibración torsional es mediante el mecanismo de la junta universal, este mecanismo conecta dos ejes no paralelos y produce una velocidad de salida periódica no uniforme a pesar de que la velocidad de entrada es constante, la relación entre ambas velocidades y la amplitud de las vibraciones que generan están en función del ángulo que forman el eje de entrada y de salida [13]. El mecanismo de la junta universal es de fácil adquisición con un costo menor en el mercado nacional, posteriormente se debe mecanizar según las dimensiones requeridas de los ejes de entrada y salida. A diferencia del sistema alternante de los Conceptos de solución 1 y 2. El espécimen a ensayar es un resorte físico a torsión sujeta a dos acoples conectados directamente al eje de salida de la junta universal y al eje con el sistema de atenuación. La velocidad de operación estará dentro del rango de 2 Hz a 15 Hz. El modelado del sistema para el análisis de las vibraciones torsionales es de dos grados de libertad, los cuales son el ángulo de rotación del disco y la posición del péndulo. El absorbedor seleccionado es un péndulo simple fácil de instalar. (Ver Fig. 3.8).

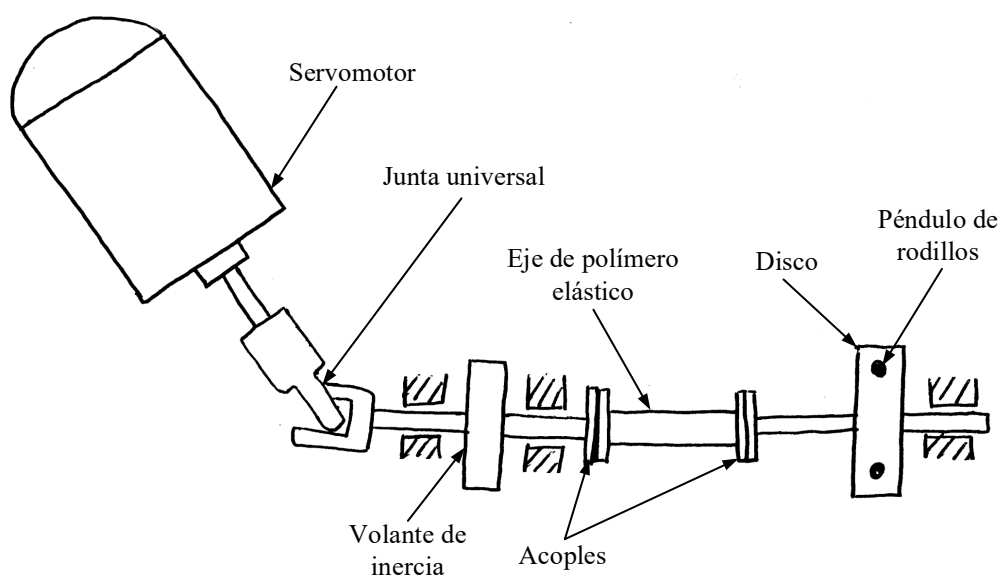


Fig. 3.9. Concepto de solución 4

Este sistema está alimentado por un servomotor donde se puede controlar la velocidad de rotación con alta precisión, es un sistema de lazo cerrado ya que controla el movimiento a través de un sistema de retroalimentación de la posición. Para su instalación es necesario también adquirir el servodrive y sus cables correspondientes. La generación de las vibraciones torsionales es mediante el mecanismo de la junta universal que conecta dos ejes no paralelos, la relación de velocidad entre ambos ejes está en función del ángulo que forman entre ellas [13]. Después de la junta universal se coloca un volante de inercia para uniformizar la velocidad de salida y el espécimen a ensayar es un tipo de polímero elástico que se caracteriza por recuperar su forma original fácilmente acoplado de forma rígida. El atenuador es un péndulo de tipo rodillo cilíndrico macizo el cual rueda alrededor de un pista circular que se forma al perforar un orificio en el disco; y el rodillo puede tener una trayectoria cicloidal o epicicloidal (cardioide). Según estudios realizados por Wedin [20] este tipo de absorbedor es más eficiente que los péndulos simples y requieren de un ajuste preciso en cuanto a la masa del rodillo por la inestabilidad de velocidades muy bajas del motor. El modelado del sistema se puede realizar mediante 3 grados de libertad las cuales son el ángulo de rotación del volante, del disco y la posición del péndulo. (Ver Fig. 3.9).

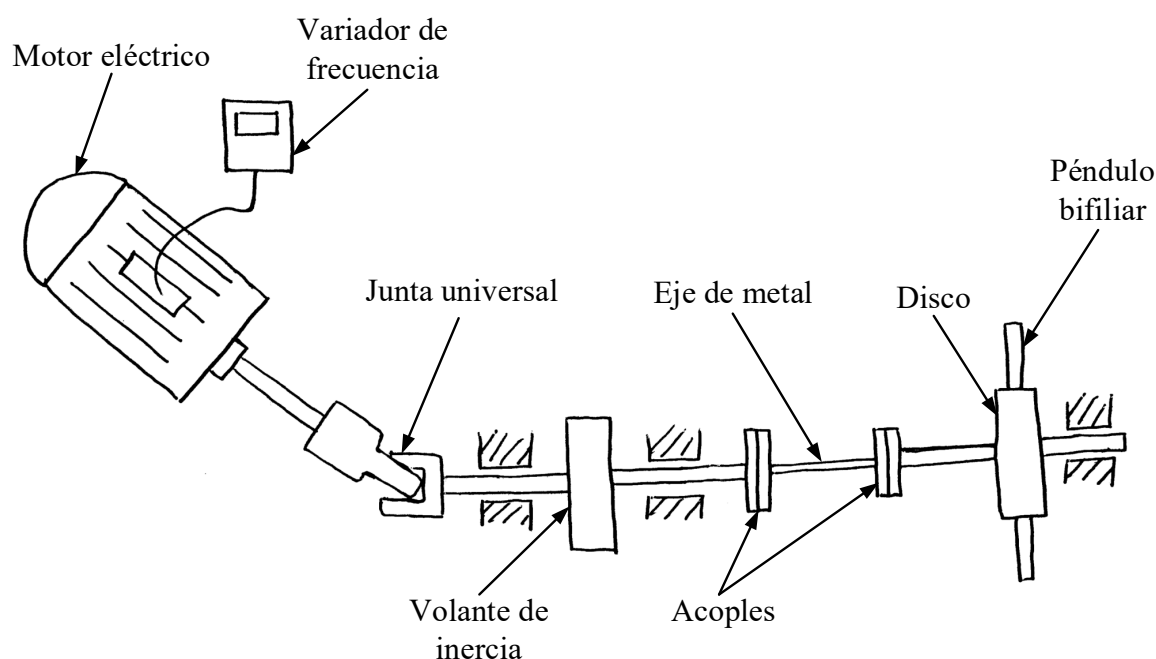


Fig. 3.10. Concepto de solución 5

La fuente motriz es un motor eléctrico trifásico y la velocidad del eje se controla con los parámetros de voltaje y frecuencia a través de un variador de frecuencia monofásico. Las vibraciones torsionales se producen mediante el mecanismo de la junta universal que conecta dos ejes no paralelos y produce una velocidad de salida periódica no uniforme. La relación entre las velocidades de ambos ejes esta en función del ángulo que forman entre ellas [13]. Este mecanismo es de fácil adquisición e instalación. Este Concepto de solución incluye un volante de inercia antes del espécimen a ensayar y su función principal es la de uniformizar la velocidad de salida. El espécimen es un eje sólido de metal con un diámetro recomendado de 6 mm [35], [37] y con una velocidad de operación alrededor de 20 Hz [37]. El absorbedor es de tipo bifilar, similar al péndulo simple, y es más eficiente que este y menos eficiente que el péndulo de rodillo. La fabricación de este péndulo requiere de mayor precisión. Finalmente, el análisis de las vibraciones torsionales se puede realizar con 3 grados de libertad las cuales son el ángulo de rotación del volante, del disco y la posición del péndulo bifilar. (Ver Fig. 3.10)

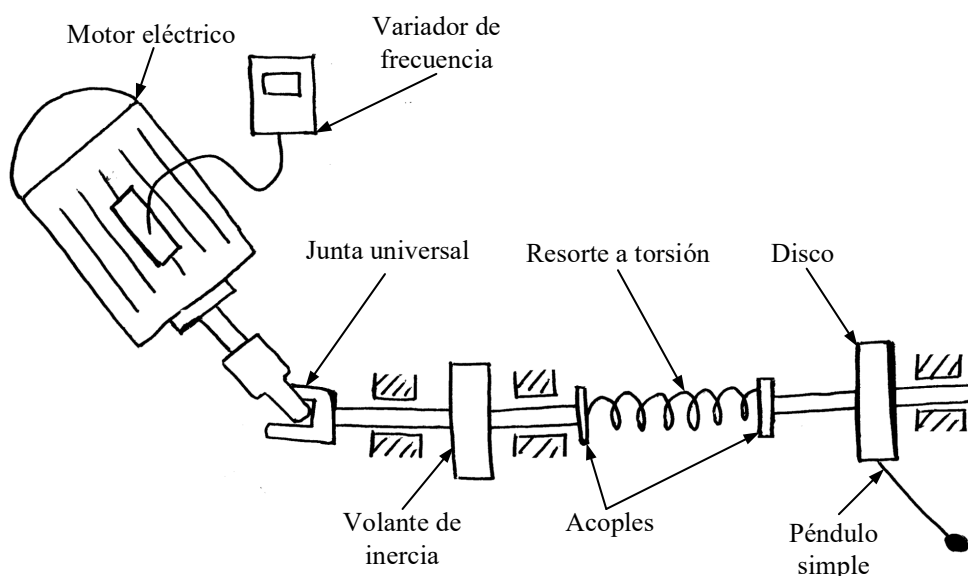


Fig. 3.11. Concepto de solución 6

La fuente motriz es un motor eléctrico trifásico y su velocidad se controla con los parámetros de voltaje y frecuencia a través del variador de frecuencia monofásico. Se genera vibraciones torsionales mediante el mecanismo de la junta universal que conecta dos ejes no paralelos, y produce una velocidad de salida periódica no uniforme. La relación entre las velocidades de ambos ejes esta en función del ángulo que forman entre ellas [13]. Este Concepto de solución incluye un volante de inercia antes del espécimen a ensayar y su función principal es la de uniformizar la velocidad de salida. El espécimen a ensayar es un resorte físico a torsión sujeta a dos acoples conectados directamente al eje de salida de la junta universal y al eje del sistema de atenuación. La velocidad de operación estará dentro del rango de 3 Hz a 15 HZ. Para el análisis de las vibraciones torsionales se puede realizar con 3 grados de libertad las cuales son el ángulo de rotación del volante, del disco y la posición del péndulo simple. (Ver Fig. 3.11).

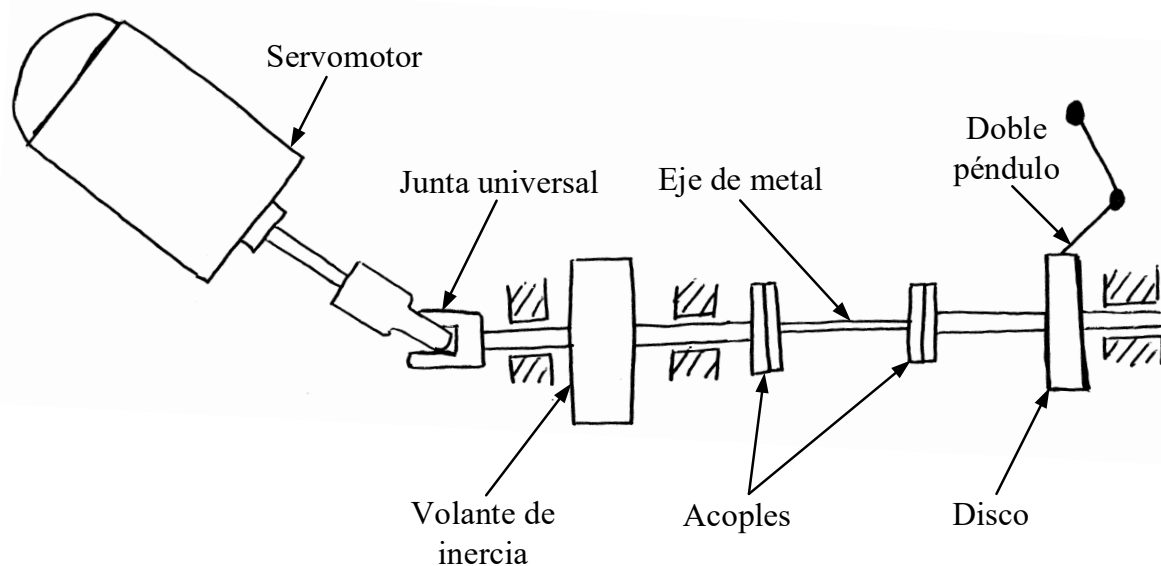


Fig. 3.12. Concepto de solución 7

Este sistema está alimentado por un servomotor donde se puede controlar la velocidad de rotación con alta precisión, es un sistema de lazo cerrado ya que controla el movimiento a través de un sistema de retroalimentación de la posición. Para su instalación es necesario también adquirir el servodrive y sus cables correspondientes, son costosos en comparación a los motores eléctricos. La generación de las vibraciones torsionales es mediante el mecanismo de la junta universal que conecta dos ejes no paralelos, la relación de velocidad entre ambos ejes está en función del ángulo que forman entre ellas [13]. Después de la junta universal se coloca un volante de inercia para uniformizar la velocidad de salida. El espécimen a ensayar, eje sólido de metal, puede tener un diámetro recomendado de 6 mm [37], [35] y con una velocidad de operación alrededor de 126 rad/s equivalente a 1203 RPM [37]. Para la sujeción del espécimen se utilizarán dos acoples rígidos para tener una conexión fija y perfectamente alineados. El análisis de las vibraciones torsionales se puede realizar para 4 grados de libertad las cuales son el ángulo de rotación del volante, del disco y la posición de ambos péndulos. Las ecuaciones diferenciales para el modelado del atenuador de doble péndulo requiere un grado de libertad adicional. Según los estudios de Manchi y Sujatha [9], el absorbedor de doble péndulo reduce las vibraciones torsionales de diferentes ordenes. (Ver Fig. 3.12).

3.3. Proyecto Preliminar Óptimo

3.3.1. Selección de Variantes de solución

De la Fig. 3.5 se obtuvieron 7 conceptos de solución. Para reducir el número de propuestas, se elabora un cuadro de selección como se muestra en la Tabla 3.1. Los criterios de selección son los siguientes [12]:

- A: Ser compatible con la tarea general y entre sí.
- B: Cumplir con las lista de exigencias.
- C: Puedan ser realizables con respecto a diseño, manufactura, etc.
- D: Estar dentro de los costos permitidos.

Los criterios A y B son apropiados para decisiones de sí o no, mientras que los criterios C y D a menudo adoptan un enfoque más cuantitativo. Estos últimos se utilizan siempre que se cumplan los criterios A y B. [12]

Si se prefiere una propuesta en particular, esta elección debe estar justificada por los criterios señalados a continuación [12]:

- E: Que incorporan medidas de seguridad directa o ergonomía favorable.
- F: Son preferidas por la empresa del diseñador; es decir, de fácil desarrollo con los conocimientos, materiales y procedimientos habituales. Especialmente si la empresa posee los derechos de propiedad intelectual necesarios (patente).
- G: Existe información suficiente para su desarrollo.

De la Tabla 3.1, las propuestas de solución 1 y 2 fueron eliminadas debido a la presencia de un sistema alternante que implica un aumento en el peso del módulo, así como la generación de fluctuaciones laterales en los soportes, mientras que los otros conceptos aún se conservan. En la solución 4, se podría investigar las propiedades mecánicas del polímero cuando este sea manufacturado como un eje de torsión.

3.3.2. Evaluación Técnica y Económica

Primero se establecen los criterios de evaluación técnica y económica basados en la lista de exigencias, y sus respectivos valores ponderados según su importancia. Las ponderaciones están en el rango de 0 a 1 y en cada nivel los criterios deben sumar 1. [12]

UNSAAC		Tabla de selección							Pag:1	
		Diseño y construcción de un módulo para el estudio de la absorción dinámica de vibraciones torsionales								
Ingresar variante de solución (S _v):	<u>Criterio de selección</u> (+) Sí (-) No (?) Falta de información (!) Verificar lista de requisitos							<u>Decisión</u> Marcar variantes de solución (+) Solución (-) Eliminar solución (?) Recopilar información (!) Verificar lista de exigencias para cambiar		
	Son compatibles con la tarea general y entre sí									
	Cumplen con la lista de exigencias si/no									
	Son realizables en cuanto a diseño y manufactura									
	Esta dentro de los costos permisibles									
	Incorporan medidas de seguridad directa o ergonómica									
	Tienen preferencia por la empresa del diseñador									
	Existe información suficiente									
	A	B	C	D	E	F	G	Observaciones (indicaciones, razones)		
	S ₁	+	-					Genera fluctuaciones lineales, más pesado	-	
S ₂	+	-					Genera fluctuaciones lineales, más pesado	-		
S ₃	+	+	+	+				+		
S ₄	+	+	?	+			Compli. manufac. del atenuador, poca exactitud de propiedades mec.	+		
S ₅	+	+	+	+				+		
S ₆	+	+	+	+				+		
S ₇	+	+	+	+				+		
Fecha: 10.02.24				Iniciales: RBM y RMCL						

Tabla 3.1. Selección sistemática

Los criterios con mayor ponderación para la evaluación técnica (Fig. 3.13) son los aspectos relacionados con la construcción, diseño y función del módulo con valores de 0.35, 0.25 y 0.2 respectivamente. Y en cuanto a los criterios para la evaluación económica (Fig. 3.14), los costos de construcción tienen la ponderación más alta con un valor de 0.75 en contraste con los costos de mantenimiento e instalación. Dentro de los costos de construcción se le da mayor importancia a la adquisición de elementos mecánicos y a los costos de manufactura.

La evaluación técnica y económica se realiza según la VDI 2225. El rango de valoración es de 0 a 4, a continuación se presenta la escala de valores:

- 0: No satisface.
- 1: Aceptable a las justas.
- 2: Suficiente.
- 3: Bueno.
- 4: Muy bien o ideal.

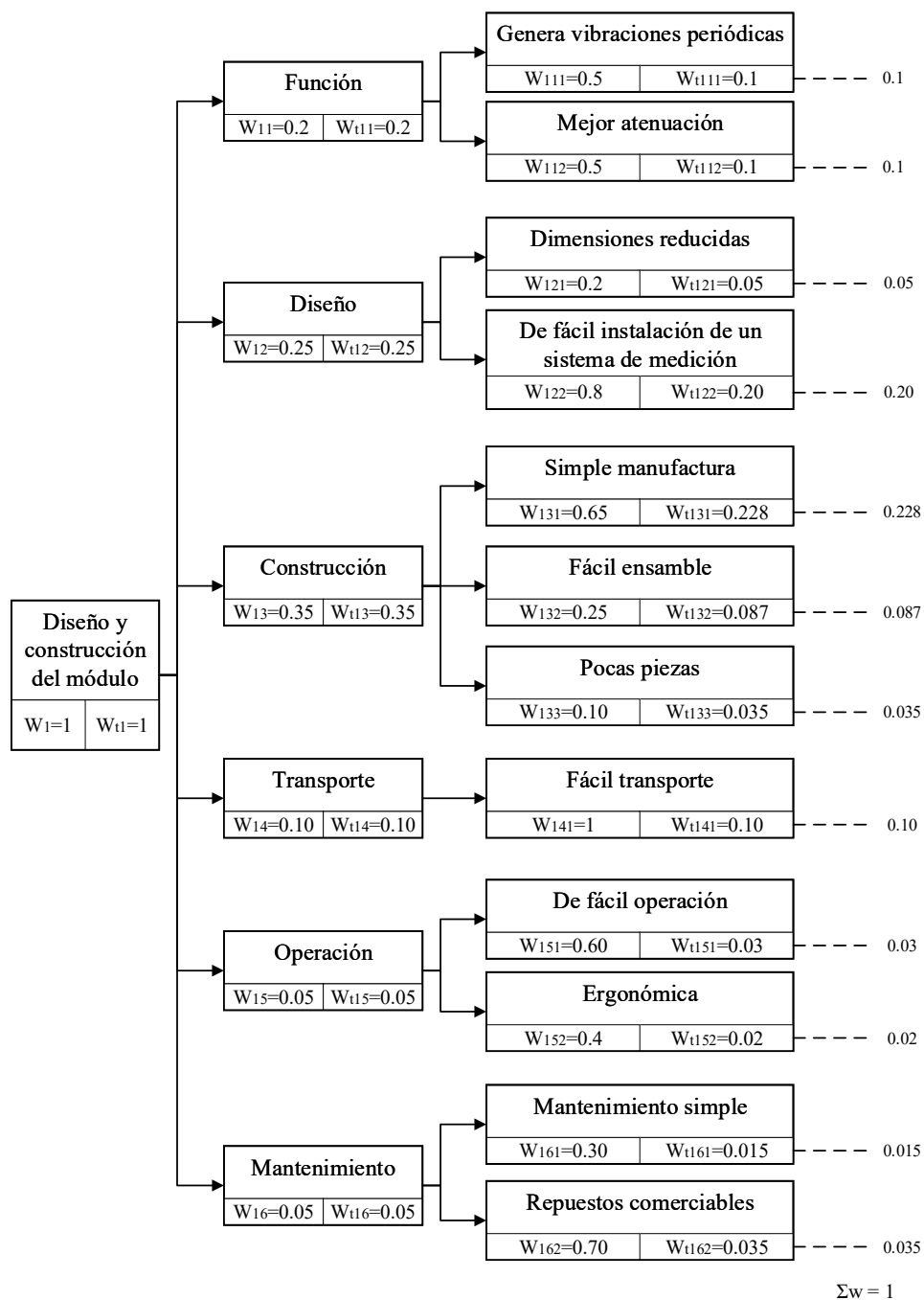


Fig. 3.13. Ponderación para la evaluación técnica

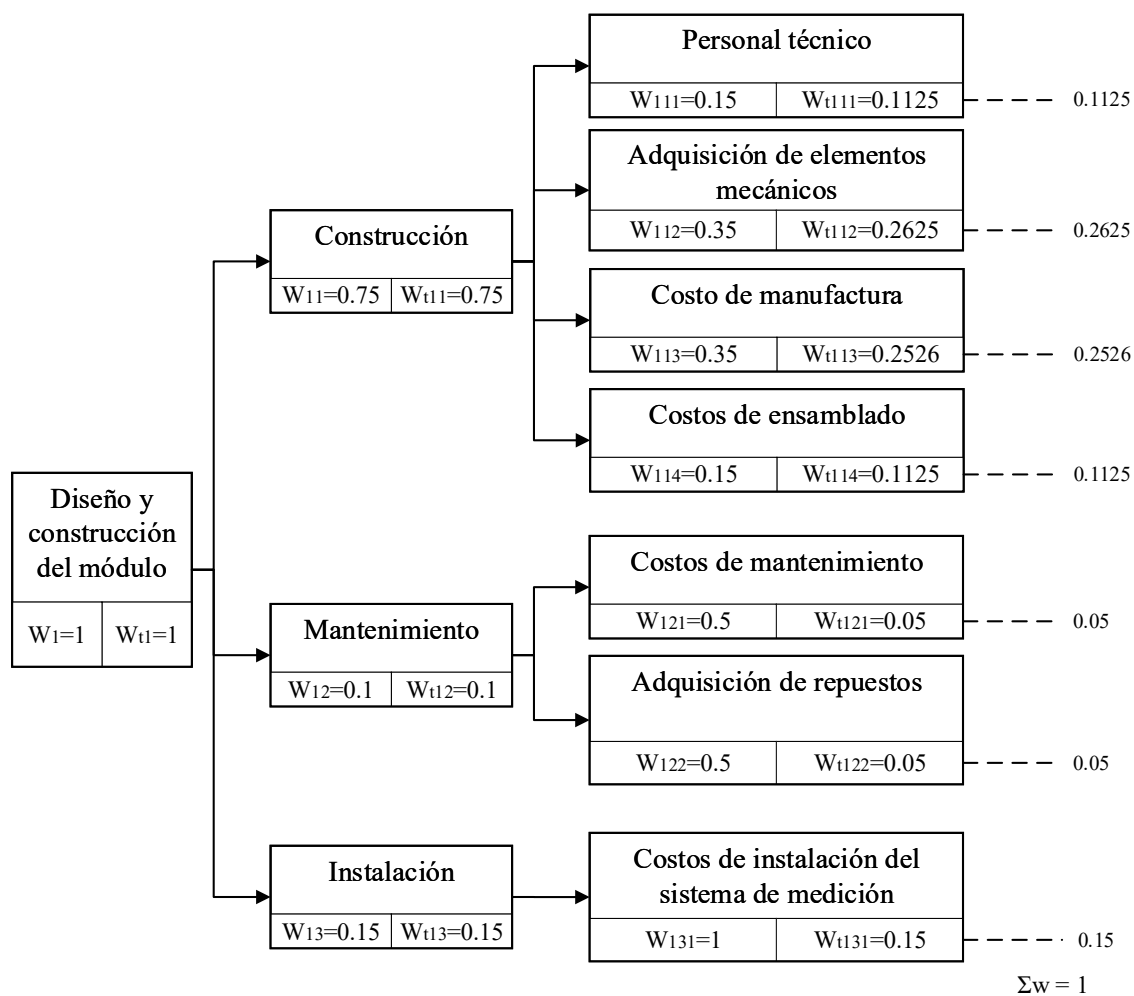


Fig. 3.14. Ponderación para la evaluación económica

Alternativas de solución		S3																		S4			S5			S6			S7			S ideal					
Criterio de evaluación		N°		g		p		gp		p		gp		p		gp		p		gp		p		gp		p		gp		p		gp		p		gp	
Función	1	Generar vibraciones torsionales periódicas		0.1		3		0.3		3		0.3		3		0.2		3		0.3		3		0.3		2		0.2		3		0.3		4		0.4	
	2	Mejor atenuación		0.1		2		0.2		3		0.3		3		0.3		3		0.3		3		0.2		3		0.3		3		0.3		4		0.4	
Diseño	3	Dimensiones reducidas		0.05		3		0.15		2		0.1		2		0.1		2		0.1		2		0.1		2		0.1		2		0.1		4		0.2	
	4	De fácil instalación de un sistema de medición		0.2		2		0.4		3		0.6		3		0.6		3		0.6		3		0.6		3		0.6		3		0.6		4		0.8	
Construcción	5	Simple manufactura		0.228		3		0.684		1		0.228		2		0.456		3		0.684		2		0.456		2		0.456		4		0.912					
	6	Fácil de ensamble		0.087		3		0.261		2		0.174		2		0.174		2		0.174		2		0.174		2		0.174		4		0.348					
Transporte	7	Pocas piezas		0.035		3		0.105		2		0.07		2		0.07		2		0.07		2		0.07		2		0.07		4		0.14					
	8	De fácil transporte		0.1		3		0.3		2		0.2		2		0.2		2		0.2		2		0.2		2		0.2		4		0.4					
Operación	9	De fácil operación		0.03		2		0.06		3		0.09		2		0.06		2		0.06		3		0.06		3		0.09		4		0.12					
	10	Ergonomía		0.02		3		0.06		3		0.06		3		0.06		3		0.06		3		0.06		3		0.06		4		0.08					
Mantenimiento	11	Mantenimiento simple		0.015		3		0.045		3		0.045		3		0.045		3		0.045		3		0.045		3		0.045		4		0.06					
	12	Repuestos comerciables		0.035		2		0.07		2		0.07		3		0.105		2		0.07		2		0.07		2		0.07		4		0.14					
Puntaje máximo		1		32		2.635		29		2.237		29		2.37		29		2.563		29		2.365		48		4											
Valor técnico		0.6667		0.6588		0.6042		0.5593		0.6042		0.5925		0.6042		0.6408		0.6042		0.5913		1		1													

Tabla 3.2. Evaluación técnica

Alternativas de solución																			
N°		S3			S4			S5			S6			S7			S ideal		
Criterio de evaluación		g	p	gp	p	gp	p	gp	p	gp	p	gp	p	gp	p	gp	p	gp	p
Construcción	1	Personal técnico	0.1125	3	0.3375	2	0.225	3	0.3375	3	0.3375	3	0.3375	2	0.225	4	0.45		
	2	Adquisición de elementos mecánicos	0.2625	3	0.7875	2	0.525	2	0.525	2	0.525	2	0.525	2	0.525	4	1.05		
	3	Manufactura	0.2625	2	0.525	2	0.525	2	0.525	3	0.7875	2	0.525	3	0.7875	4	1.05		
	4	Ensamblado	0.1125	3	0.3375	2	0.225	2	0.225	3	0.3375	2	0.225	3	0.3375	4	0.45		
Mantenimiento	5	Costo de mantenimiento	0.05	3	0.15	3	0.15	3	0.15	3	0.15	3	0.15	3	0.15	4	0.2		
	6	Adquisición de repuestos	0.05	3	0.15	2	0.1	3	0.15	3	0.15	3	0.15	2	0.1	4	0.2		
Instalación	7	Costo de instalación del sistema de medición	0.15	3	0.15	3	0.45	3	0.45	3	0.45	3	0.45	3	0.45	4	0.6		
	Puntaje máximo		1	20	2.4375	16	2.2	19	2.625	19	2.475	17	2.4625	28	4				
Valor económico			0.7143	0.6844	0.5714	0.55	0.6786	0.6563	0.6786	0.6188	0.6071	0.6156	1	1					

Tabla 3.3. Evaluación económica

El valor técnico y económico de la Tabla 3.2 y 3.3 ponderado y sin ponderar muestra una diferencia considerable.

Los conceptos de solución 1 y 2 generan vibraciones lineales, por esta razón fueron descartados desde el principio. Los conceptos de solución 3, 5 y 6 son muy parecidos; sin embargo, de acuerdo con la lista de exigencias se requiere que el módulo sea lo más pequeño posible y que cumpla la funcionalidad requerida de generar y atenuar las vibraciones torsionales. Los tres conceptos cumplen con el criterio de funcionalidad; sin embargo, los conceptos de solución 5 y 6 serían inadecuados para el criterio de geometría. Además, el volante adicional sería inadecuado para velocidades bajas de funcionamiento. La calificación más baja del concepto de solución 4 es en el criterio del proceso de manufactura, esto debido al proceso de fabricación del péndulo de rodillo y a la determinación de su trayectoria dentro del disco.

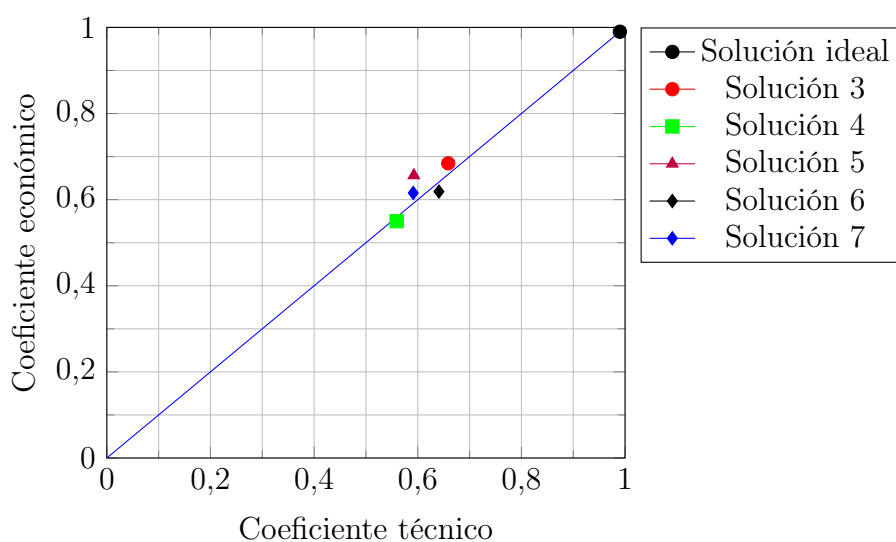


Fig. 3.15. Criterio de evaluación

En la Fig. 3.15 los conceptos de solución tienden a concurrir a un solo punto, esto significa que las propiedades de las soluciones son parecidas.

Las soluciones 3 y 6 son las únicas que se mantiene dentro del rango permisible mayores a 0.6 tanto en el valor técnico y económico. La solución más óptima es el concepto de solución 3.

4 | Modelado y Simulación Numérica

4.1. Análisis Dinámico del Sistema

4.1.1. Junta Universal

En el concepto de solución óptimo (capítulo 3) el mecanismo que genera vibración torsional es la junta universal, en esta sección tendrá su análisis dinámico. La junta universal permite la transmisión de movimiento desde el eje conductor del motor hacia el eje impulsado donde se desean generar las vibraciones torsionales. A medida que el eje conductor gira con una velocidad constante, el eje impulsado experimenta velocidades de naturaleza periódica no uniforme fáciles de controlar mediante la manipulación del ángulo β [13].

La Fig. 4.1 esquematiza la junta universal, donde el enlace 1 es el eje conductor, 2 es el eje impulsado y en la parte central se observa la pieza que conecta las dos horquillas. Se ha demostrado que la velocidad angular de los ejes no es constante en una revolución, la relación entre el eje impulsado $\dot{\theta}_2$ y el eje conductor $\dot{\theta}_1$ está en función del ángulo que forman (β) y del tiempo [13].

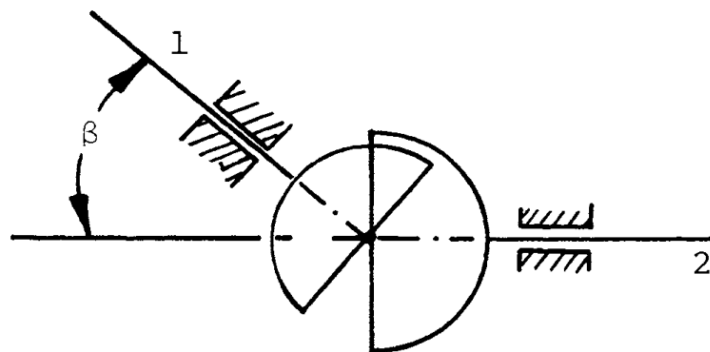


Fig. 4.1. Junta de Hooke.[13]

La siguiente expresión representa la relación cinemática del eje conductor y el eje conducido.

$$\tan \theta_2 = \cos \beta \tan \theta_1 \quad (4.1)$$

Donde: θ_1 = Desplazamiento angular del eje conductor, θ_2 = Desplazamiento angular del eje conducido, β = Ángulo incluido entre los ejes.

$$\theta_2 = \arctan(\cos \beta \tan \theta_1) \quad (4.2)$$

Derivando la ecuación 4.2 con respecto al tiempo, considerando β constante y realizando las simplificaciones necesarias, se obtiene.

$$\dot{\theta}_2 = \frac{\dot{\theta}_1 \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \sin^2 \theta_1} \quad (4.3)$$

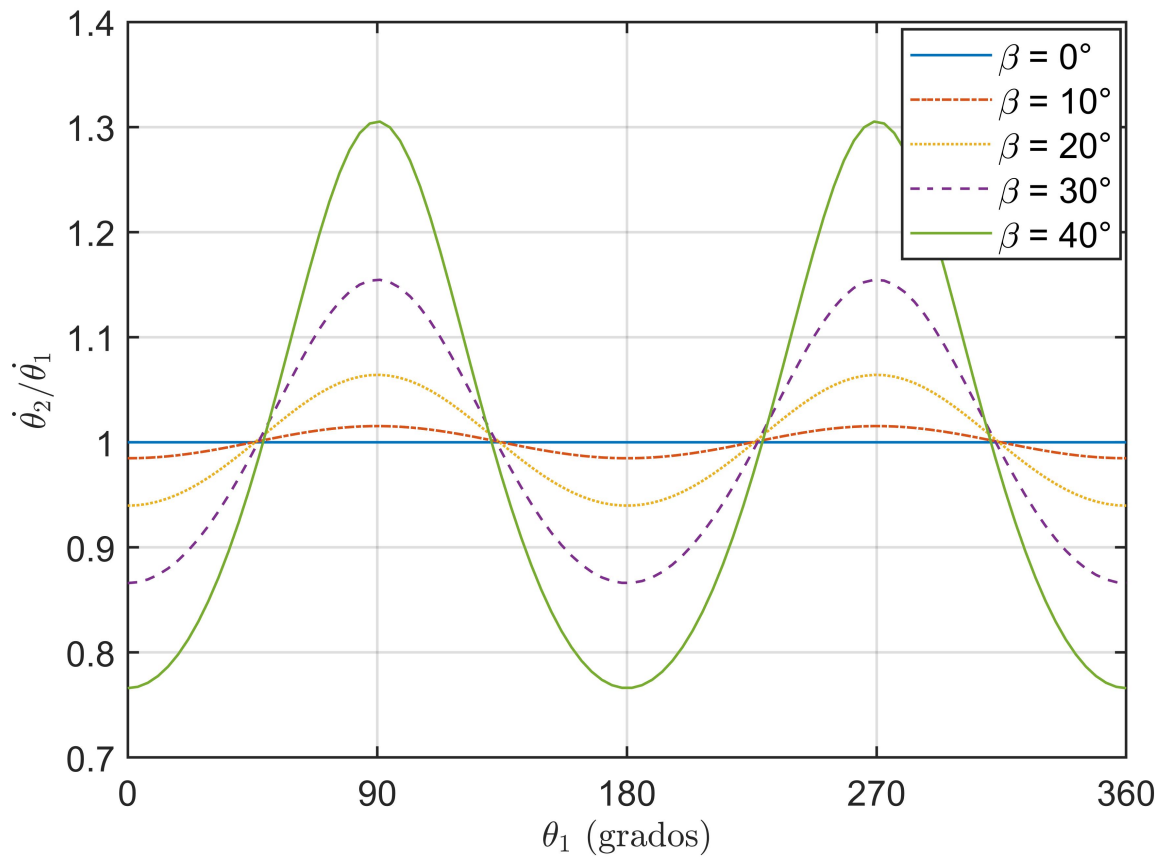


Fig. 4.2. Variación de la velocidad angular causada por el ángulo de unión entre los ejes de entrada y salida

La Fig. 4.2 muestra la variación de la velocidad del eje conducido $\dot{\theta}_2$ cuando $\dot{\theta}_1$ es constante en función de θ_1 para diferentes valores del ángulo que forman ambos ejes (β). Se observa que $\dot{\theta}_2$ tiene un comportamiento periódico aproximadamente sinusoidal; y $\dot{\theta}_2$ alcanza mayores valores cuando β incrementa [13]. En el intervalo de (0° a 90°) la velocidad angular incrementa hasta un valor máximo y de (0° a 180°) disminuye la magnitud de la velocidad hasta un valor mínimo.

Diferenciando la ecuación 4.3 con respecto al tiempo y considerando $\dot{\theta}_1$ constante, se obtiene la aceleración del eje de salida $\ddot{\theta}_2$.

$$\frac{\ddot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1^2} = \frac{\cos \beta \sin^2 \beta \sin(2\theta_1)}{(1 - \sin^2 \beta \sin^2 \theta_1)^2} \quad (4.4)$$

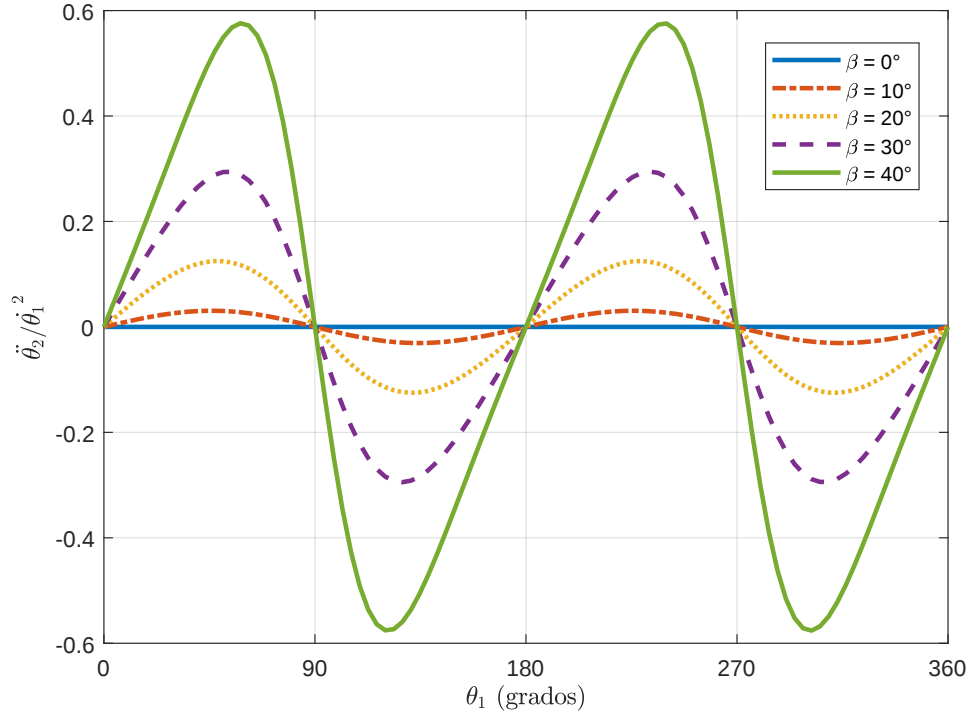


Fig. 4.3. Variación de la aceleración angular causada por el ángulo de unión entre los ejes de entrada y salida

De la Fig. 4.3, la aceleración angular del eje conducido tiene un comportamiento periódico aproximadamente sinusoidal para ángulos de $\beta < 25^\circ$, y la amplitud incrementa a medida que el ángulo β es mayor [13]. Con la expresión $k\frac{\pi}{4}$, se pueden determinar los valores máximos de la aceleración cuando $k = 1, 3, 5, \dots$, y el valor de cero cuando $k = 2, 4, 6, \dots$. En un giro completo del eje conductor θ_1 se producen dos valores máximos de aceleración y dos valores mínimos (*cero*), en intervalos de 90° .

La ecuación 4.4 es una función periódica, con un periodo de $\tau = \frac{2\pi}{\Omega}$ y puede expandirse como una serie de Fourier con el objetivo de identificar los armónicos. Expresamos el segundo término de la ecuación 4.4 como una función de θ_1 .

$$f(\theta_1) = \frac{\cos \beta \sin^2 \beta \sin(2\theta_1)}{(1 - \sin^2 \beta \sin^2 \theta_1)^2} \quad (4.5)$$

La ecuación 4.5 es una función impar. En este caso, la expansión de la serie de Fourier contiene solo términos seno.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (4.6)$$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (4.7)$$

El coeficiente de Fourier b_n se puede obtener con la ecuación 2.9, para obtener este valor se expresa la ecuación 4.7 en función de θ_1 , esta variable está relacionada con el tiempo (t) a través de la velocidad angular (ω). Los nuevos límites de integración serán de 0 a 2π .

$$f(\theta_1) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta_1 \quad (4.8)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\cos \beta \sin^2 \beta \sin(2\theta_1)}{(1 - \sin^2 \beta \sin^2 \theta_1)^2} \right] \sin(n\theta_1) d\theta_1 \quad (4.9)$$

De la ecuación 4.9, los coeficientes impares de ($n = 1, 3, \dots$) del término *sin* desaparecen en la integración: por lo tanto, los coeficientes pares se muestran ($n = 2, 4, \dots$). A partir de $n = 4, 6, \dots$ en adelante, los coeficientes son pequeños y la función periódica se puede aproximar adecuadamente con solo el segundo armónico.

Resolviendo la ecuación 4.9 para $n = 2$ para diferentes valores de β .

β	b_2
20°	0.1244
25°	0.1966
28°	0.2487
30°	0.2872

Tabla 4.1. Valores del coeficiente b_2 para diferentes valores de β

Finalmente de la ecuación 4.4, la aceleración del eje conducido $\ddot{\theta}_2$ para el segundo armónico se puede expresar como:

$$\ddot{\theta}_2 = b_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1) = A \sin(2\theta_1) \quad (4.10)$$

La amplitud de la función armónica 4.10 depende de los valores de b_2 y $\dot{\theta}_1^2$ y se denota como A.

4.1.2. Ecuaciones de Movimiento del Sistema

En [18], [15], [16] y [17] sus ecuaciones planteadas, exponen que la torsión en el resorte se genera por el cambio en la energía cinética y energía potencial elástica debido a la variación sinusoidal de la variable Θ_2 de la junta universal; considerando dichos enfoques se genera deformación, sin embargo, es mínima y se encuentra en un rango (0 - 1°) aproximadamente. De acuerdo a la lista de exigencias (sección 3.1) la deformación angular y la atenuación deben ser visibles para una experimentación empírica por la comunidad estudiantil. Por tal motivo, se pretende analizar el efecto de la junta universal omitiendo el efecto de los péndulos y caracterizar el sistema con la variable de la deformación angular del resorte θ y plantear el modelo conceptual de 1 GDL; y comprender el efecto de las variaciones de la aceleración en el volante de inercia. Y para derivar las ecuaciones de movimiento se realiza por medio de las ecuaciones de Lagrange.

La deformación angular del resorte se puede expresar como $\theta = \Theta - \theta_2$ y al derivar la expresión se obtiene $\dot{\theta} = \dot{\Theta} - \dot{\theta}_2$, donde la velocidad angular del volante de inercia es la suma de la velocidad angular $\dot{\Theta}_2$ y $\dot{\theta}$. Para este sistema, el lagrangiano de un grado de libertad se puede expresar de acuerdo a la coordenada generalizada (θ), ver Fig. 4.5.

$$L = \frac{J}{2}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_2)^2 - \frac{k_\theta}{2}\theta^2 \quad (4.11)$$

La ecuación de Lagrange del sistema es:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q \quad (4.12)$$

De la ecuación 4.12, Q representa la fuerza disipativa (amortiguamiento) para un sistema no conservativo. Para obtener la ecuación de movimiento del sistema se reemplaza la ecuación 4.11 en la ecuación 4.12.

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k_\theta\theta = -J\ddot{\theta}_2 \quad (4.13)$$

Con la ecuación 4.13 se llegan a importantes conclusiones. La expresión $-J\ddot{\theta}_2$ representa la fuente de excitación y es una fuerza dinámica inercial debido al efecto de la junta universal. De la Fig. 4.3, $\ddot{\theta}_2$ es positiva de 0° a 90°, en esa etapa la fuerza inercial actúa en dirección contraria al movimiento del sistema; después de los 90° hasta los 180° la fuerza inercial actúa en la misma dirección que el movimiento. El cambio de la dirección de la fuente de excitación produce el torcimiento en el resorte. La fuente de excitación depende directamente del ángulo β , a mayor valor de β , la magnitud del momento inercial es mayor, ver Fig. 4.4.

El signo negativo de la expresión indica que la fuerza actúa en dirección contraria al cambio de velocidad positiva. Además, cuando el sistema desacelera, la fuerza $-J\ddot{\theta}_2$ se vuelve positiva. En conclusión, el cambio en la aceleración angular $\ddot{\theta}_2$ (ver Fig. 4.3) produce un momento inercial lo que ocasiona el torcimiento del resorte.

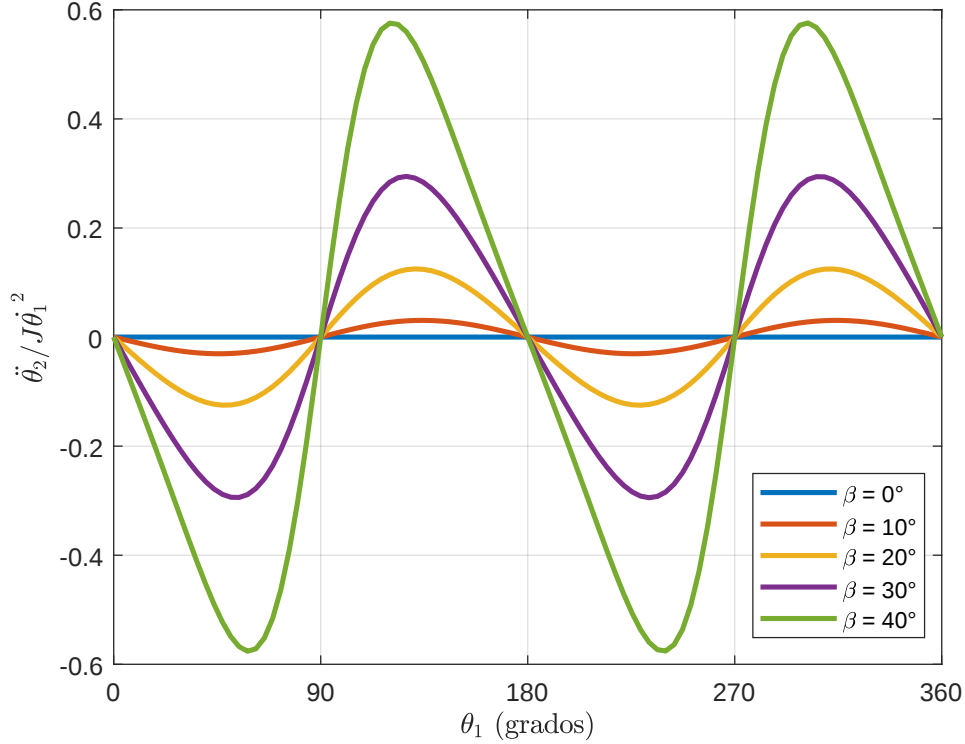


Fig. 4.4. Variación del momento inercial adimensional en función del ángulo θ_1

Reemplazando la ecuación 4.10 en la ecuación 4.13 y la expresión $-Jb_2\dot{\theta}_1^2$ se denota como T_0 . La nueva expresión es:

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k_\theta\theta = T_0 \sin(2\theta_1) \quad (4.14)$$

El modelo conceptual planteado de acuerdo con la directriz VDI 3843-1 [47] es una ecuación sencilla y capaz de resolverse analíticamente, ver Fig. 4.7 y 4.9; además, es necesario realizar la evaluación de la calidad del modelo. En esta investigación se realizará la validación mediante valores experimentales, y en la sección 6.2.5 se muestran imágenes del torcimiento del resorte, ver Fig. 6.23 y 6.24.

Con las características definidas de la fuente de excitación se obtendrán las ecuaciones de movimiento del sistema considerando los péndulos mediante las ecuaciones de Lagrange [48], [34], donde se desprecia la fuerza de coriolis del péndulo [32], [20]. El ángulo de rotación total del disco se expresa como $\Theta = \Omega t + \theta$ y la posición angular del péndulo como ϕ . De la primera expresión Ωt es la rotación en estado estacionario (Ω es una velocidad angular constante) y θ representa la perturbación de vibración (deflexión angular del

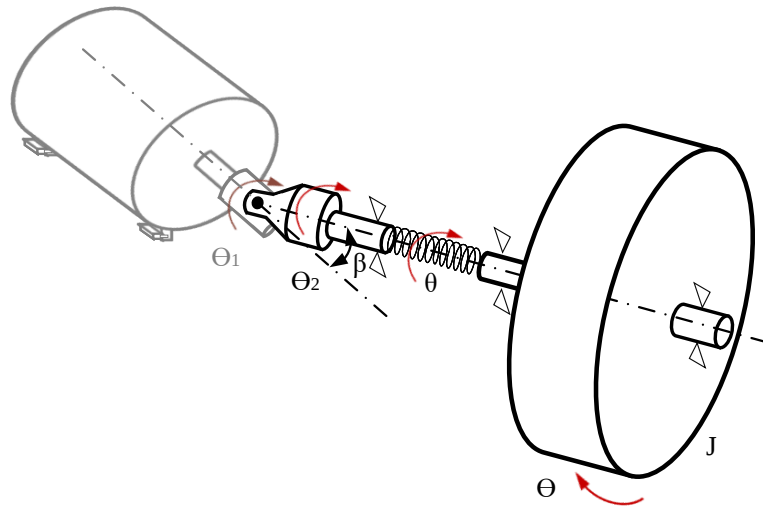


Fig. 4.5. Modelo físico del sistema sin péndulo

resorte [15]) superpuesta en la rotación [48].

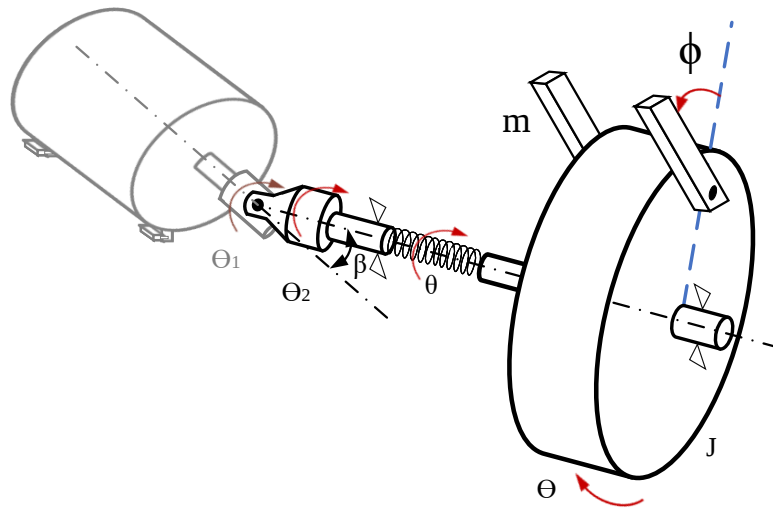


Fig. 4.6. Modelo físico del sistema

Las ecuaciones de desplazamiento en el plano rotacional de las masas m del péndulo en coordenadas cartesianas son:

$$x = a \cos(\Theta) + l \cos(\Theta + \phi) \quad (4.15)$$

$$y = a \sin(\Theta) + l \sin(\Theta + \phi) \quad (4.16)$$

Derivamos las ecuaciones de posición del péndulo:

$$\dot{x} = -a\dot{\Theta} \sin(\Theta) - l(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \sin(\Theta + \phi) \quad (4.17)$$

$$\dot{y} = a\dot{\Theta} \cos(\Theta) + l(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \cos(\Theta + \phi) \quad (4.18)$$

Al elevarlos al cuadrado se obtiene:

$$\dot{x}^2 = a^2(\dot{\Theta})^2 \sin^2(\Theta) + (\dot{\Theta} + \dot{\phi})^2 l^2 \sin^2(\Theta + \phi) + 2al\dot{\Theta}(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \sin(\Theta) \sin(\Theta + \phi) \quad (4.19)$$

$$\dot{y}^2 = a^2(\dot{\Theta})^2 \cos^2(\Theta) + (\dot{\Theta} + \dot{\phi})^2 l^2 \cos^2(\Theta + \phi) + 2al\dot{\Theta}(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \cos(\Theta) \cos(\Theta + \phi) \quad (4.20)$$

La energía cinética T se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$T = \frac{J}{2}\dot{\Theta}^2 + \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (4.21)$$

Reemplazamos las ecuaciones 4.19 y 4.20 en la ecuación 4.21, simplificando se obtiene lo siguiente:

$$T = \frac{J}{2}\dot{\Theta}^2 + \frac{m}{2} \left[a^2\dot{\Theta}^2 + (\dot{\Theta} + \dot{\phi})^2 l^2 + 2al\dot{\Theta}(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \cos(\phi) \right] \quad (4.22)$$

La energía potencial V depende de la rigidez del resorte que esta definida como k_θ .

$$V = \frac{k_\theta}{2}\theta^2 \quad (4.23)$$

Establecemos el Lagrangiano, $L = T - V$ y reemplazamos las ecuaciones 4.22 y 4.23.

$$L = \frac{J}{2}\dot{\Theta}^2 + \frac{m}{2} \left[(a^2\dot{\Theta}^2 + (\dot{\Theta} + \dot{\phi})^2 l^2 + 2al\dot{\Theta}(\dot{\Theta} + \dot{\phi}) \cos(\phi)) \right] - \frac{k_\theta}{2}\theta^2 \quad (4.24)$$

Las variables independientes del sistema son la deflexión angular θ y la posición del péndulo ϕ . La velocidad angular del volante $\dot{\Theta}$ es igual a la velocidad angular del motor más la deflexión angular del resorte.

$$\dot{\Theta} = \Omega + \dot{\theta} \quad (4.25)$$

Reemplazando la ecuación 4.25 en la ecuación 4.24.

$$L = \frac{J}{2}(\Omega + \dot{\theta})^2 + \frac{m}{2} \left[a^2(\Omega + \dot{\theta})^2 + (\Omega + \dot{\theta} + \dot{\phi})^2 l^2 + 2al(\Omega + \dot{\theta})(\Omega + \dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos(\phi) \right] - \frac{k_\theta}{2}\theta^2 \quad (4.26)$$

Las ecuaciones de Lagrange del sistema son:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = M(t) \quad (4.27)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \quad (4.28)$$

Reemplazamos la ecuación 4.26 en las ecuaciones 4.27 y 4.28.

$$J\ddot{\theta} + \frac{m}{2} \left[2a^2\ddot{\theta} + 2l^2(\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) - 2al(\Omega + \dot{\theta}) \sin \phi \dot{\phi} + 2al \cos \phi \ddot{\theta} - 2al(\Omega + \dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi \dot{\phi} + 2al \cos \phi (\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) \right] - (-k_\theta \theta) = M(t) \quad (4.29)$$

$$ml^2(\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) + mal\ddot{\theta} \cos \phi - mal\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \phi - (-mal\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi) = 0 \quad (4.30)$$

Las ecuaciones diferenciales del sistema considerando el amortiguamiento del sistema (c_θ) y del péndulo (c_p) para obtener una respuesta con mayor exactitud [29], son las siguientes:

$$[J + m(a^2 + l^2 + 2al \cos \phi)]\ddot{\theta} + ml(l + a \cos \phi)\ddot{\phi} - 2mal \sin \phi(\dot{\theta} + \Omega)\dot{\phi} - mal \sin \phi \dot{\phi}^2 + c_\theta \dot{\theta} + k_\theta \theta = M(t) \quad (4.31)$$

$$ml(l + a \cos \phi)\ddot{\theta} + ml^2\ddot{\phi} + mal \sin \phi(\Omega + \dot{\theta})^2 + c_p \dot{\phi} = 0 \quad (4.32)$$

Generalizando las ecuaciones 4.31 y 4.32 para j péndulos, se tiene:

$$[J + \sum_{j=1}^n m_j(a_j^2 + l_j^2 + 2a_j l_j \cos \phi_j)]\ddot{\theta} + \sum_{j=1}^n m_j l_j (l_j + a_j \cos \phi_j) \ddot{\phi}_j - 2 \sum_{j=1}^n m_j a_j l_j \sin \phi_j (\dot{\theta} + \Omega) \dot{\phi}_j - \sum_{j=1}^n m_j a_j l_j \sin \phi_j \dot{\phi}_j^2 + c_\theta \dot{\theta} + k_\theta \theta = M(t) \quad (4.33)$$

$$m_j l_j (l_j + a_j \cos \phi_j) \ddot{\theta} + m_j l_j^2 \ddot{\phi}_j + m_j a_j l_j \sin \phi_j (\Omega + \dot{\theta})^2 + c_p \dot{\phi}_j = 0 \quad (4.34)$$

Linealizando las Ecuaciones Diferenciales

Para pequeños valores de θ y ϕ se aproxima $\cos \phi \approx 1$, $\sin \phi \approx \phi$ y $\dot{\theta} = \Omega + \dot{\theta} \approx \Omega$. La ecuación 4.26 linealizada se reemplaza en las ecuaciones 4.27 y 4.28 y además para realizar las simulaciones numéricas se tiene en cuenta los factores de amortiguamiento c_θ (para el sistema de vibración torsional) y c_p (para el péndulo) [34]. Se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales para un péndulo.

$$[J + m(l + a)^2]\ddot{\theta} + ml(l + a)\ddot{\phi} + c_\theta \dot{\theta} + k_\theta \theta = M(t) = -J\ddot{\theta}_2^2 \quad (4.35)$$

$$(l + a)\ddot{\theta} + l\ddot{\phi} + c_p \dot{\phi} + a\Omega^2 \phi = 0 \quad (4.36)$$

De la ecuación 4.36 se obtiene la frecuencia natural del péndulo.

$$\omega_p = \Omega \sqrt{\frac{a}{l}} = n\Omega \quad (4.37)$$

La frecuencia del péndulo depende directamente de la velocidad de rotación del motor; si a este valor se le multiplica por un múltiplo entero (n) se obtendrían las armónicas de la fuente de excitación. En este estudio se atenuará la segunda armónica del torque producido por la junta universal, por lo que $n = 2$.

Parámetros Iniciales

Para definir los parámetros iniciales se tiene en consideración la deformación y atenuación angular que se desea producir.

Parámetro	Valor	Descripción
β	25°	$\leq 25^\circ$ para un comportamiento aproximadamente sinusoidal [13]
k_θ	[0.54 - 0.70] Nm/rad	De 10 a 20 espiras con una tolerancia de $\pm 15^\circ$ [49]
c_θ	0.005 Nm/ms ⁻¹	Coefficiente de amortiguamiento del sistema [17]
c_p	0.001 Nm/ms ⁻¹	Coefficiente de amortiguamiento del péndulo [17]
J	0.0006 kgm ²	Momento de inercia del volante
m_p	0.09 kg	Correspondiente a un péndulo
n	2	Armónica de excitación para un péndulo simple
l	11.5 mm	Longitud del péndulo
a	46 mm	Longitud del centro del disco al punto de articulación del péndulo

Tabla 4.2. Valores de los parámetros vibratorios

De la Tabla 4.2 la frecuencia natural del sistema se encuentra en un rango de [30 - 34] rad/s con un valor promedio aproximadamente de 32 rad/s equivalente a 5.1 Hz, el cual se considerará para análisis posteriores. El sistema entrará en resonancia cuando el segundo armónico de la fuente de excitación sea igual a la frecuencia natural del sistema, para que esto suceda la frecuencia fundamental (velocidad del motor) debe ser de 16 rad/s equivalente a 2.55 Hz. Con un sistema en condiciones de resonancia, se pretende minimizar la deflexión angular mediante la sintonización de la frecuencia del péndulo con la del sistema.

Solución Analítica

Se analiza la respuesta en el tiempo para un 1GDL (sin péndulos), la ecuación 4.14 se divide por J se tiene la siguiente expresión:

$$\ddot{\theta} + 2\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\dot{\theta} + \omega_{\theta}^2\theta = -\ddot{\theta}_2 = -b_2\dot{\theta}_1 \sin(2\Omega t) \quad (4.38)$$

Donde $T_0 = -Jb_2\dot{\theta}_1^2$, $c_{\theta} = 2\zeta_{\theta}\omega_{\theta}$ y $\omega_{\theta}^2 = \frac{k_{\theta}}{J}$

La solución particular de la ecuación 4.38 será armónica, la suponemos de la siguiente forma.

$$\theta_p(t) = X \sin(2\Omega t - \psi) \quad (4.39)$$

Donde X indica la amplitud de la respuesta y ψ el ángulo de fase de la respuesta por el la presencia de amortiguamiento, respectivamente. Reemplazamos la ecuación 4.39 en 4.38.

$$X \sin(2\Omega t - \psi) [-(2\Omega)^2 + \omega_{\theta}^2] + X 4\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\Omega \cos(2\Omega t - \psi) = -b_2\dot{\theta}_1^2 \sin(2\Omega t) \quad (4.40)$$

Reemplazamos las siguientes relaciones trigonométricas en la ecuación 4.40.

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Igualemos los coeficientes en ambos lados de la ecuación, se tiene:

$$\begin{aligned} X [(2\Omega)^2 - \omega_{\theta}^2] \cos \psi - X 4\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\Omega \sin \psi &= b_2\dot{\theta}_1^2 \\ X [(2\Omega)^2 - \omega_{\theta}^2] \sin \psi + X 4\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\Omega \cos \psi &= 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

La solución de la ecuación 4.41 es:

$$X = \frac{b_2\dot{\theta}_1^2}{\sqrt{(\omega_{\theta}^2 - (2\Omega)^2)^2 + (4\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\Omega)^2}} \quad (4.42)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{4\zeta_{\theta}\omega_{\theta}\Omega}{\omega_{\theta}^2 - (2\Omega)^2} \right) \quad (4.43)$$

La solución particular se obtiene reemplazando las ecuaciones 4.42 y 4.43 en la ecuación 4.39.

$$\theta_p(t) = \frac{b_2 \dot{\theta}_1^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - (2\Omega)^2)^2 + (4\zeta_\theta \omega_\theta \Omega)^2}} \sin \left[2\Omega t - \tan^{-1} \left(\frac{4\zeta_\theta \omega_\theta \Omega}{\omega_\theta^2 - (2\Omega)^2} \right) \right] \quad (4.44)$$

La respuesta transitoria es la parte de la solución que corresponde al comportamiento del sistema ocasionado por las condiciones iniciales, mientras que la respuesta de estado estable representa el comportamiento del sistema ocasionado por la fuerza de excitación [29]. La respuesta transitoria del sistema es:

$$\ddot{\theta} + 2\zeta_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta = 0 \quad (4.45)$$

$$r^2 + 2\zeta_\theta \omega_\theta r + \omega_\theta^2 = 0 \quad (4.46)$$

$$\theta_h(t) = e^{-\zeta_\theta \omega_\theta t} \left[c'_1 \cos(\sqrt{1 - \zeta_\theta^2} \omega_\theta t) + c'_2 \sin(\sqrt{1 - \zeta_\theta^2} \omega_\theta t) \right] \quad (4.47)$$

La solución completa del sistema es:

$$\theta(t) = \theta_p(t) + \theta_h(t) \quad (4.48)$$

Para calcular los valores de las constantes de la respuesta transitoria, definimos las condiciones iniciales $\theta(0) = 0$ y $\dot{\theta}(0) = 0$, y el ángulo de desfase es ψ

$$c'_1 = \frac{b_2 \dot{\theta}_1^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - (2\Omega)^2)^2 + (4\zeta_\theta \omega_\theta \Omega)^2}} \cos(-\psi) \quad (4.49)$$

$$c'_2 = \frac{b_2 \dot{\theta}_1^2}{\sqrt{(\omega_\theta^2 - (2\Omega)^2)^2 + (4\zeta_\theta \omega_\theta \Omega)^2}} \left[-\zeta_\theta \omega_\theta \cos(-\psi) + 2\Omega \sin(-\psi) \right] \quad (4.50)$$

La Fig. 4.7 describe el comportamiento del sistema sin absorbedor. La Fig. 4.8 muestra la amplitud pico de deformación del resorte según la variación de la velocidad de rotación para un rango de coeficiente de amortiguamiento de $(0.004 - 0.0045) Nm/ms^{-1}$, se obtiene una deformación de 16° aproximadamente. Además, en la Fig. 4.9 se aprecia que la deformación alcanzada es influenciada por el coeficiente de amortiguamiento del sistema. Por esta razón, en la etapa de construcción del módulo se deben evitar los desalineamientos o cualquier fenómeno que genere valores altos de coeficiente de amortiguamiento.

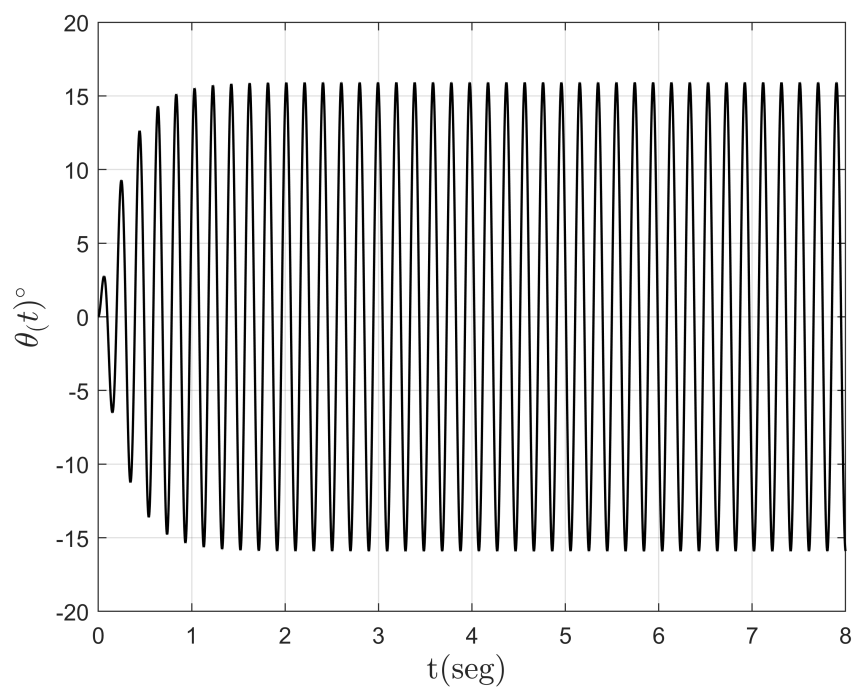


Fig. 4.7. Respuesta analítica del sistema

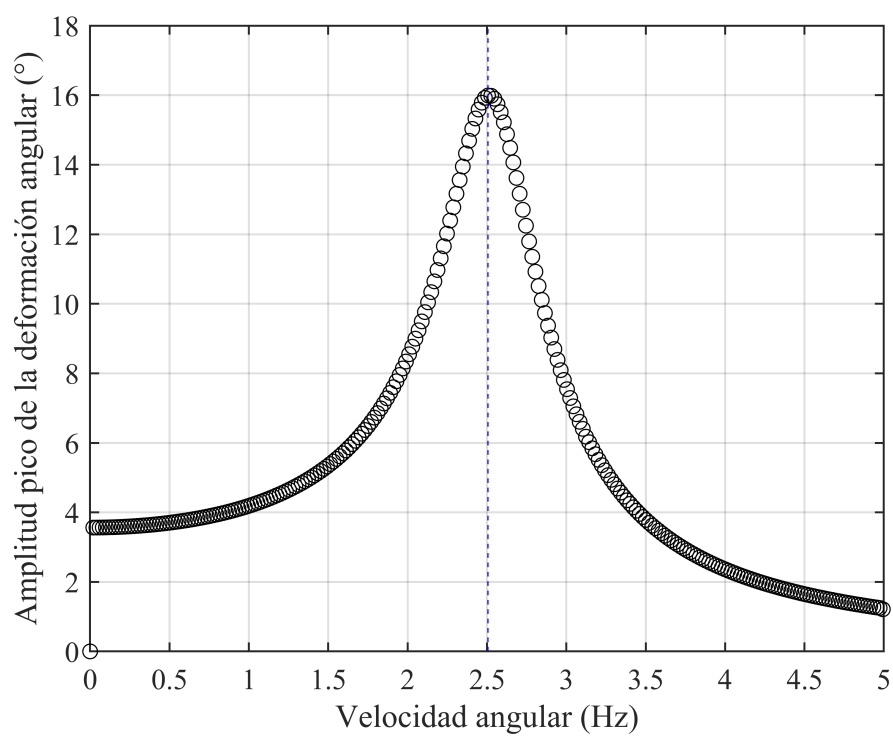


Fig. 4.8. Amplitud de deformación pico del resorte sin péndulo

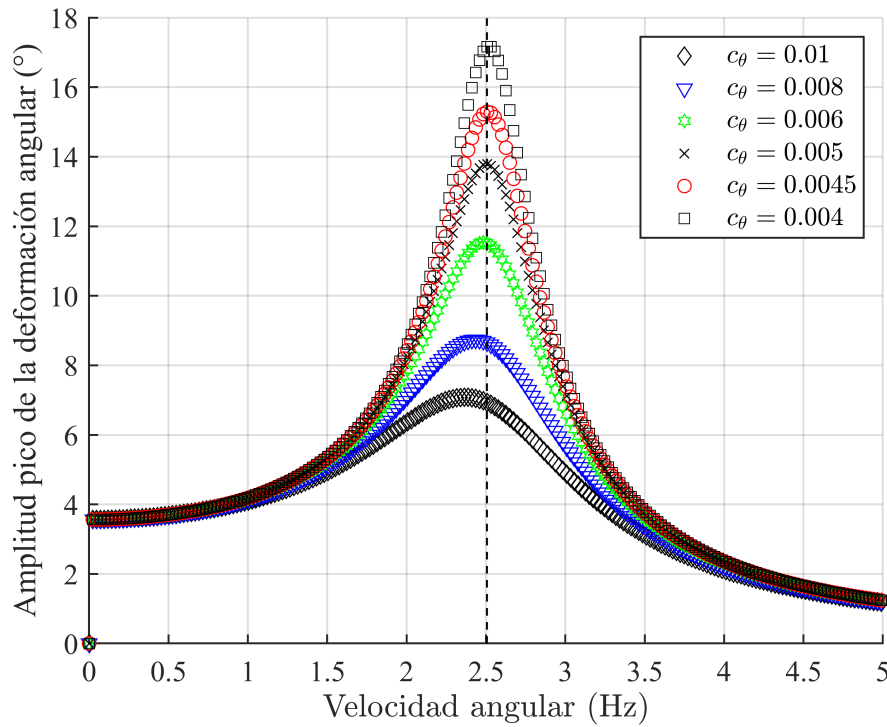


Fig. 4.9. Amplitud de deformación para diferentes coeficientes de amortiguamiento del sistema

4.2. Simulación Numérica de las Ecuaciones de Movimiento

Para hallar la solución de las ecuaciones diferenciales de segundo orden (sección 4.1.2) se utilizará el solver ODE45 de Matlab que será incluido en un script (ver Anexo E), es necesario definir nuevas variables $\mathbf{y}(t)$ y formular las ecuaciones de segundo orden como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden $\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}(t)=\mathbf{f}$, donde la matriz $\mathbf{A}$ y $\mathbf{f}$ serán definida en cada caso.

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \phi(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \frac{d}{dt}\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Despejamos $\dot{\mathbf{y}}(t)$ del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{f} \quad (4.53)$$

Donde: $\mathbf{A}$ representa la matriz de coeficientes de $\dot{\mathbf{y}}(t)$ y $\mathbf{f}$ es la matriz de las expresiones despejadas de $\dot{\mathbf{y}}(t)$.

4.2.1. Solución del Sistema Sin Absorbedor

Para calcular la respuesta del sistema sin absorbedor no se considera al péndulo en la ecuación 4.35 y se definen las nuevas variables para $y(t)$ y las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{f}$.

$$[J + m(l + a)^2]\ddot{\theta} = T_0 f(t) - c_\theta \dot{\theta} - k_\theta \theta \quad (4.54)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{y}(t) = \dot{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f} \quad (4.57)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J + m(l + a)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(2) \\ T_0 f(t) - c_\theta y(2) - k_\theta y(1) \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

4.2.2. Solución del Sistema Lineal

Para reducir el sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal, las nuevas variables están definidas en las ecuaciones 4.51 y 4.52. De las ecuaciones 4.31 y 4.32 se formulan las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{f}$. La ecuación diferencial reducida de primer orden es:

$$\begin{bmatrix} J + m(l + a)^2 & ml(l + a) \\ ml(l + a) & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 f(t) - c_\theta \dot{\theta} - k_\theta \theta \\ -c_p \dot{\phi} - mal\Omega^2 \phi \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f} \quad (4.60)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J + m(l + a)^2 & 0 & ml(l + a) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ml(l + a) & 0 & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(2) \\ T_0 f(t) - c_\theta y(2) - k_\theta y(1) \\ y(4) \\ -c_p y(4) - mal\Omega y(3) \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

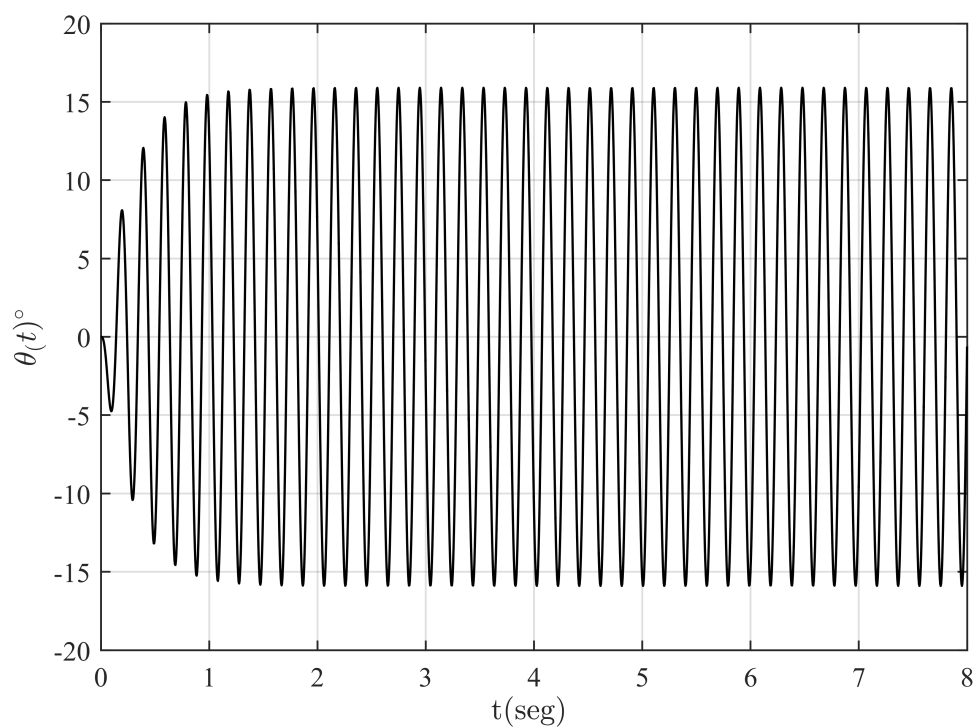


Fig. 4.10. Respuesta numérica del sistema sin absorbedor

La respuesta del sistema linealizado se muestra en la Fig. 4.11. Se observa que la amplitud de las oscilaciones permanecen constantes a lo largo del tiempo.

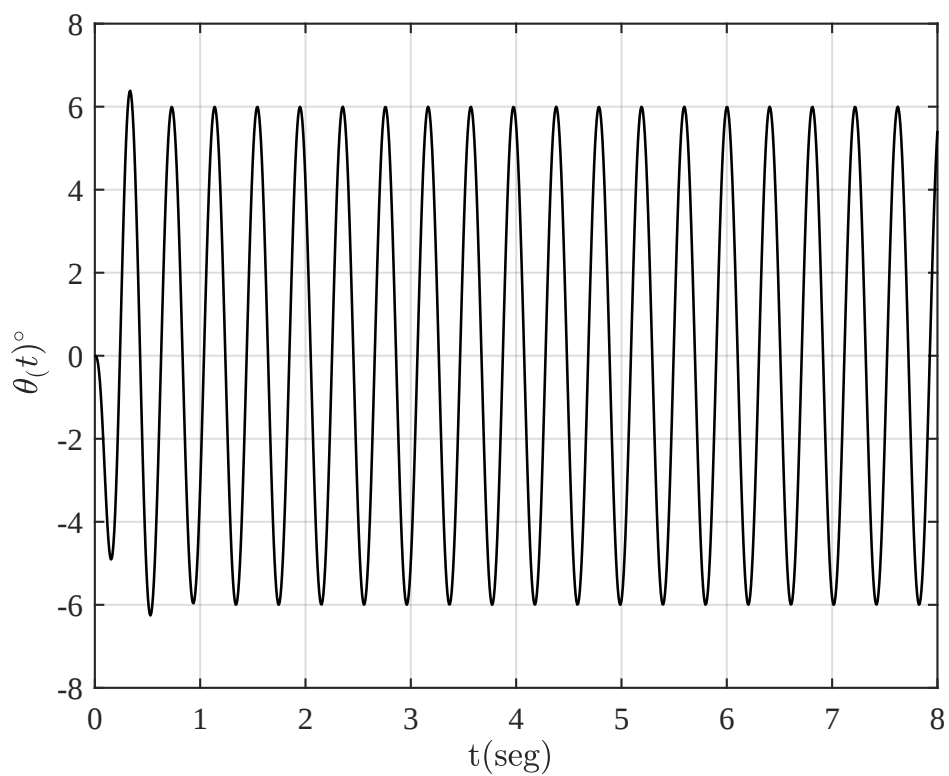


Fig. 4.11. Respuesta del sistema linealizado con absorbedor, para una masa de 180 gr

4.2.3. Solución del Sistema no Lineal

De las ecuaciones 4.31 y 4.32 se formulan las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{f}$. Las nuevas variables están definidas en las ecuaciones 4.51 y 4.52, la ecuación diferencial reducida de primer orden es:

$$\begin{bmatrix} J + m(a^2 + l^2 + 2al \cos \phi) & ml(l + a \cos \phi) \\ ml(l + a \cos \phi) & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 f(t) - c_p \dot{\theta} + 2mal(\dot{\theta} + \Omega)\dot{\phi} \sin \phi + mal\dot{\phi}^2 \sin \phi - k_\theta \theta \\ -c_p \dot{\phi} - mal(\Omega + \dot{\theta})^2 \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f} \quad (4.63)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J + m(a^2 + l^2 + 2al \cos y(3)) & 0 & ml(l + a \cos y(3)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ml(l + a \cos y(3)) & 0 & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(2) \\ T_0 f(t) - c_p y(2) + 2mal(y(2) + \Omega)y(4) \sin y(3) + maly(4)^2 \sin y(3) - k_\theta y(1) \\ y(4) \\ -c_p y(4) - mal(\Omega + y(2))^2 \sin y(3) \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

La Fig. 4.12 muestra la respuesta en el tiempo del sistema no linealizado con un absorbedor de 180 gr. El eje vertical $\theta(t)^\circ$ muestra la deformación angular del sistema en función del tiempo. Se observa que la respuesta del sistema es estacionaria a partir de $t = 1s$ en condiciones de resonancia.

La respuesta obtenida a partir de las ecuaciones linealizadas (Fig. 4.11) representa una simplificación del comportamiento del sistema y es útil para análisis teóricos y predicciones iniciales. En contraste, el sistema no linealizado (Fig. 4.12) representa de manera más realista el comportamiento del sistema físico, considerando efectos dinámicos adicionales. Sin embargo, la frecuencia de oscilación en ambas figuras es bastante similar, lo que indica que el modelo linealizado es una buena aproximación del comportamiento real, esto sucede principalmente cuando se trabaja en un régimen a bajas velocidades.

La Fig. 4.13 muestra la relación entre la velocidad angular del motor (Hz) y la amplitud pico de la deformación angular ($^\circ$) para diferentes configuraciones del sistema, comparando el caso sin absorbedor de vibraciones torsionales con el uso de péndulos de distintas masas (45 gr, 90 gr, 135 gr y 180 gr). El sistema sin absorbedor entra en resonancia a 2.5Hz

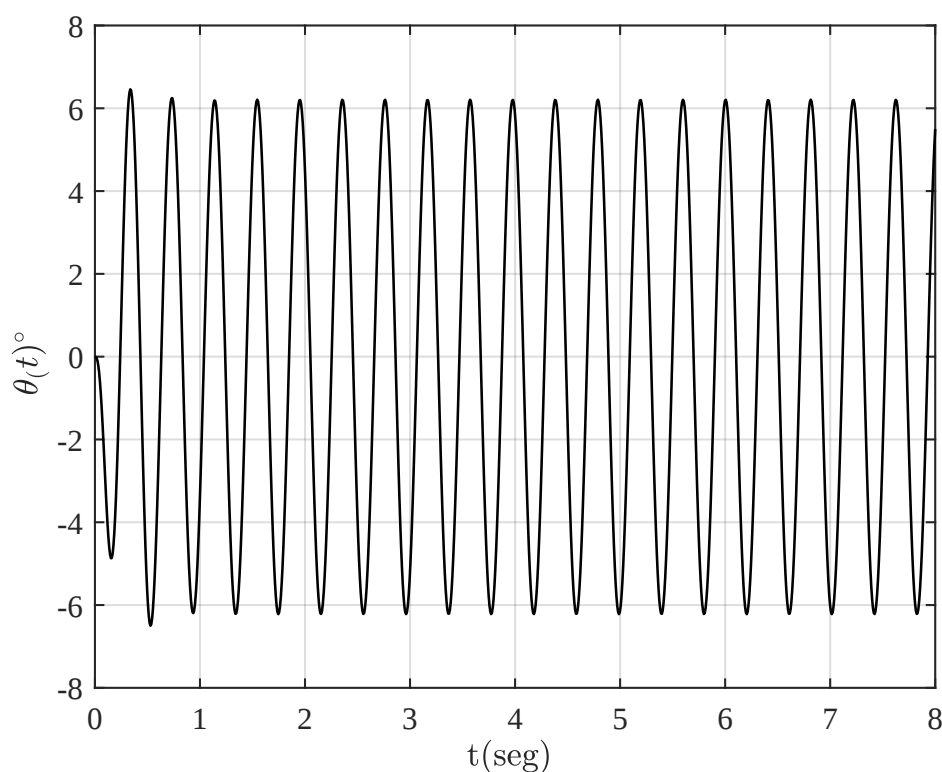


Fig. 4.12. Respuesta del sistema no linealizado con absorbedor, con una masa de 180 gr

con una amplitud pico de 15.99° lo que representará el 100 % de deformación angular. A medida que la masa del absorbedor incrementa, la amplitud máxima de la deformación angular disminuye significativamente. La condición de resonancia se desplaza hacia la izquierda debido al cambio de inercia cuando se incrementa la masa del péndulo.

Masa (gr)	Frecuencia de resonancia (Hz)	Frecuencia natural (Hz)	Atenuación (%)
0	2.51	5.02	-
45	2.23	4.46	15.254 %
90	1.99	3.98	30.986 %
135	1.83	3.66	46.059 %
180	1.67	3.34	50.153 %

Tabla 4.3. Variación de las frecuencias naturales y el Porcentaje de atenuación a diferentes masas de péndulo

La Tabla 4.3 muestra la variación de la frecuencia natural del sistema y el porcentaje de atenuación de la vibración torsional en función de la masa del péndulo. Se observa que el porcentaje de reducción de la amplitud de vibración aumenta con la masa del péndulo. Para una masa de 45 g, la atenuación es del 15.25 %, mientras que con 180 g se alcanza una reducción del 50.15 %, mostrando una relación directa entre la masa del péndulo y la eficiencia de atenuación. La frecuencia del sistema de generación de vibraciones torsionales está sintonizada al segundo armónico ($2n$) del mecanismo de la junta universal.

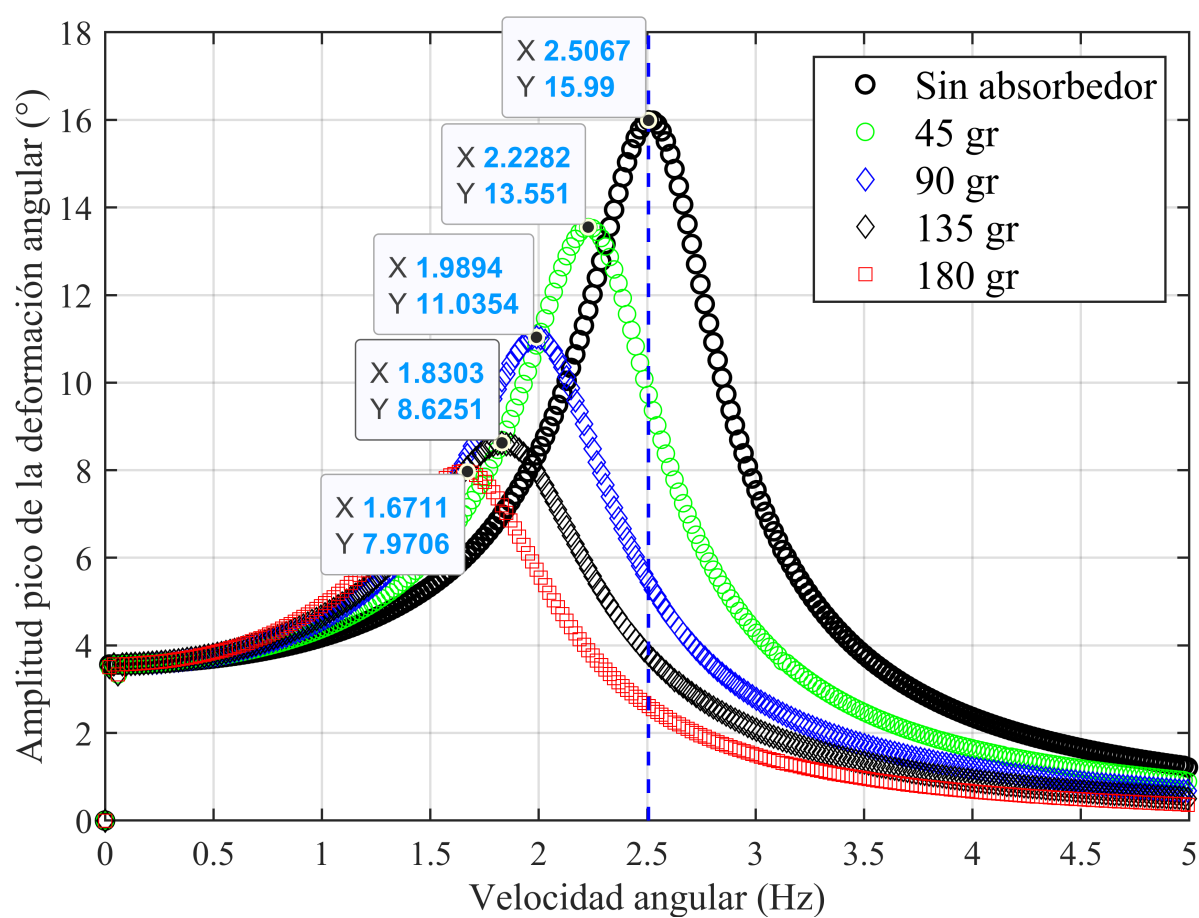


Fig. 4.13. Amplitud total vs velocidad angular del motor.

5 | Diseño Mecánico del Módulo

5.1. Cálculo y selección de Componentes

5.1.1. Selección del Motor

De acuerdo al modelado y al proceso de simulación numérica se requiere un torque máximo de 0.0382 Nm y a una frecuencia de 2.5Hz. La velocidad requerida para la operación del módulo es:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 2,5 = 15,71 \text{ rad/s} \quad (5.1)$$

Por lo tanto la potencia requerida es:

$$P = T \times \omega = 0,0382 \times 15,71 = 0,6 \text{ W} \quad (5.2)$$

Se considera un factor de servicio de 1.5 con una eficiencia del sistema de 0.8.

$$P_{real} = \frac{0,6}{0,8} \times 1,5 = 1,125 \text{ W} \quad (5.3)$$

Se requiere una potencia teórica de 1.125 W sin embargo, se ha optado por utilizar un motor eléctrico de 0.75 HP (560 W) de la marca WEG de la línea W22 de alta eficiencia (IE2) de baja tensión a una velocidad nominal de 1695 rpm con forma constructiva 71. (Ver Fig. A.1). Esta decisión se sustenta en criterios constructivos, funcionales y de compatibilidad mecánica.

5.1.2. Selección del Variador de Frecuencia

Para la selección se considera que la corriente de salida disminuye cuando el variador de frecuencia opera a una altitud mayor a 1000 metros y a una temperatura mayor a 40°C. Para los parámetros de funcionamiento del módulo de la Tabla 5.1 se calcula la corriente admisible de salida.

Criterio funcional	Instalación	Interfaz
Fuente de alimentación: Red pública monofásica a 220V.	Condiciones ambientales:	Interfaz con el usuario: Directo.
Datos del motor: Potencia de 0.550 kW con corriente nominal de 2.69A.	Temperatura $\leq 30^{\circ}\text{C}$.	
(Ver Anexo A.1)	Altitud ≤ 4000 msnm.	

Tabla 5.1. Parámetros a considerar para la selección del variador de frecuencia.

El valor del factor de pérdida por altitud menor o igual a 4000 metros se obtiene de la Fig. A.3, la corriente de salida se calcula multiplicando este factor por la corriente indicada en la Fig. A.2. La corriente obtenida debe ser mayor o igual a la corriente que necesita el motor.

$$I_{salida} = 0,8 \times I_{tabla} = 3,12\text{A} \quad (5.4)$$

El variador de frecuencia seleccionado es de la marca SIEMENS modelo 6SL3210-5BB17-5UV0 de 1 Hp con corriente de entrada de 10A y de salida 3.9A.

5.1.3. Selección de la Junta Universal

El procedimiento de selección de la junta universal será de acuerdo con el catálogo [50] del fabricante Lovejoy. El módulo trabaja con una potencia pequeña de 0.75 Hp por lo que bastará la elección de la junta de acuerdo a la tamaño del eje del motor.

Del Anexo A.4, se elige la junta universal tipo D-7 con una aplicación menor o igual a 25° y una velocidad angular menor o igual a 1750 rpm.

5.1.4. Cálculo del Resorte

El sistema entrará en resonancia a 2.55 Hz y el momento de inercia del disco es $J=0.0006 \text{ kgm}^2$, con estos valores se obtiene la rigidez del resorte de 0.6 Nm/rad. Las propiedades geométricas del resorte se describen a continuación:

El diámetro del alambre es:

$$d = \sqrt[4]{64kD \frac{N_a}{E}} \quad (5.5)$$

$$d = \sqrt[4]{64 \times 0,7 \times 0,0328 \frac{15}{196,5 \times 10^9}} = 0,0031 \text{ m} \quad (5.6)$$

El índice del resorte es:

$$C = \frac{D}{d} = \frac{0,0328}{0,0031} = 10,5 \quad (5.7)$$

Símbolo	Descripción	Valor
D	Diámetro medio	32.8 mm
l_1	Longitud de la fuerza actuante al centro del resorte	0m
l_2	Longitud del brazo	0m
β	Posición de un extremo respecto al otro	0°
N_b	Número de vueltas del cuerpo	15
N_a	Número de vueltas activas	15
E	Módulo de elasticidad a la tensión	196.5 GPa [49]

Tabla 5.2. Propiedades geométricas del resorte

El valor de C se encuentra dentro del rango $6 \leq C \leq 12$ [49].

Deflexión y Razón del Resorte

La amplitud del torque dinámico produce la deflexión estática. por lo tanto la deflexión angular total en radianes es:

$$\theta_t = \frac{64T_{max}D}{Ed^4}N_a \quad (5.8)$$

$$\theta_t = \frac{64 \times 0,0382 \times 0,0328}{196,5 \times 10^9 \times 0,0031^4} \times 15 = 0,057 \text{ rad} \quad (5.9)$$

La razón del resorte en par de torsión por vuelta es:

$$k' = \frac{d^4E}{10,8DN_a} \quad (5.10)$$

$$k' = \frac{0,0031^4 \times 196,5 \times 10^9}{10,8 \times 0,0328 \times 15} = 112,166 \text{ Nm/vueltas} \quad (5.11)$$

Deflexión angular total por vuelta:

$$\theta'_t = \frac{10,8T_{max}D}{Ed^4}N_a \quad (5.12)$$

$$\theta'_t = \frac{10,8 \times 0,0382 \times 0,0328}{196,5 \times 10^9 \times 0,0031^4} \times 15 = 0,01 \text{ vueltas} \quad (5.13)$$

La deflexión es de 3.5° en ausencia de resonancia.

Resistencia Estática

La resistencia última a tensión:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \quad (5.14)$$

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro mm	A MPa.mm ^m
Alambre de piano	A228	0.145	0.1-6.5	2211

Tabla 5.3. Constantes A y m de S_{ut} para estimar la resistencia de tensión mínima de alambres para fabricar resortes comunes. Adaptado de [49]

$$S_{ut} = \frac{2211 \text{ MPa.mm}^m}{3,1^{0,145}} = 1,88 \text{ GPa} \quad (5.15)$$

Para alambre de piano y aceros al carbono estirados en frío, el esfuerzo de fluencia es:

$$S_y = 0,78 S_{ut} \quad (5.16)$$

$$S_y = 0,78 \times 1,88 = 1,47 \text{ GPa} \quad (5.17)$$

Resistencia a la Fatiga

De la sección 4.1.2 se obtuvo que la carga es sinusoidal invertida, por lo tanto, la componente media es 0 y $M_a = M_{\text{máx}} = |M_{\text{mín}}| = 0,0382 \text{ Nm}$. El diseño se realizará con la componente de la amplitud M_a .

$$\sigma_a = K_i \frac{32 M_a}{d^3 \pi} \quad (5.18)$$

$$\sigma_a = 1,0952 \frac{32 \times 0,0382}{0,0031^3 \pi} = 14,30 \text{ MPa} \quad (5.19)$$

Para determinar el límite de resistencia a la fatiga se emplea la Tabla 5.4.

Vida a la fatiga, ciclos.	Acero inoxidable ASTM A228 y tipo 302		ASTM A230 y A232	
	Sin martillar	Martillado	Sin martillar	Martillado
10^5	53	62	55	64
10^6	50	60	53	62

Tabla 5.4. Esfuerzos flexionantes máximos recomendados para resortes helicoidales a torsión en aplicaciones cíclicas como porcentaje de S_{ut} . Adaptado de [49]

$$S_r = 0,53 S_{ut} = 0,466 \text{ GPa} \quad (5.20)$$

$$S_e = \frac{S_r/2}{1 - \left(\frac{S_r/2}{S_{ut}}\right)^2} = 0,237 \text{ GPa} \quad (5.21)$$

Factor de seguridad de acuerdo al criterio de falla de Goodman modificado y Langer para el criterio de falla de la ASME-elíptica y de Langer es similar debido a $M_m = 0$.

$$\eta_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e}} = 16,6 \quad (5.22)$$

Este factor de seguridad a la fatiga indica que el elemento de máquina no va a fallar.

El resorte a torsión a fabricar es de alambre de piano, el diámetro del hilo es de 3.1 mm, con 15 vueltas activas y un diámetro medio de 32.8 mm.

5.1.5. Cálculo del eje

Para el diseño del eje principal en condición de carga de torsión de ciclo invertido y flexión constante, la componente media es 0, la componente de amplitud es $T_a = T_{\text{máx}} = |T_{\text{mín}}| = 0,0382 \text{ Nm}$ y el momento flexionante producido por el peso es de 0.5 Nm considerando el eje principal como simplemente apoyada el momento flexionante máximo es $M_{\text{máx}} = \frac{PL}{4}$, ver Fig. 5.1. El esfuerzo límite de fluencia es $S_y = 370 \text{ MPa}$ y la resistencia última a la tensión es $S_{ut} = 650 \text{ MPa}$ para un AISI 1045 (Ver Fig. A.6). El esfuerzo límite a la fatiga es:

$$S_e = 0,5S_{ut} = 0,5 \times 650 \times 10^6 = 325 \text{ MPa} \quad (5.23)$$

Los factores de concentración del esfuerzo por fatiga de la flexión y la torsión son $K_f=1.469$ y $K_{fs}=1.192$. El diámetro del eje con un factor de seguridad de 4.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left[\frac{1}{S_e} [3(K_{fs}T_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_y} [4(K_fM_m)^2]^{1/2} \right]} \quad (5.24)$$

$$d = 0,0042 \text{ m} \quad (5.25)$$

Por la estandarización de los diámetros de los rodamientos el diámetro es de 5 mm, sin embargo por motivos de disposición geométrica y manufactura el diámetro a considerar será de 12 mm.

5.1.6. Cálculo de la Chaveta

La longitud máxima de la chaveta es 1.5 veces el diámetro del eje $L=0.018\text{m}$.

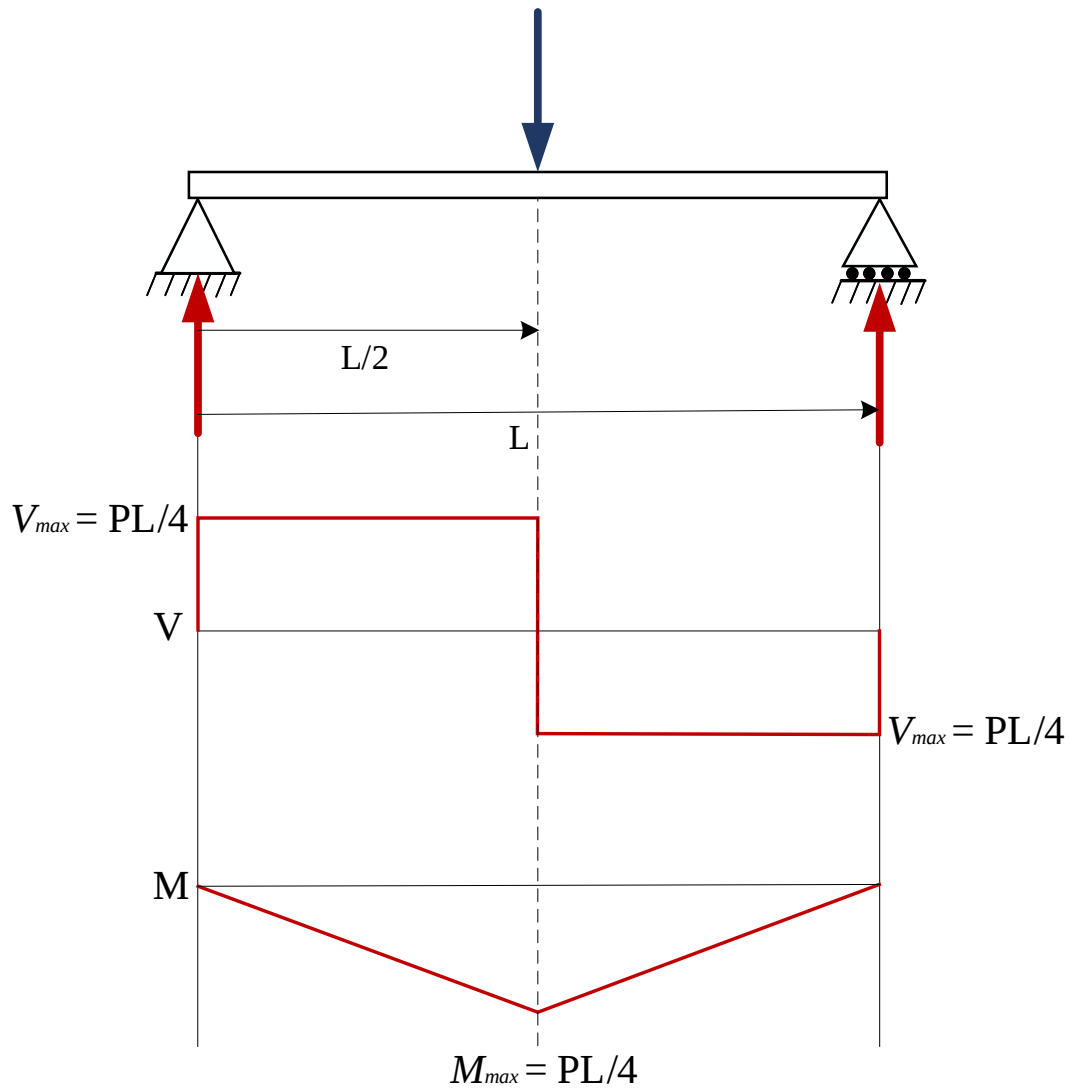


Fig. 5.1. Diagrama de fuerza cortante y momento flector del eje principal

Diámetro del eje (mm)	Ancho x alto de la cuña (mm)
$8 < d \leq 10$	3x3
$10 < d \leq 12$	4x4
$12 < d \leq 17$	5x5
$17 < d \leq 22$	6x6

Tabla 5.5. Cuñas estándar en medidas métricas para ejes. Adaptado de [49]

5.1.7. Selección de Rodamiento

Los rodamientos estarán sometidos puramente a cargas radiales ocasionadas por el peso del volante de inercia y péndulos, serán adecuados los rodamientos rígido de bolas. La carga equivalente dinámica es:

$$P = F_r = 1 \times 9,806 = 9,81 \text{ N} \quad (5.26)$$

La carga dinámica equivalente será igual a la carga radial debido a la ausencia de las cargas axiales. De acuerdo a los valores orientativos de la Tabla D.1 se puede obtener la vida deseada $L_h = 8000$ horas y a una velocidad deseada de 1000 rpm. La capacidad de carga dinámica básica equivalente es:

$$C = P \left(\frac{60 \text{ rpm } L_h}{10^6} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (5.27)$$

Para rodamientos de bolas el exponente de vida p es 3.

$$C = 9,81 \left(\frac{60 \times 1000 \times 8000}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 384,049 \text{ N} \quad (5.28)$$

El valor calculado de C no es significativo para cargas dinámicas básicas de los rodamientos, bastará con seleccionar los rodamientos según el diámetro del eje. (Ver Anexo A.7)

5.1.8. Uniones Atornilladas

Los soportes y la base secundaria se fijarán a la base principal por uniones atornilladas, con el propósito de permitir desplazamientos en estos, lo que facilitará la variación del número de vueltas del resorte y el ángulo β . El cálculo de las uniones

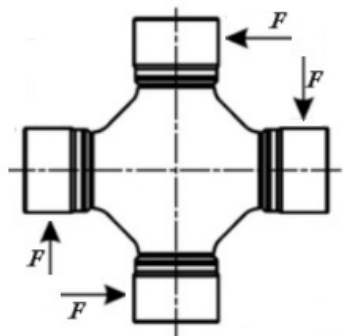


Fig. 5.2. Cruceta de conexión

atornilladas se desarrollara en el soporte doble por estar más próximo a la junta universal. Para determinar la carga de tracción ocasionada por el momento flector de la junta universal, se analizan las fuerzas que actúan sobre la cruceta de conexión (Ver Fig. 5.2). Los componentes de la fuerza F que actúan sobre el eje de entrada son $F \cos 25$ y $F \sin 25$. El torque que genera el motor a una frecuencia de 2.5Hz (15.71 rad/s) con una potencia de 0.75hp (559.23 W) es de 35.6 Nm. Por lo tanto F es:

$$35,6 \text{ Nm} = (F \cos 25)(19,05 \times 10^{-3}) \quad (5.29)$$

$$F = 1007,2N \quad (5.30)$$

El momento flector y la carga de tracción del momento flector son:

$$M = 1007,2 \times 5,62 \times 10^{-3} \quad (5.31)$$

$$M = 5,66Nm \quad (5.32)$$

$$F_{t1} = \frac{M \times C_i}{\sum C_j^2} \quad (5.33)$$

$$F_{t1} = \frac{5,66 \times 55 \times 10^{-3}}{2(15^2 + 55^2) \times 10^{-3}} \quad (5.34)$$

$$F_{t1} = 0,048N \quad (5.35)$$

Las cargas de tracción directa son generadas por el peso del eje secundario (1.89N) y del soporte doble (25.6N).

$$F_{t2} = \left(\frac{1,89 + 25,6}{4} \right) = 6,87N \quad (5.36)$$

La carga de tracción resultante:

$$F_t = 0,048 + 6,87 = 6,92N \quad (5.37)$$

La fuerza de tracción en el perno es: $F_e = F_t$, calculamos el área de esfuerzo (A_s)

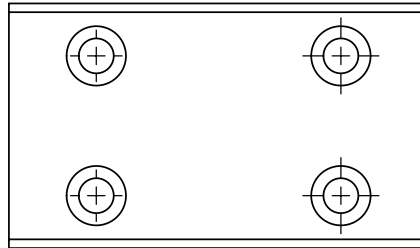


Fig. 5.3. Uniones atornilladas del soporte doble

requerido:

$$A_s = \left(\frac{152,4 \times F_e}{S_y} \right)^{2/3} \quad (5.38)$$

$$A_s = \left(\frac{152,4 \times 6,92}{420} \right)^{2/3} = 1,85mm^2 \quad (5.39)$$

Se obtuvo una área mínima requerida de 1.85 mm^2 que corresponde a un diámetro de perno menor a un M2. Sin embargo, durante la fabricación se optó por el uso de pernos tipo socket M10. [51] Esta selección facilita el desensamble y mantenimiento del módulo, además estos pernos permiten un par de apriete más alto, reduciendo el riesgo de aflojamiento durante el funcionamiento.

5.1.9. Cálculo de Soldadura

La unión entre la base principal y los cuatro soportes del módulo representan las zona más crítica y es en allí donde se analizaran las cargas actuantes sobre el cordón de soldadura. Ubicamos el centro de gravedad del módulo.

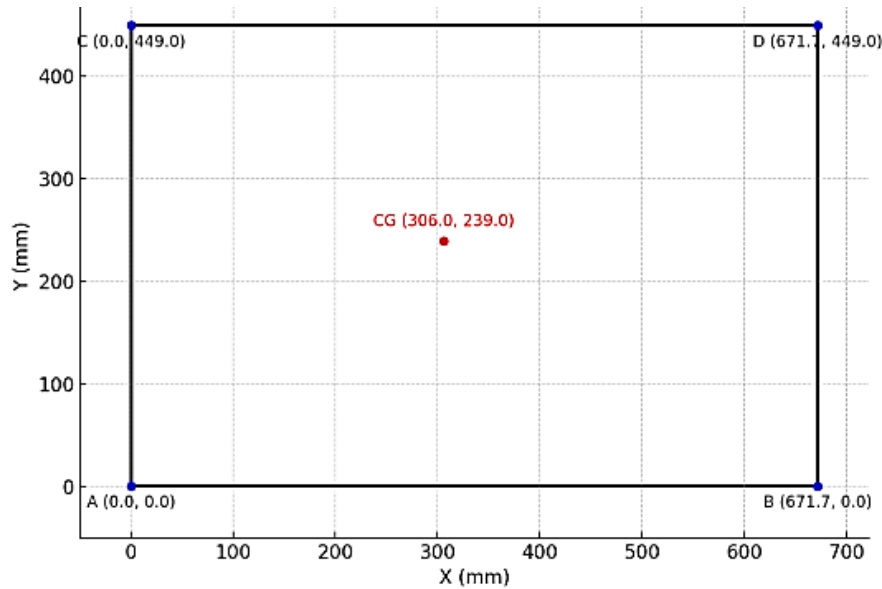


Fig. 5.4. Ubicación de los soportes y el centro de gravedad

Determinamos las cargas en los cuatro soportes.

$$\sum F = R_A + R_B + R_C + R_D = W = 502,27N \quad (5.40)$$

$$\sum M_x = R_A \times 0 + R_B \times 0 + R_C \times 449 + R_D \times 449 = 502,27 \times 239 \quad (5.41)$$

$$R_C + R_D = 267,3N \quad (5.42)$$

$$\sum M_y = R_A \times 0 + R_B \times 671,7 + R_C \times 0 + R_D \times 671,7 = 502,27 \times 306 \quad (5.43)$$

$$R_B + R_D = 228,8N \quad (5.44)$$

Del sistema de ecuaciones tenemos:

$$R_A = 106,17N \quad (5.45)$$

$$R_B = 128,8N \quad (5.46)$$

$$R_C = 167,3N \quad (5.47)$$

$$R_D = 100N \quad (5.48)$$

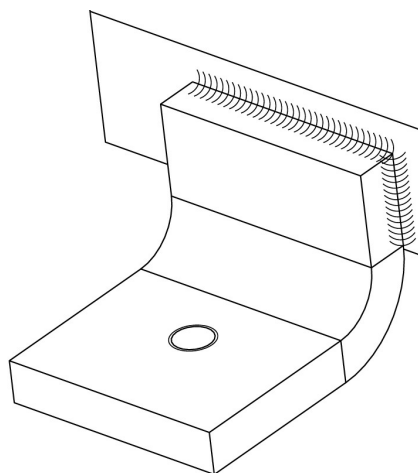


Fig. 5.5. Soporte de la base principal

El punto más critico es R_C , el tipo de carga es de corte directa f_{w1} . Determinamos el tamaño de cordón de soldadura para un electrodo E-6010.

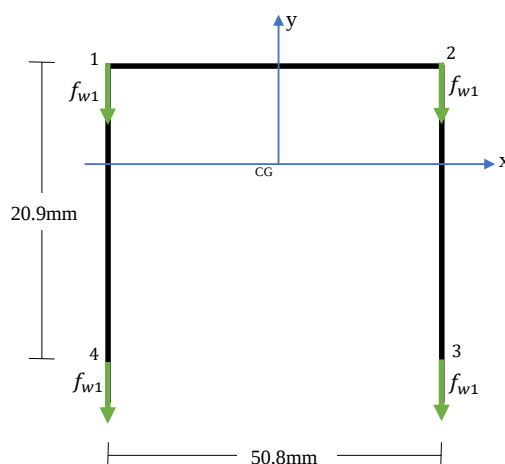


Fig. 5.6. Distribución de cargas

Centro de gravedad del cordón de soldadura:

$$N_x = \frac{20,9^2}{2(20,9) + 50,8} = 4,717mm \quad (5.49)$$

Determinamos las cargas para el punto 3 porque es el más crítico al encontrarse a mayor distancia del centro de gravedad.

$$f_{w1} = \frac{167,3}{50,8 + 20,9 + 20,9} = 1,807N/mm \quad (5.50)$$

Cálculo del tamaño del cordón para E-6010, y S_w es 12700 PSI = 87.701 N/mm².

$$w = \frac{f_{w1}}{S_w} = \frac{1,807N/mm}{87,701N/mm^2} = 0,021mm \quad (5.51)$$

Aunque el cálculo teórico de resistencia indica que el tamaño mínimo del cordón necesario para soportar las cargas actuantes es de 0.021 mm, se ha optado por emplear un cordón de 6 mm. Principalmente porque en la práctica no es posible realizar un cordón de menos de 1mm, de acuerdo a la normativa AWS D1.1 y estándares de diseño estructural existen valores mínimos admisibles que dependen del espesor de las piezas y del tipo de unión. El módulo ha sido sobredimensionado por lo que su capacidad portante excede ampliamente las cargas aplicadas, priorizando su durabilidad, rigidez y facilidad de fabricación.

5.1.10. Selección de Anillos de Retención

El péndulo se limita a moverse en la dirección axial al eje en el que articula, por lo que la selección del anillo de retención sugiere que debe soportar las fuerzas axiales o limitar los desplazamientos del péndulo. De la tabla D.2 de acuerdo con la norma DIN 471 se aprecia diferentes geometrías, y además se expone las fuerzas máximas que puede soportar el componente, para más información sobre las capacidades de carga de los anillos de retención y las ranuras revisar [52].

Es importante tener en consideración que los ejes del péndulo agregan inercia al volante, modificando la frecuencia natural del sistema, por lo tanto se debe procurar que sus dimensiones sean reducidas y también sea fácil de manufacturar. Por consiguiente, para lograr una mínima modificación en la frecuencia natural del sistema, se elige un diámetro de eje de 5 mm que pueda ser torneado con las tolerancias indicadas en los planos. Finalmente, para apreciar el montaje del anillo de retención, ver Fig. 5.7 y D.6.

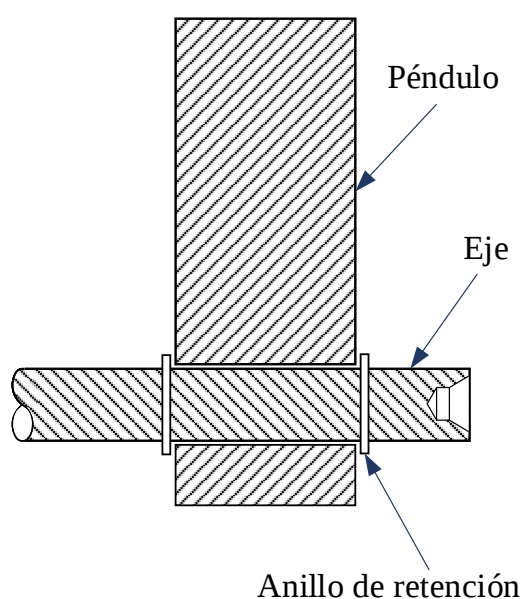


Fig. 5.7. Gráfica de la restricción de desplazamiento axial del péndulo mediante anillos de retención

5.1.11. Análisis de Esfuerzos en los Prisioneros de Sujeción

Por las limitaciones de talleres especializadas en manufacturar canales chaveteros en ejes de diámetro reducido; se opta por la transmisión de potencia del eje del motor hacia la junta universal con prisioneros de sujeción, la configuración es posible porque las cargas no son significativas tal como lo expone [53]. De igual forma, para verificar el esfuerzo a los que están sometidos los prisioneros se realiza el análisis para la selección adecuada de sus diámetros.

En la sección 5.1.1, se expuso que la potencia necesaria para dar inicio al movimiento del sistema en una condición donde se requiera dar arranque a una velocidad de 600 rpm se necesita 3.93 W; en ese intervalo de tiempo se produce el mayor torque con un valor calculado de 0.062 Nm. El esfuerzo cortante producido en la zona de interés (ver Fig. 5.8). Se obtiene la siguiente expresión.

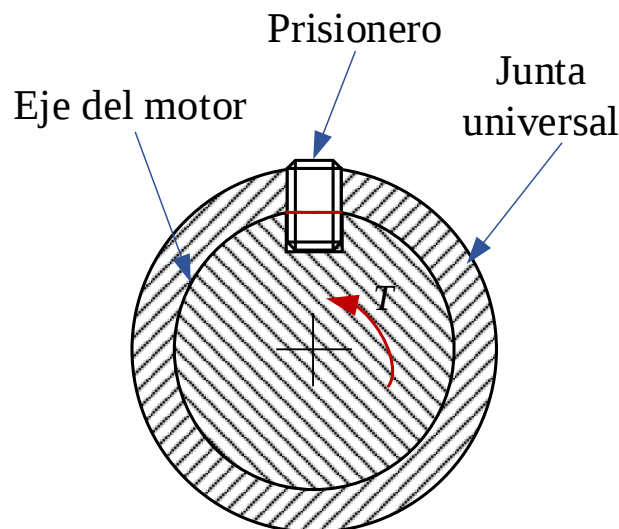


Fig. 5.8. Diagrama de esfuerzo cortante puro

$$\tau = \frac{T}{A_s r} \quad (5.52)$$

De acuerdo con la ficha técnica del motor seleccionado, el canal chavetero del eje es de 5 mm de ancho y teniendo en cuenta su disposición geométrica, el prisionero de sujeción será un M5 con serie de paso grueso. El área del esfuerzo del prisionero seleccionado se obtiene de acuerdo con la normativa ASME B1.1 y es posible calcularlo con la siguiente expresión.

$$A_s = 0,7854 \left[D - \frac{0,9743}{1/P} \right]^2 \quad (5.53)$$

Donde; D: diámetro mayor nominal y P: paso.

De la ecuación 5.53 se calcula el área del esfuerzo del prisionero para un M5.

$$A_s = 0,7854 \left[5 - \frac{0,9743}{1/0,8} \right]^2 = 13,99 \text{ mm}^2 \quad (5.54)$$

Calculando el esfuerzo cortante para un radio del eje del motor de $r = 7,5$ mm.

$$\tau = \frac{0,062}{13,99 \times 7,5} = 0,59 \text{ Mpa} \quad (5.55)$$

El punto de análisis está sometido exclusivamente a un esfuerzo cortante puro, y el esfuerzo equivalente de Von Mises puede determinarse mediante la expresión $\sqrt{3}\tau$, y calcular el factor de seguridad. Sin embargo, en un primer análisis, el prisionero no fallará por carga estática, porque el valor de esfuerzo calculado es bajo.

Para la transmisión de potencia, se emplearán 2 prisioneros M5 de serie gruesa en cada yugo de la junta universal, con el fin de mejorar la estabilidad radial.

5.1.12. Limitación de Movimiento del Péndulo

De acuerdo con los estudios realizados por [9], si la expresión $g/(a\Omega^2)$ supera el valor de 0.015, es necesario limitar el movimiento de péndulo.

$$g/(a\Omega^2) < 0,015 \quad (5.56)$$

Para el cálculo, se abarca un rango de velocidades de giro (2-2.55) Hz, debido a la variación de la resonancia causada por el cambio del momento de inercia por la implementación de los péndulos. A continuación, se sustituyen estos valores en la ecuación 5.56.

$$0,833 < 0,015 \quad (5.57)$$

La expresión anterior demuestra que, en el rango de velocidades en el que el sistema entra en condición de resonancia, las fuerzas gravitatorias son superiores a las fuerzas centrífugas. Y además, de acuerdo con la referencia [1], se recomienda que el ángulo del péndulo ϕ se mantenga por debajo de 30° para preservar su función atenuante.

Con las consideraciones antes expuestas, el movimiento del péndulo se restringe a un ángulo inferior a 30° mediante la implementación de barras pequeñas, recubiertas con carcasas de caucho para minimizar el ruido generado por el impacto entre el péndulo y la barra (ver Fig. 5.9). Además, la energía transferida desde el péndulo hacia las barras no debe ser amortiguada, ya que esto reduciría la eficiencia en la atenuación de las vibraciones.

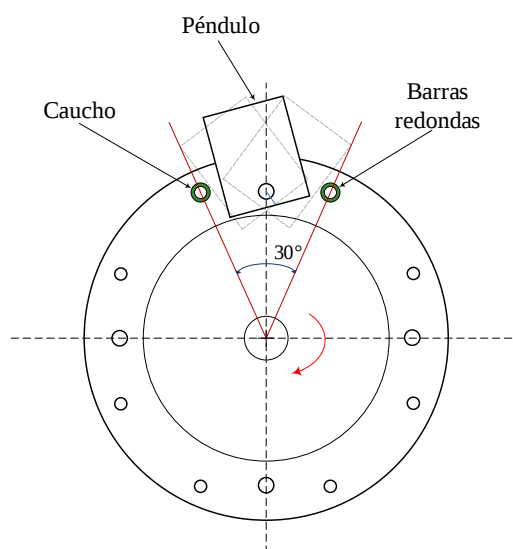


Fig. 5.9. Gráfica de la restricción del movimiento angular del péndulo

$$N = \frac{S_{ys}}{\tau_{max}} \quad (5.58)$$

5.2. Análisis Modal del Módulo

El análisis modal se realizó en el software Ansys 19.2. Para este estudio, se harán algunas simplificaciones: el motor y el volante de inercia serán modelados como cuerpos rígidos que únicamente aportan masa (ver Fig. 5.10), y se eliminan las superficies que no contribuyen en el análisis y disminuyen la calidad del enmallado.

En la discretización se emplea una combinación de elementos 2D y 3D [54]. Con el propósito de reducir la cantidad de elementos y disminuir los grados de libertad, se utilizaron elementos de lámina para aquellas geometrías cuyo espesor es al menos 30 veces menor que una de sus dimensiones principales (largo o ancho), según lo indicado

en [54]. En la Fig. 5.10, se observa que la base principal, la base secundaria, el bastidor del motor y los cuatro soportes en los extremos de la base principal fueron modelados como superficies (2D), lo que permite reducir significativamente el tiempo de simulación. Por otro lado, el resto de los componentes fue representado con elementos tridimensionales (3D), donde el largo, el ancho y el espesor tienen magnitudes comparables.

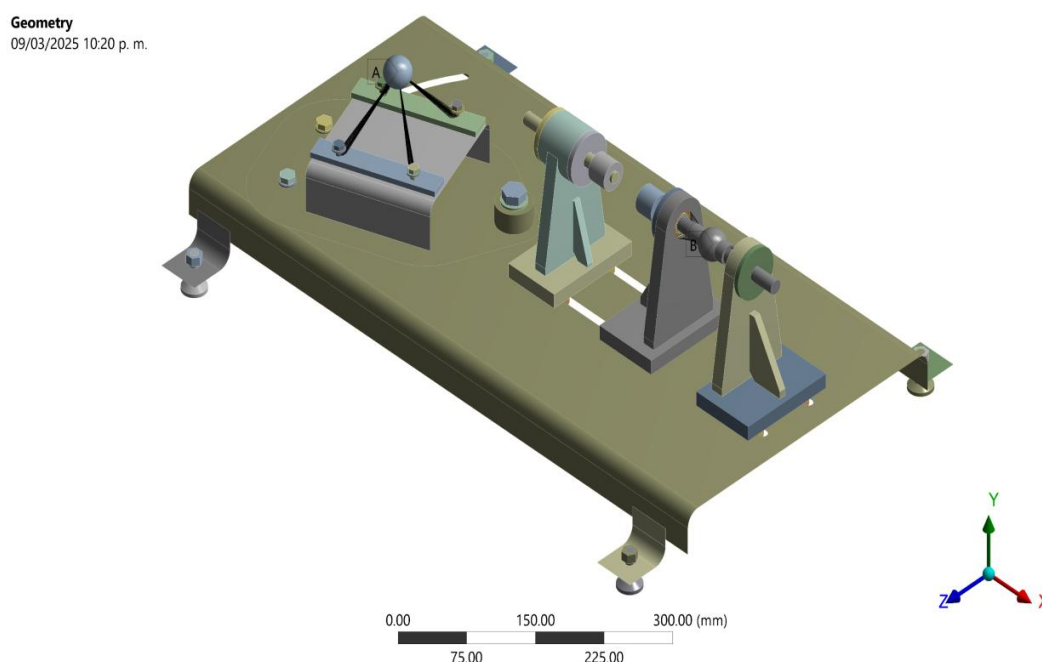


Fig. 5.10. Modelo simplificado del módulo para el análisis modal

Para el enmallado de la geometría se aplicaron elementos de tipo tetraedro, hexaedro y cuadrados (Ver Fig. 5.11). Esta combinación de elementos permite optimizar la precisión del análisis y el rendimiento computacional, adaptándose a la complejidad de la geometría en diferentes regiones del modelo. [49] menciona que en los cuerpos sólidos sin demasiada transición en su geometría, el elemento adecuado para realizar su discretización es del tipo hexaédrico; y en sólidos con cambios abruptos en la geometría, el que se adecúa mejor es del tipo tetraédrico.

La calidad del enmallado influye en la precisión de los resultados. Una de las formas más comunes de evaluar esta calidad es a través de la relación de aspecto de los elementos. Según [55], esta relación se define como la razón entre la longitud mayor y la menor de un elemento bidimensional. Valores elevados de relación de aspecto pueden generar inexactitudes en la representación de los elementos y afectar negativamente la convergencia de las soluciones [56]. De manera similar, en elementos tridimensionales, la verificación de la relación de aspecto se realiza considerando todas sus caras [54]. Además, herramientas como Ansys permiten evaluar la calidad a través de métricas de enmallado. En este análisis, se empleará la relación de aspecto como criterio de calidad

Mesh

17/04/2025 11:01 a. m.

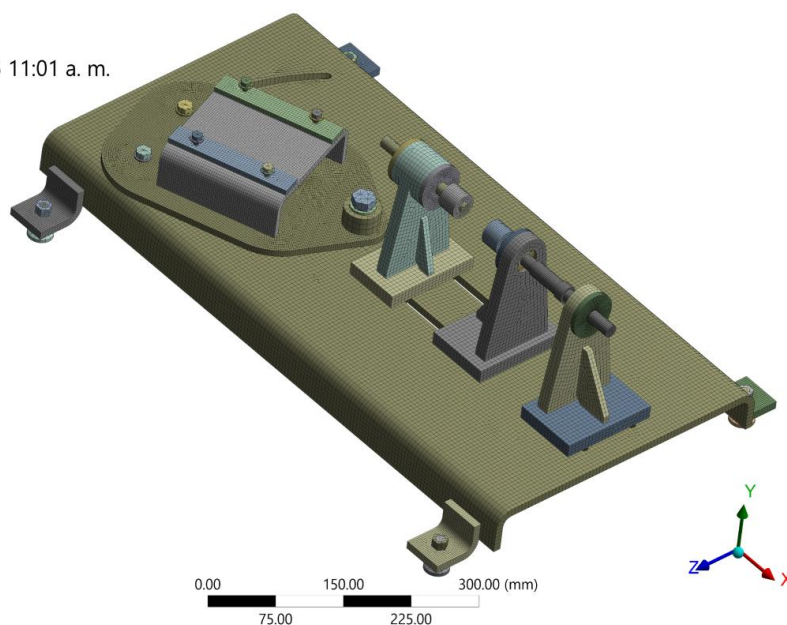


Fig. 5.11. Enmallado del modelo

(ver Fig. 5.12). De acuerdo con las recomendaciones de [54], una relación de aspecto menor a 5 garantiza que los resultados sean los adecuados.

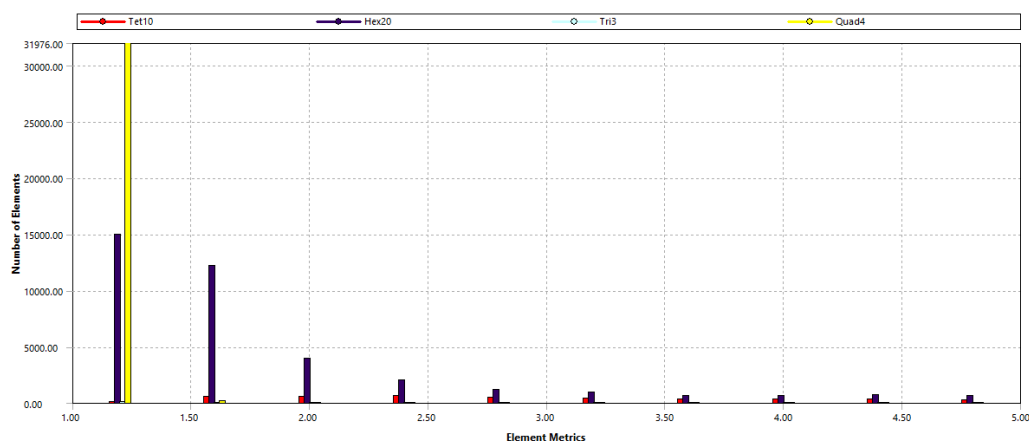


Fig. 5.12. Relación de aspecto

La Fig. 5.12 muestra un histograma de la relación de aspecto de los elementos de malla, lo que permite evaluar su calidad. En el eje de las abscisas se representa la métrica de relación de aspecto, mientras que en el eje de las ordenadas se indica el número de elementos que presentan dicha métrica. Se observa que la mayoría de los elementos tienen una relación de aspecto cercana a 1.0, lo que indica una malla de calidad aceptable. Esto es especialmente evidente en los elementos cuadriláteros (representados de color amarillo), que conforman el mayor porcentaje de la malla. Los elementos hexaédricos (de color morado) muestran una distribución con relaciones de aspecto mayores a 1.0, pero aún dentro de un rango aceptable. Su presencia en valores cercanos a 1.5 y 2.0 sugiere que

la malla mantiene una buena calidad sin desviaciones significativas en sus dimensiones del elemento. Finalmente, la ausencia de valores superiores a 5.0 confirma que la malla cumple con los criterios recomendados por [54], garantizando resultados precisos y que las frecuencias naturales obtenidas en el análisis modal son confiables.

La elección de las condiciones de borde debe representar el sistema físico con la mayor precisión posible, evitando desviaciones de la realidad. Para determinar las frecuencias naturales del sistema, las condiciones de borde empleadas son del tipo “Frictionless Support”, la cual permite desplazamientos tangenciales a la superficie de apoyo del módulo (niveladores al lado opuesto de la posición del motor), pero restringe el desplazamiento normal. Su elección se debe a que, bajo una fuerza externa, generar desplazamientos tangenciales es más sencillo que la normal por el propio peso del módulo. La otra condición de borde es del tipo “Rígido”, la cual restringe completamente todos los grados de libertad en los nodos donde se aplica (niveladores a la altura del motor). Esta condición simula una unión idealmente fija, sin posibilidad de desplazamiento ni rotación, representando zonas del sistema donde existe una conexión sólida y sin deformaciones apreciables.

Modo	Frecuencia (Hz)	Dx (%)	Dy (%)	Dz (%)	Rotx (%)	Roty (%)	Rotz (%)
1	63.6	0.023	3.55	83.68	50.05	6.09	0.93
2	78.1	19.92	71.01	2.53	0.17	0.63	3.49
3	97.0	36.27	7.85	1.20	0.59	40.68	6.65
4	127.0	0.036	0.29	1.29	2.84	1.60	58.70
5	133.0	70.69	17.43	3.12	2.99	5.32	6.40
6	176.5	93.31	0.001	0.06	1.43	0.03	83.33

Tabla 5.6. Porcentaje de participación de masa

En la Tabla 5.6 se muestra la participación de masa para cada frecuencia natural. En el primer modo, predomina el desplazamiento en la dirección Z (83.68 %) y la rotación alrededor del eje X (50.05 %). Este comportamiento se ve influenciado por la condición de borde aplicada. En el segundo modo, destaca el desplazamiento en la dirección Y (71.01 %), con una contribución significativa del desplazamiento en X (19.92 %) y una rotación moderada en Z (3.49 %). En el tercer modo, se observa un desplazamiento dominante en la dirección X (36.27 %) y una rotación en el eje Y (40.68 %). En el cuarto modo, la participación más significativa corresponde a la rotación en el eje Z (58.70 %). En el quinto modo, domina el desplazamiento en X (70.69 %) con influencia secundaria en Y (17.43 %), lo cual indica una flexión lateral más pronunciada hacia el eje longitudinal. Finalmente, en el sexto modo, el comportamiento está marcado por un alto desplazamiento en X (93.31 %) y una rotación dominante en Z (83.33 %), evidenciando una flexión combinada con torsión significativa en la parte superior de la estructura.

La Fig. 5.13 muestra el resultado del análisis modal correspondiente al primer modo de

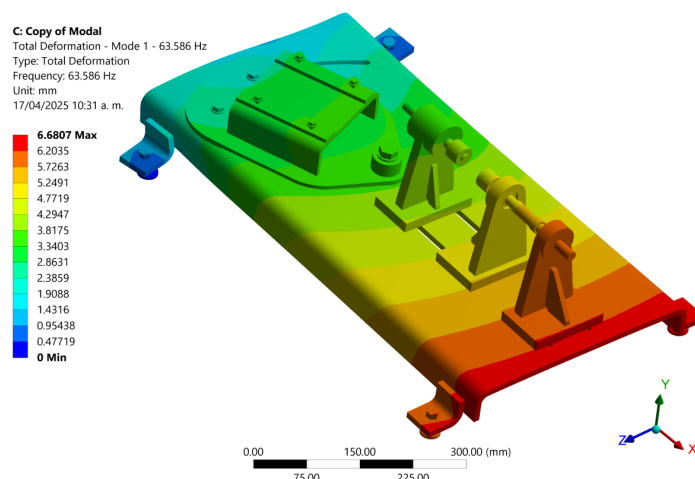


Fig. 5.13. Primer modo - Frecuencia natural de 63.6 Hz

vibración del módulo, con una frecuencia natural de 63.6 Hz. La escala de colores indica la magnitud de la deformación total en milímetros, donde el color rojo representa las zonas de mayor desplazamiento (6.6807 mm máx.), mientras que el azul indica las áreas con menor valor (0 mm mín.). Se observa que las mayores deformaciones se concentran en los extremos de la base, especialmente en las esquinas libres, mientras que las zonas cercanas a los apoyos y al bastidor del motor presentan desplazamientos mucho menores, lo que confirma su mayor rigidez. Este primer modo de vibración está asociado principalmente a un desplazamiento vertical (dirección Z) y a una rotación en el eje X , como se evidenció en la Tabla 5.6.

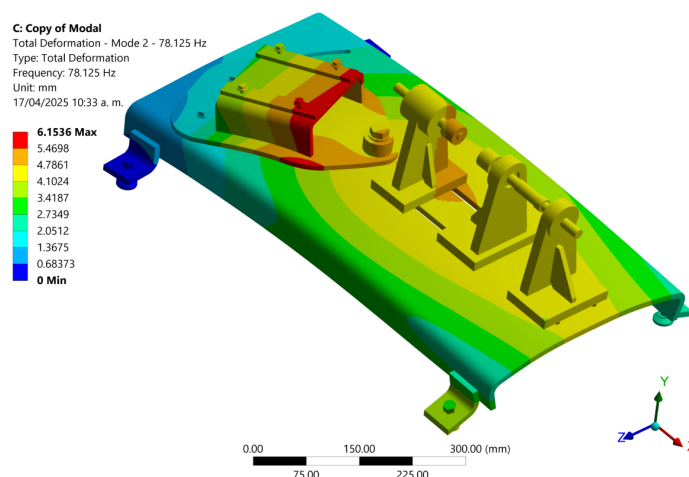


Fig. 5.14. Segundo modo - Frecuencia natural de 78.1 Hz

La Fig. 5.14 muestra el segundo modo de vibración del módulo, con una frecuencia natural de 78.1 Hz. Las zonas de mayor deformación tiene un valor de 6.1536 mm máx, mientras que el valor mínimo es de 0mm. En este modo, se aprecia un desplazamiento predominante en la dirección Y (Tabla 5.6), con una participación de masa en esa dirección es de 71.01 %. Además, se evidencia una contribución de rotación en Z del 3.49 %. Las mayores

deformaciones se concentran en la parte posterior de la base, específicamente en el área del bastidor del motor, mientras que las zonas cercanas a los apoyos mantienen una respuesta más rígida.

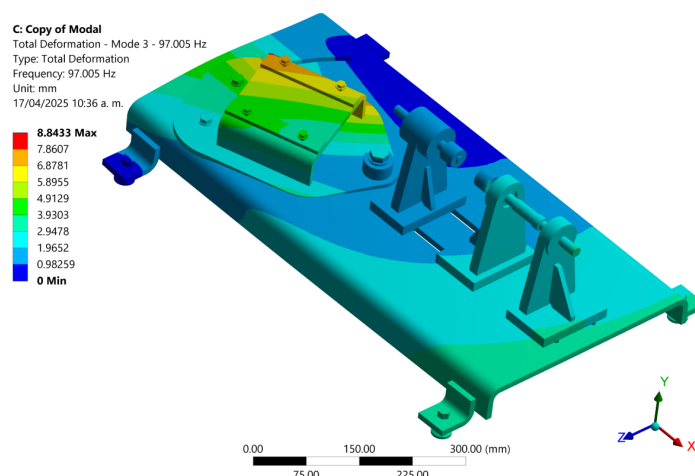


Fig. 5.15. Tercer modo - Frecuencia natural de 97.0 Hz

La Fig. 5.15 representa el tercer modo de vibración del módulo, con una frecuencia natural de 97.0 Hz. El desplazamiento máximo es de 8.8433 mm y el mínimo es 0 mm, como se indica en la escala de colores. En este modo, el desplazamiento en la dirección Y sigue siendo predominante, con una participación de masa del 90.41 %, acompañado de una influencia significativa de la rotación en Z (58.67 %), de acuerdo con la Tabla 5.6. Las mayores deformaciones se localizan en la parte posterior de la base secundaria, mientras que los soportes y la zona central del módulo presentan una deformación considerablemente menor. Este patrón sugiere un comportamiento vibratorio más complejo, posiblemente asociado a la flexión combinada con torsión.

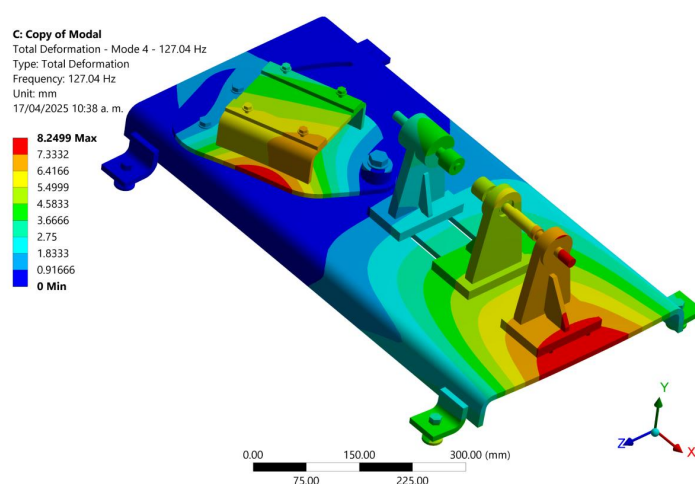


Fig. 5.16. Cuarto modo - Frecuencia natural de 127.0 Hz

La Fig. 5.16 representa el cuarto modo de vibración del módulo, con una frecuencia natural de 127.0 Hz. El desplazamiento máximo es de 8.2499 mm y el mínimo es 0 mm,

como se indica en la escala de colores. En este modo, el comportamiento vibratorio se caracteriza por una deformación significativa en la parte frontal de la base secundaria, especialmente en los extremos de los soportes y zonas adyacentes. Las deformaciones en la parte central y posterior del módulo son menores, lo que sugiere una mayor rigidez estructural en esas regiones.

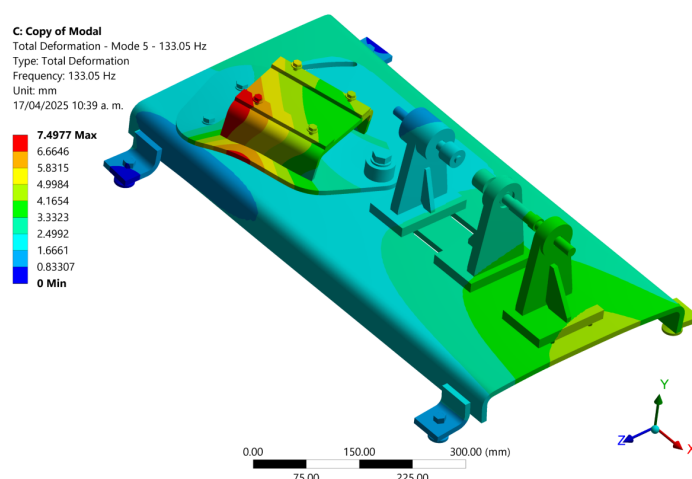


Fig. 5.17. Quinto modo - Frecuencia natural de 133.0 Hz

La Fig. 5.17 representa el quinto modo de vibración del módulo, con una frecuencia natural de 133.0 Hz. El desplazamiento máximo es de 7.4977 mm y el mínimo es 0 mm, de acuerdo con la escala de colores. En este modo, las mayores deformaciones se localizan en la parte superior del bastidor del motor. La zona que contiene los soportes y la base principal presenta una menor deformación, lo que indica una menor participación dinámica en este modo específico.

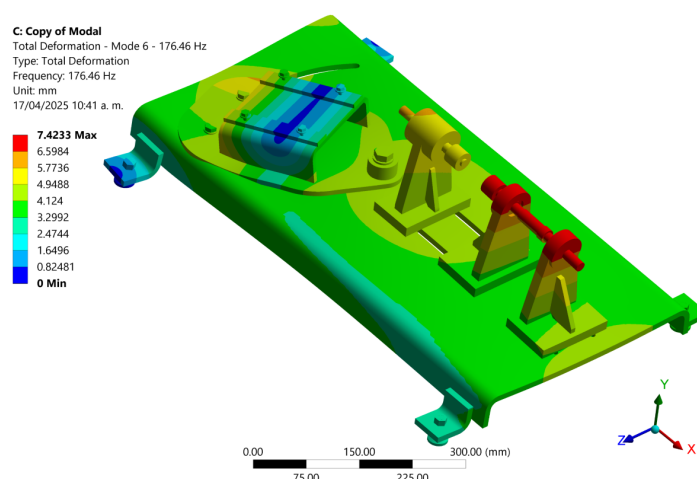


Fig. 5.18. Sexto modo - Frecuencia natural de 176.5 Hz

La Fig. 5.18 representa el sexto modo de vibración del módulo, con una frecuencia natural de 176.5 Hz. El desplazamiento máximo es de 7.4233 mm y el mínimo es 0 mm, como se observa en la escala de colores. En este modo, se presentan deformaciones significativas

en la parte superior de los soportes simples y del soporte doble y en diferentes áreas de la base principal y secundaria. De acuerdo con la Tabla 5.6, este modo presenta una alta participación de masa en la dirección X (93.31 %) y una rotación considerable en el eje Z (83.33 %).

El análisis nos permite evaluar la posible existencia de la condición de resonancia, y en el diseño es importante evitar este fenómeno. Finalmente, las frecuencias naturales determinadas se encuentran alejadas de las posibles frecuencias de excitación, evitando la condición de resonancia, siempre que la base donde se apoya el módulo sea estable y rígida.

6 | Construcción y Experimentación

6.1. Proceso de Construcción

La fabricación de los elementos de máquina y el montaje del módulo se realizaron en la Unidad de Enseñanza (Maquicentro) de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. El taller cuenta con un torno horizontal, taladro de banco, fresadora, máquinas de soldadura eléctrica, tronzadora y herramientas manuales; la fabricación respeta las especificaciones de los planos. Otros procesos como el corte y doblado de plancha se realizaron en talleres especializados.

A continuación, se muestra la fabricación de los componentes y el montaje del módulo experimental, ver Fig. 6.1 a 6.17.

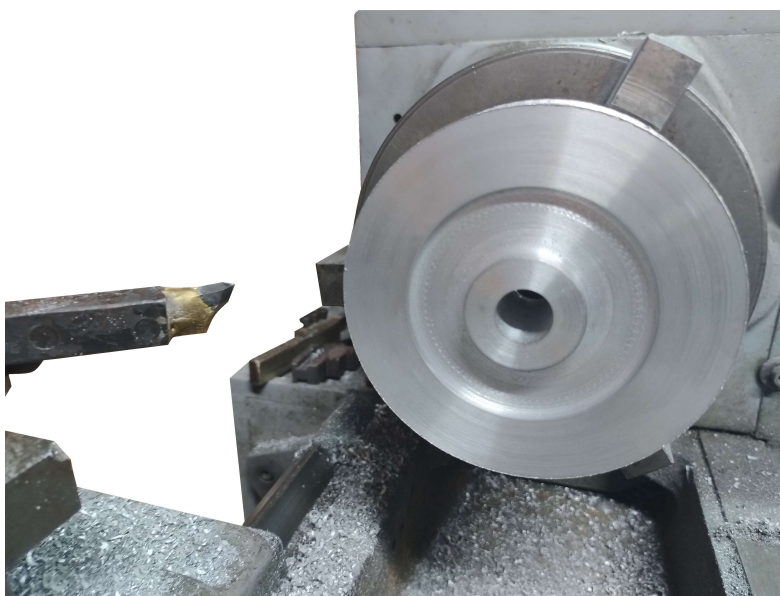


Fig. 6.1. Torneado del volante de inercia

El torneado del volante de inercia es un proceso que requiere precisión (Fig. 6.1), ya que es crucial preservar el valor de la inercia calculada y la frecuencia natural del sistema para garantizar que el módulo entre en resonancia a 2.55 Hz. Además, el parámetro a definido en la Tabla 4.2, está relacionado con la geometría, y su valor debe ser preciso para la atenuación de las vibraciones torsionales con la sintonización del sistema y el péndulo. Asimismo, se propone que el material para el volante de inercia sea de aluminio.

En la sección 4 se realizaron las iteraciones necesarias para determinar los parámetros iniciales del sistema. Como resultado, se obtuvo un momento de inercia de $0,0006 \text{ Kg m}^2$. En un escenario hipotético en el que el volante fuera fabricado en acero, el radio de este componente tendría que ser considerablemente reducido para mantener dicho valor de inercia. No obstante, un volante de dimensiones tan pequeñas imposibilitaría el montaje adecuado de los péndulos. Por esta razón, se optó por utilizar aluminio como material del volante, lo que permite conservar el valor del momento de inercia mientras se incrementa el radio, facilitando así la instalación de los péndulos. Con el fin de optimizar la distribución de masa y alcanzar el momento de inercia previamente calculado, se diseñó un volante con un perfil escalonado.



Fig. 6.2. Volante de inercia

Los acoples fueron fabricados según plano, considerando su sujeción mediante dos prisioneros allen M4 en los ejes principal y secundario. Adicionalmente, a 90° se colocó un perno allen M4 para evitar el desplazamiento del resorte.

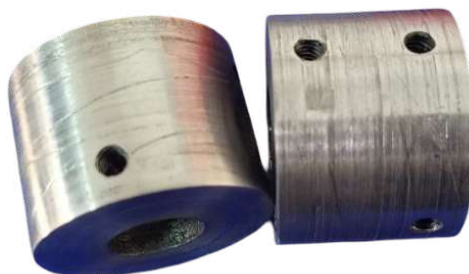


Fig. 6.3. Acople de resorte

El eje del péndulo fue montado en el volante de inercia con prisioneros, con el objetivo de asegurar su fijación, como se muestra en la Fig. 6.4.



Fig. 6.4. Montaje del eje del péndulo en el volante de inercia



Fig. 6.5. Junta universal con prisioneros de sujeción

Para ensamblar la junta universal se evaluaron distintas alternativas para lograr una transmisión de potencia segura y eficiente. En el apartado 5.1.11, se justifica la elección de prisioneros de sujeción, ya que la fabricación de un canal chavetero en los yugos implica un proceso más complejo y menos práctico. Como se muestra en la Fig. 6.5, cada yugo de la junta universal cuenta con dos prisioneros, lo que proporciona una mayor estabilidad y fiabilidad en el montaje.

La adecuada alineación de los componentes (Fig. 6.6) disminuye el amortiguamiento y evita la disipación de energía en el sistema torsional. En la Fig. 4.13, se aprecia la influencia del amortiguamiento sobre la amplitud de deformación angular del elemento resorte. Finalmente, para corroborar si el alineamiento es el óptimo se realizaron pruebas de impulso y se observó un giro libre en lo posible.

El punto de articulación de la base secundaria y la junta universal deben pertenecer a un mismo eje vertical tal como se muestra en la proyección del nivel láser de la Fig. 6.6.



Fig. 6.6. Prueba de alineamiento de eje de motor y junta universal



Fig. 6.7. Base secundaria

La base secundaria dispone de una manija que facilita su rotación con respecto a la bocina ubicada en la parte izquierda de la Fig. 6.7, el cual funciona como punto de articulación. Esto permite manipular el ángulo de desfase (β) entre el eje conductor y el eje conducido, ayudando a controlar la fuente de excitación responsable de la vibración torsional. Este ángulo debe mantenerse por debajo de 25° para evitar interferencias entre los yugos y la cruceta de la junta universal. Además, la base secundaria tiene una forma constructiva redondeada en las aristas para evitar cualquier interferencia durante el giro con otros elementos del módulo.

La base principal (ver Fig. 6.8) está diseñada con una ranura curva que permite ampliar el rango de rotación de la base secundaria, lo que facilita la manipulación del ángulo β sin generar interferencias. Además, incorpora ranuras lineales que permiten el ajuste del posicionamiento de los soportes simples y del soporte doble. Para ello, es necesario aflojar las uniones atornilladas de la base, lo que posibilita modificar la configuración del resorte. La rigidez del resorte puede variarse modificando el número de vueltas activas. Por otro lado, los extremos de la base incluyen agujeros roscados, destinados al montaje de niveladores, como se muestra en la Fig. 6.17.



Fig. 6.8. Base principal



Fig. 6.9. Taladrado del péndulo

El maquinado de los péndulos debe realizarse con precisión, respetando las dimensiones calculadas y especificadas en los planos. Las tolerancias indicadas para el taladrado de los agujeros del péndulo (Fig. 6.9) garantizan un amortiguamiento mínimo y un ajuste deslizante adecuado, y así asegurando una correcta articulación. Este aspecto es crucial para la sintonización y atenuación del segundo armónico generado por la junta universal. Las ranuras de los ejes del péndulo deben ser lo más precisas posible de acuerdo a lo establecido en el plano y cumplir con las tolerancias para la inserción del anillo de retención, ver Fig. 6.10. El desplazamiento axial del péndulo estará restringido por los anillos de retención, como se muestra en la Fig. 6.11, evitando movimientos axiales no controlados.



Fig. 6.10. Ejes del péndulo



Fig. 6.11. Restricción de desplazamiento axial del péndulo mediante anillos de retención



Fig. 6.12. Tapas para los soportes

Las tapas de los soportes de rodamientos, ver Fig. [6.12](#), deben garantizar el correcto

funcionamiento del sistema, asegurando la fijación adecuada en un extremo y permitiendo el libre movimiento del rodamiento en el otro. Entre sus principales características, destacan su alineación y precisión, lo que permite un ajuste adecuado y evita esfuerzos innecesarios en el eje. Además, deben permitir un ligero movimiento axial generado durante el funcionamiento del módulo, especialmente cuando se produce la torsión del resorte. Estas tapas también cumplen una función de protección, evitando el contacto del rodamiento con contaminantes como polvo, humedad o partículas, lo que contribuye a prolongar su vida útil. Finalmente, su diseño facilita el montaje y desmontaje, permitiendo un mantenimiento sencillo y la sustitución del rodamiento sin afectar los componentes adyacentes.

Se aplicó pintura anticorrosiva a los componentes del módulo con el propósito de proteger las superficies metálicas frente a la acción de agentes ambientales, como la humedad, que pueden inducir a la corrosión. Esta capa protectora no solo prolonga la vida útil de las piezas, sino que también preserva su funcionalidad mecánica y estructural a lo largo del tiempo. La aplicación del recubrimiento anticorrosivo se puede apreciar en la Fig. 6.13.



Fig. 6.13. Pintura anticorrosiva aplicada a los componentes del módulo

La Fig. 6.14 muestra el acabado final del módulo tras el proceso de pintado.



Fig. 6.14. Pintado y acabado del módulo

Los soportes deben ser mecanizados con alta precisión para asegurar una correcta alineación y evitar esfuerzos innecesarios en el eje. Deben permitir la fácil instalación de rodamientos y garantizar el giro libre del anillo interior, tal como se muestra en la Fig. 6.15.

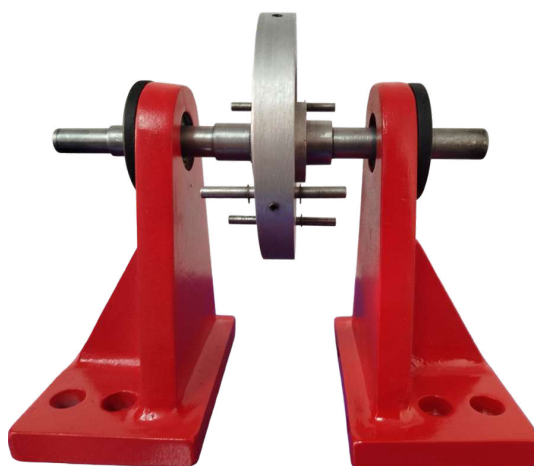


Fig. 6.15. Soporte del volante de inercia

En la Fig. 6.16 se observa el ángulo formado entre el eje conductor y el eje conducido, el cual es fundamental para generar vibración torsional en el sistema. Además, el resorte presenta una marca blanca sobre el número de vueltas activas, lo que permite visualizar su comportamiento durante el funcionamiento del módulo. También se aprecia el acoplamiento entre el motor y el sistema de transmisión, el cual debe estar correctamente alineado para evitar esfuerzos adicionales y desgaste prematuro en los componentes.

Para la generación de vibraciones torsionales, el módulo está compuesto por un motor eléctrico, base secundaria articulada, un variador de velocidad, una junta universal, un

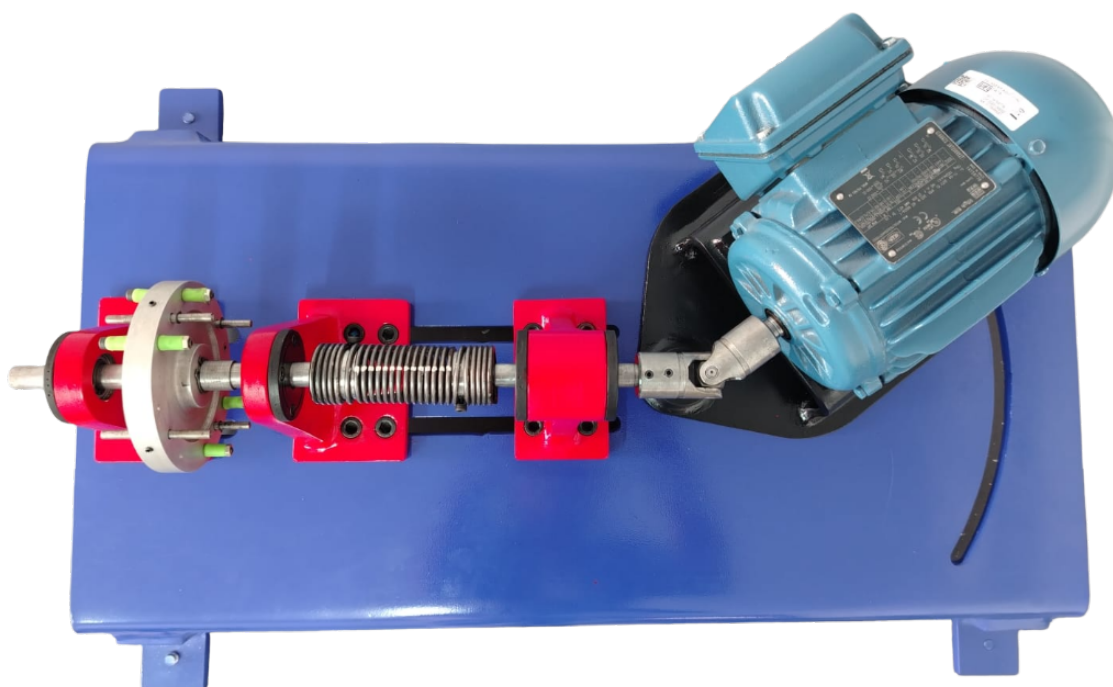


Fig. 6.16. Ángulo entre el eje conductor y el conducido

resorte y un volante de inercia. Por otro lado, el sistema de atenuación está conformado por péndulos de diferentes masas, ejes de péndulos y topes que limitan su rotación a un ángulo de 30° . Los últimos elementos mencionados trabajan en conjunto para reducir las oscilaciones generadas. Todos los componentes están soportados sobre una base rígida con cuatro niveladores regulables.

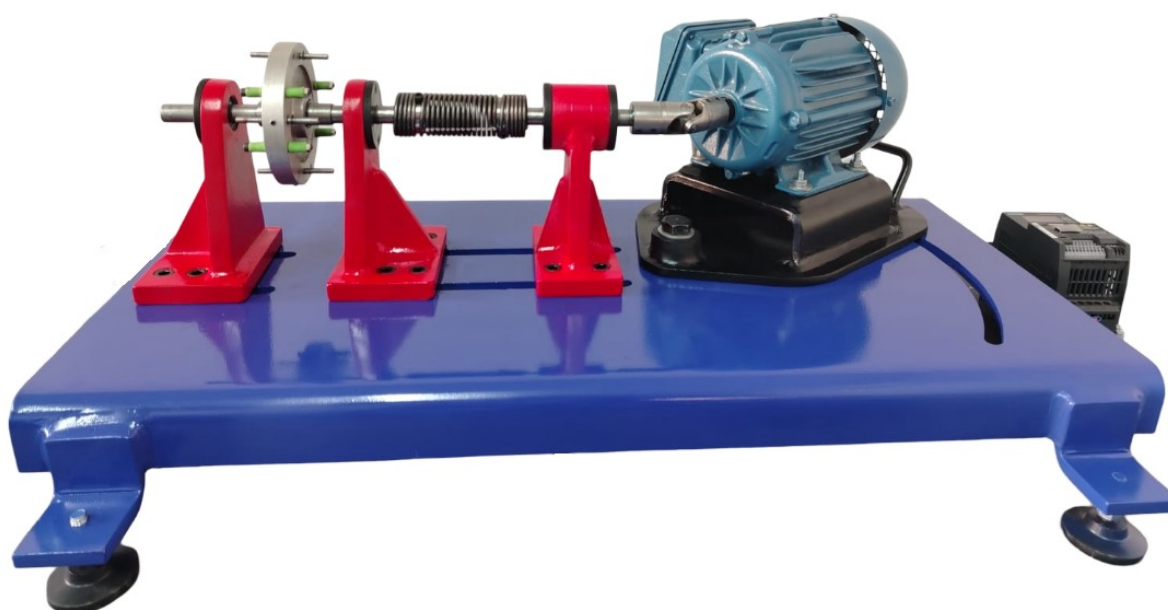


Fig. 6.17. Módulo experimental

6.1.1. Costos de Construcción del Módulo

En este apartado se detallarán los costos de construcción del módulo. En la Tabla 6.1 estan los costos estimados del presente proyecto. Se consideraron los costos por el uso de los equipos de la Unidad de Ensañanza de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco con la aclaración de que este costo no fue cobrado, sino que fue brindado con todas las facilidades sin costo alguno.

Costos de Construcción

Cant.	Descripción	Costo Unit. S/.	Sub Total S/.
Equipos			
01 Und.	Variador de velocidad SINAMICS V20, 1hp/0.75kW	750.00	750.00
01 Und.	Motor trifásico WEG 0.75 Hp IE2	650.00	650.00
Mecanismos y elementos de máquina			
01 Und.	Universal Joint LOVEJOY Solid x Solid D7	429.65	429.65
0 3 Und.	Resorte a torsión AISI 1070	106.20	318.60
01 Und.	Eje principal CK45	160.00	160.00
01 Und.	Eje secundario CK45	140.00	140.00
04 Und.	Eje del péndulo CK45	85.00	340.00
08 Und.	Rodamiento rígido de bolas SKF 628/8-2Z	15.16	121.30
04 Und.	Rodamiento rígido de bolas SKF 16002-2Z	25.57	102.28
01 Und.	Base principal	140.00	140.00
01 Und.	Base secundaria	70.00	70.00
01 Und.	Bastidor del motor	50.00	50.00
01 Und.	Volante de inercia	290.00	290.00
02 Und.	Soporte	160.00	320.00
01 Und.	Soporte doble	170.00	170.00
02 Und.	Acople para resorte	145.00	290.00
04 Und.	Tapa de protección	52.50	210.00
08 Und.	Espaciador péndulo - rodamiento	8.00	64.00
08 Und.	Masa del péndulo	10.00	80.00
02 Und.	Chaveta 4x4x15	8.00	16.00
01 Und.	Chaveta 6x6x15	8.00	8.00
04 Und.	Niveladores 3/8"x1 1/2"	12.00	48.00

Pernería			
02 Und.	Perno hexagonal M10x40	1.00	2.00
04 Und.	Perno hexagonal 1/4"x1 3/8"	0.30	1.20
08 Und.	Arandela plana tipo A estrecha 1/4"	0.10	0.80
04 Und.	Tuerca hexagonal 1/4"	0.10	0.40
01 Und.	Perno hexagonal M16x100	1.00	1.00
08 Und.	Tuerca hexagonal 1/4"	0.10	0.80
04 Und.	Anillos de retención exterior 15x1	1.50	6.00
02 Und.	Anillos de retención exterior 12x1	1.50	3.00
01 Und.	Anillos de retención exterior 18x1.2	2.00	2.00
08 Und.	Anillos de retención interior 16x1	2.00	16.00
14 Und.	Arandela Grower M10	0.15	2.10
12 Und.	Perno Socket M10x35	1.40	16.80
16 Und.	Perno Socket M6x12	0.50	8.00
01 Und.	Arandela Grower M16	0.50	0.50
14 Und.	Tuerca hexagonal M10	0.30	4.20
16 Und.	Arandela plana tipo A estrecha M10	0.20	3.20
01 Und.	Arandela plana tipo A estrecha M16	0.50	0.50
04 Und.	Prisioneros M5x10	0.50	2.00
02 Und.	Prisioneros M6x12	0.50	1.00
02 Und.	Prisioneros M6x18	0.50	1.00
Consumibles			
03 Und.	Disco abrasivo Dewalt	6.00	18.00
02 Und.	Disco de corte Norton 4"	7.00	14.00
01 Und.	Disco de corte Norton 7"	12.00	12.00
01 Und.	Hoja de sierra	5.00	5.00
04 Und.	Lija para metal grano 150	2.50	10.00
02 Und.	Lija al agua grano 200	2.00	4.00
01 Und.	Broca para metal 4mm	5.50	5.50
01 Und.	Broca para metal 5mm	5.50	5.50
01 Und.	Broca para metal 6.5mm	7.50	7.50
01 Und.	Macho para máquina M4x0.7	12.00	12.00
01 Und.	Macho para máquina M5x0.7	14.50	14.50
1/2 kg.	Electrodo E6011	14.00	7.00
1/2 kg.	Electrodo E7018	18.00	9.00
Acabados			
1/2 Gl.	Esmalte sintético	18.00	18.00

1/4 Gl.	Pintura anticorrosiva	14.00	14.00
1 Gl.	Thinner acrílico	18.00	18.00
01 Und.	Macilla plástica Bonflex	15.00	15.00
01 Und.	Lija para metal grano 60	2.50	2.50
01 Und.	Lija para metal grano 80	2.50	2.50
01 Und.	Cepillo copa	14.00	14.00
1/4 kg.	Waype	15.00	3.80
Accesorios Eléctricos			
02 m.	Cable trifásico N°14	9.50	19.00
02 m.	Cable monofásico N°14	6.50	13.00
01 Und.	Enchufe de conexión monofásico	6.00	6.00
05 Und.	Terminal tipo Horquillas de 5/32"para calibre 14	0.50	2.50
03 Und.	Terminal tipo Redondo de 5/32"para calibre 14	0.50	1.50
Alquiler de Equipos y Laboratorio			
02 días	Unidad de Enseñanza (Maquicentro) de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco	400.00	800.00
02 días	Láser de Nivelación Cruzado Einhell TC-LL	40.00	80.00
Total			S/. 6,076.41

Tabla 6.1. Costos de construcción

Costos de Ingeniería

Los Costos de Ingeniería, Tabla 6.2, consideran los procesos de conceptualización, modelado y optimización del diseño del módulo, mediante iteraciones que permiten cumplir con la lista de exigencias descrita en el Capítulo 3. Estos requisitos incluyen funcionalidad, eficiencia, manufacturabilidad y seguridad. Además, se llevaron a cabo simulaciones para evaluar el comportamiento del sistema bajo diversas condiciones de operación, permitiendo optimizar su desempeño antes de la fabricación y minimizando errores y costos adicionales. Por último, se generaron planos detallados del módulo, especificaciones de los materiales, tolerancias y procesos de ensamblaje con la finalidad de garantizar una fabricación de los componentes y un montaje adecuado.

Estimación de costo total

La Tabla 6.3 muestra la estimación del costo total para el diseño y construcción del módulo. El costo total del proyecto asciende a S/. 16,092.41.

Cant.	Descripción	Costo Unit. S/.	Sub Total S/.
1152 Hrs.	Diseño del módulo	8.00	9216.00
50 Hrs.	Elaboración de planos	8.00	400.00
50 Hrs.	Simulaciones	8.00	400.00
	Total		10,016.00

Tabla 6.2. Costos de ingeniería

Descripción	Costo Unit. S/.
Costos de construcción	6,076.41
Costos de ingeniería	10,016.00
Costo total	16,092.41

Tabla 6.3. Estimación de costo total

6.1.2. Instrucciones de Funcionamiento del Módulo

Ajuste de los Componentes

1. Para observar la atenuación de las vibraciones torsionales mediante péndulos simples, se pueden utilizar masas de 40gr, 90 gr, 135 gr y 180 gr y determinar su influencia. Para ello es necesario limitar el movimiento del péndulo en la dirección axial con anillos de retención.
2. Es posible controlar la amplitud de la deflexión angular mediante el cambio en el ángulo del eje del motor y eje secundario. Para deflexiones máximas el ángulo debe tener el valor de 25° y el valor de 0° para una deflexión angular nula.

Para poder girar el motor respecto al punto de articulación es necesario el uso de llaves para el desajuste de los pernos para posteriormente aplicar el torque necesario en la manija de la plancha, donde descansa el bastidor del motor, y posicionar en el ángulo requerido. De preferencia trabajar con un ángulo de 25°.

3. Posicionar el módulo en una superficie plana de lo contrario realizar el ajuste respectivo de los niveladores ubicados en los extremos de la base principal de la máquina.
4. El variador debe ser conectado a una fuente de energía monofásica de tensión de 220V, y verificar que este correctamente conectado al motor.
5. Primero se experimenta las vibraciones torsionales a 2.55 Hz, y para observar la absorción dinámica de las vibraciones torsionales se colocan los péndulos.

Puesta en Marcha

1. Verificar que la máquina se encuentre nivelado, caso contrario realizar el ajuste necesario en los niveladores que se encuentran en los extremos de la base principal.
2. Verificar que las conexiones del variador de frecuencia y al motor estén conectados correctamente.
3. Configurar el variador de frecuencia con la puesta en marcha rápida para poder utilizar sus controles. Se recomienda seguir los pasos del Data Sheet. (Ver Fig. [A.5](#))
4. Habiendo configurado los parámetros del variador de frecuencia se prosigue con los siguientes pasos.
 - Para dar inicio se presiona el botón de color verde.
 - Para cambiar de velocidad se presiona el botón de incremento o decremento y el paso de variación de velocidad es de 0.1 Hz lo que es adecuado para sintonizar la frecuencia natural del sistema con el segundo armónico.
 - Para parar se presiona el botón de color rojo.

Atención: La mínima velocidad a utilizar es de 2 Hz y la máxima velocidad es 15 Hz. La velocidad de giro del motor debe ser en sentido contrario a las manecillas del reloj para que se pueda producir el torcimiento adecuado.

6.2. Pruebas de Ensayo

El módulo educativo fue diseñado para poder observar las vibraciones torsionales y su atenuación a través de la experimentación directa; no será necesario realizar una medición exhaustiva para presenciar el fenómeno físico. Y el objetivo de este apartado es validar el modelo conceptual planteado en la sección [4.1.2](#).

6.2.1. Modelo a Ensayar

El módulo a ensayar, sin el absorbedor de vibraciones, es un sistema de un grado de libertad. El rango de frecuencias a evaluar varía entre 2 Hz y 6 Hz, entrando en resonancia a una velocidad de operación del motor de 2.55 Hz.

Además, la implementación de los péndulos incrementa el momento de inercia, lo que desplaza la frecuencia de resonancia hacia valores menores (ver Fig. [4.13](#)). A pesar de esta variación en la condición de resonancia, el péndulo continuará atenuando las vibraciones

torsionales. Este fenómeno se explicó con mayor detalle en la sección 2.3.5, donde se muestra que la atenuación ocurre en un rango continuo de velocidades en lugar de una frecuencia específica.

6.2.2. Lugar de Prueba

Las pruebas se realizaron en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Universidad de San Antonio Abad del Cusco.

6.2.3. Equipos y Materiales

- Tacómetro óptico
- 4 Péndulos
- Alicates tipo pinza.
- Anillos de retención

Los equipos y materiales se aprecian en la Fig. 6.18. Para más detalle ver C.2, para



Fig. 6.18. Equipos y materiales

realizar las pruebas de la forma adecuada.

6.2.4. Capacitación del uso del Módulo

En las Fig. 6.19 y 6.20 se presentan registros fotográficos del funcionamiento del módulo diseñado para el estudio de la absorción dinámica de las vibraciones torsionales. Estas imágenes muestran sesiones prácticas realizadas con estudiantes de la asignatura de Vibraciones Mecánicas, quienes representan el público objetivo de esta propuesta.

Durante la presentación, se explicó el fenómeno de la vibración torsional y se demostró, de manera visual y experimental, cómo el mecanismo atenuador permite reducir las

oscilaciones angulares del sistema. La interacción directa de los estudiantes con el módulo permitió reforzar los conceptos teóricos vistos en clase, facilitando la comprensión de los parámetros que influyen en el comportamiento dinámico del sistema.

La participación activa de los estudiantes y la claridad con la que se evidenció el efecto de la absorción dinámica constituyen una validación del objetivo principal de esta investigación: diseñar y construir un módulo didáctico que permita estudiar y visualizar el fenómeno de la vibración torsional y su atenuación.



Fig. 6.19. Presentación del comportamiento del módulo



Fig. 6.20. Presentación del módulo

6.2.5. Recolección de Datos

La recolección de datos en la experimentación se realizó mediante videos, para luego ser procesados en el software MatLab (Ver script [E.3](#)) para evidenciar la deflexión angular del resorte y su atenuación con claridad. A continuación, se muestran fotogramas (figuras) obtenidas del video procesado en condición de resonancia del sistema torsional para una masa de 180 gr de péndulo. El comportamiento del sistema en condiciones de resonancia muestra que el torcimiento del resorte cambia de dirección según la variación de la aceleración angular cada 90° , como se observa en la Fig. [4.3](#). Inicialmente, la Fig. [6.21](#) muestra el torcimiento del resorte ocasionado por el torque $-Jb_2\dot{\theta}_1^2$ que tiene la misma dirección que la velocidad de rotación; después de un instante de tiempo, el torque cambia de dirección siendo opuesta a la velocidad de rotación, la aceleración es nula en el punto de inflexión y se aprecia en la Fig. [6.22](#). Finalmente, la Fig. [6.23](#) muestra que el sentido del torcimiento del resorte es contrario a la velocidad angular.

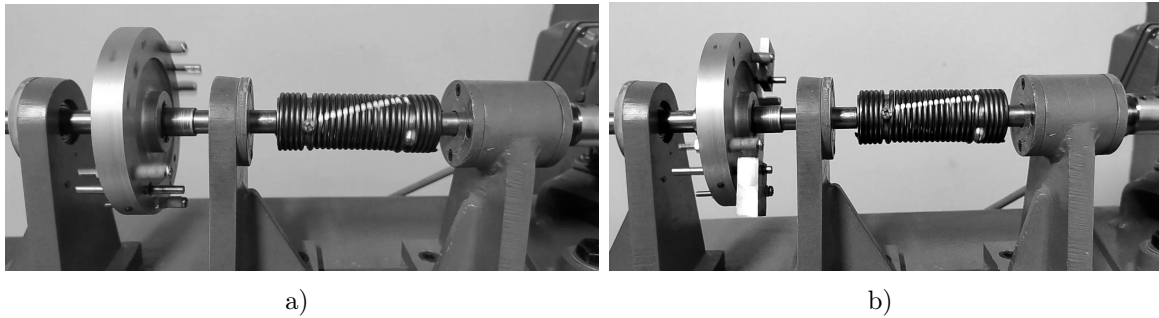


Fig. 6.21. a) Torcimiento del resorte en la dirección de la velocidad angular, b) Atenuación de la vibración torsional para una masa de péndulo de 180 gr.

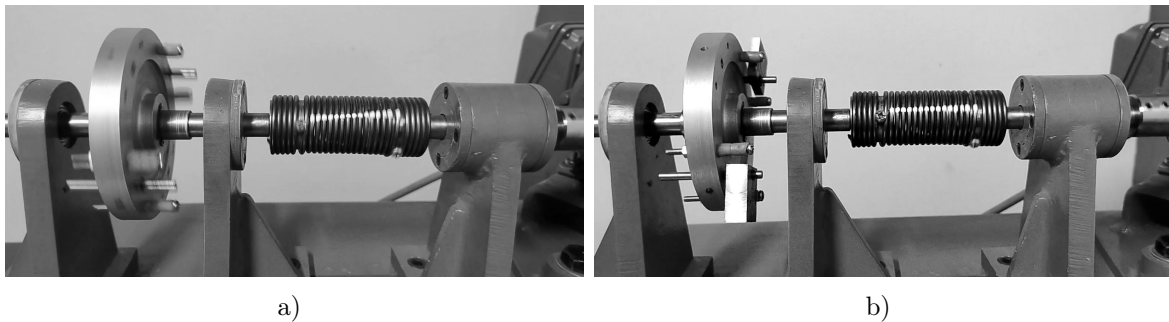


Fig. 6.22. a) y b) Punto de inflexión para ambas condiciones.

En la Fig. [6.24](#) se observa que el porcentaje de atenuación es directamente proporcional al incremento de la masa. Para facilitar el análisis del comportamiento del resorte durante la vibración, se ha marcado con una línea blanca horizontal. Esta referencia permite

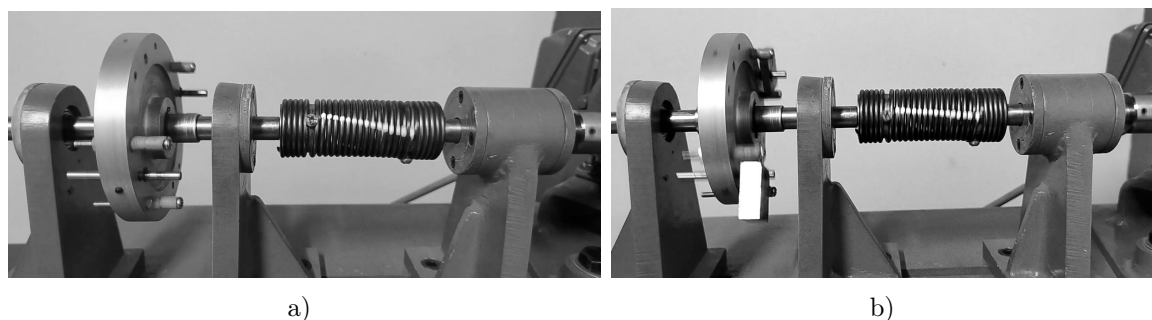


Fig. 6.23. a) Torcimiento del resorte en dirección contraria a la velocidad angular, b) Atenuación de la vibración torsional para una masa de péndulo de 180 gr.

identificar con mayor claridad los desplazamientos del resorte y evaluar el impacto de la variación de las masas en la reducción de las vibraciones torsionales.

Con la variación de la masa de los péndulos, también se varía el momento de inercia del sistema. En la Tabla 6.4 se muestran los nuevos valores de resonancia para diferentes masas, además se realiza la comparación con las resonancias obtenidas mediante simulación. La frecuencia del sistema de generación de vibraciones torsionales esta sintonizada al segundo armónico ($2n$) del mecanismo de la junta universal.

Masa (gr)	Simulación		Error porcentual relativo
	numérica (Hz)	Experimental (Hz)	
0	2.51	2.50	0.8 %
45	2.23	2.20	0.9 %
90	1.99	2.15	7.4 %
135	1.83	2.00	8.5 %
180	1.67	1.85	9.7 %

Tabla 6.4. Comparación de valores experimentales con los valores simulados

En la norma VDI 3843 [47], se establece que la precisión de la variable objetivo, determinada a través del modelo de cálculo (resultado del cálculo) y la variable medida (resultado de medición), debe estar dentro del rango de tolerancia técnicamente admisible. La norma expone un valor del 10 %, por lo que el error porcentual relativo debe ser inferior a este límite. En la presente investigación el error porcentual relativo se mide respecto a los datos experimentales obtenidos contra los valores obtenidos mediante la simulación numérica, el valor es menor al 10 % lo que indica una precisión suficiente. Finalmente, el modelo conceptual planteado para la generación de vibración torsional en la sección 4.1.2 es ratificado con la experimentación.

La Fig. 6.24 muestra una comparación entre el sistema sin absorbedor (lado izquierdo) y con absorbedor de distintas masas (lado derecho). En cada caso, la línea blanca en el

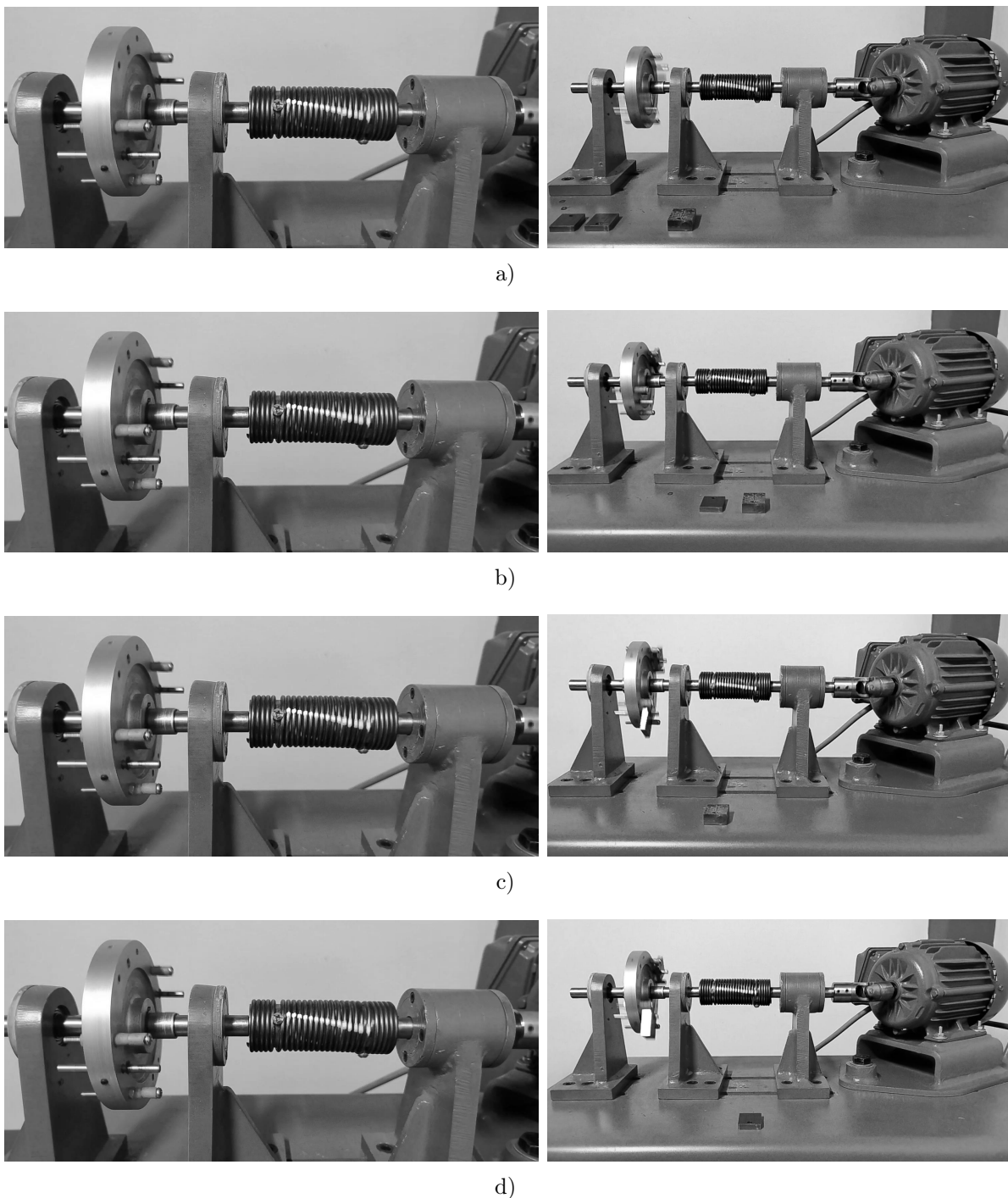


Fig. 6.24. En las figuras en lado izquierdo se muestra el sistema en resonancia sin el absorbedor y el lado derecho se muestra su atenuación para diferentes masas. a) Masa de 45 gr, b) Masa de 90 gr, c) Masa de 135 gr y d) Masa de 180 gr.

resorte indica la deformación angular del sistema debido a las vibraciones torsionales. Se observa que, a medida que se incrementa la masa del absorbedor (de 45 gr a 180 gr), la deformación del resorte disminuye progresivamente. Considerando que las imágenes del lado derecho constituyen el 100 % de deformación angular, con 45 gr de masa se observa una ligera reducción de la deformación aproximadamente del 15-20 %, con 90 gr entre el

30-35 %, con 135 gr se observa una reducción considerable de entre 45-50 %, finalmente con 180 gr la deformación es la más baja en comparación con los otros casos, alcanzando aproximadamente una atenuación entre el 50-55 %. Estos valores son aproximaciones basados en la observación cualitativa de las imágenes obtenidas en cada experimentación.

Conclusiones

- El análisis de los parámetros que involucran la generación y atenuación de las vibraciones torsionales permitió comprender el comportamiento dinámico del mecanismo de la junta universal, el cual genera vibraciones torsionales con armónicos pares, siempre que la posición del eje de entrada y salida se encuentren desfasados un ángulo (β) con valores recomendados menores a 25° para obtener un comportamiento aproximadamente sinusoidal. Para la atenuación se determinó que el movimiento del absorbedor pendular simple debe limitarse a un ángulo de 30° para conservar las propiedades de absorción con un torque armónico. Además, al incrementar el número de péndulos la atenuación de la vibración torsional es mayor. El amortiguamiento del sistema torsional y de los péndulos influye en el comportamiento del módulo; un mayor coeficiente de amortiguamiento en el sistema torsional reduce la amplitud pico de deformación del resorte, mientras que un coeficiente elevado de amortiguamiento en los péndulos limita su efectividad como absorbedores dinámicos. La frecuencia del sistema de generación de vibraciones torsionales está sintonizada al segundo armónico del mecanismo de la junta universal, y guarda relación con parámetros como la distancia desde el centro del volante hasta la articulación del péndulo ($a=46\text{ mm}$), así como la distancia desde la articulación hasta su centro de gravedad ($l=11.5\text{ mm}$).
- Utilizando la metodología VDI 2221 se desarrollaron siete conceptos de solución para el diseño conceptual del módulo. Mediante un proceso de selección sistemática se descartaron los conceptos de solución 1 y 2, por la presencia de un sistema alternante que implicaba un aumento en el peso del módulo, así como la generación de fluctuaciones laterales en los soportes. La evaluación Técnica - Económica se realizó según la VDI 2225, en la evaluación técnica los criterios con mayor ponderación fueron: construcción (35 %), diseño (25 %) y funcionalidad (20 %). Por otro lado, en la evaluación económica, el criterio más relevante fue el de construcción, con un 75 %, considerando como prioritarios la adquisición de los elementos mecánicos y los costos de manufactura. A partir de los resultados obtenidos en ambas evaluaciones, se seleccionó el concepto de solución número 3, el cual obtuvo puntuaciones superiores a 0.6 en ambos criterios. El concepto cuenta con un mecanismo de junta universal como fuente de excitación de las

vibraciones torsionales, controlable mediante el ángulo de desfase (β). El espécimen a ensayar es un resorte físico, y el atenuador seleccionado es un péndulo simple de fabricación sencilla y accesible.

- En el modelado del sistema para un grado de libertad (1 GDL), se utilizó las ecuaciones de Lagrange para caracterizar el movimiento en función de la deformación del resorte, además se determinó que la fuerza responsable de la torsión del resorte es de naturaleza dinámica. Esta fuerza genera un torcimiento opuesto a la velocidad angular en el intervalo de 0° a 90° , y en la misma dirección que la velocidad en el intervalo de 90° a 180° , debido a la variación de la aceleración inducida por la junta universal. La fuerza dinámica resulta del producto entre la inercia del volante y la aceleración angular a la salida de la junta universal, siendo sensible a los cambios del ángulo de desfase. Las ecuaciones de movimiento del sistema con 1 GDL fueron resueltas analíticamente, implementándose con la solución numérica obtenida mediante el método de Runge-Kutta. Este método fue también empleado para resolver el sistema de ecuaciones no lineales que incorpora los efectos del péndulo, dada la alta complejidad del modelo. A partir de la simulación numérica, se determinó que el sistema entra en resonancia a 2.51 Hz, valor que concuerda con el resultado experimental de 2.5 Hz. En la condición antes expuesta, la amplitud pico de deformación del resorte alcanza los 16° . La atenuación de las vibraciones torsionales mejora progresivamente al incrementar el número de péndulos. Para una masa total de 90 gr, se logró una reducción del 30.99%; con 135 gr, del 46.10%; y con 180 gr la reducción alcanzó el 50.15 %.
- El cálculo de los elementos de máquina del módulo se fundamentó en lograr la mayor deformación torsional posible para facilitar su observación. Se seleccionó un motor de 0.75 hp y un variador de 1 hp, adecuados para generar las condiciones de operación requeridas, la junta universal elegida es del tipo D-7 con una aplicación menor o igual a 25° y el resorte tiene una rigidez de 0.6 N/m con 15 vueltas activas, un diámetro de alambre de 3.2 mm, diámetro medio de 32.8 mm en vista de que el valor del torque dinámico es pequeño, se obtiene un factor de seguridad conservativo. En consecuencia, la selección de los elementos de máquina se realizó considerando tanto su disposición como su facilidad de obtención, asegurando un diseño funcional y viable.
- En la experimentación directa se observó una atenuación progresiva de las vibraciones torsionales al incrementar la masa aplicada. Con una masa de 45 gr la atenuación fue ligera, estimándose entre 15-20 %. Al aumentar la masa a 90 gr, la reducción alcanzó aproximadamente entre 30-35 %, mientras que con 135 gr, la atenuación fue más significativa en un rango de 45-50 %. Finalmente, con 180 gr se

logró la mayor atenuación, alcanzando valores entre el 50-55 %. Estos resultados muestran una clara correlación con los valores obtenidos en las simulaciones numéricas.

Durante los ensayos, se evidenció que los coeficientes de amortiguamiento del sistema y del péndulo tienen un impacto directo en la generación y atenuación de las vibraciones torsionales. El alineamiento adecuado de los ejes es fundamental para el correcto funcionamiento del módulo; una alineación incorrecta provocaría incrementar los valores del coeficiente de amortiguamiento del sistema, impidiendo la deflexión angular del resorte. Asimismo, el contacto entre el péndulo y su eje debe ser lo más liso posible para obtener valores mínimos de amortiguamiento. La instalación de los péndulos en posiciones opuestas contribuyó a reducir las vibraciones producidas por masas desbalanceadas.

Recomendaciones

- Se recomienda realizar un estudio que incluya un sistema de medición para las vibraciones torsionales y su atenuación, especialmente cuando las experimentaciones se realicen a altas velocidades. Esto permitirá obtener datos más precisos sobre el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones de operación.
- Con el fin de evaluar la eficiencia del péndulo simple, se sugiere realizar pruebas comparativas utilizando otros modelos de péndulo centrífugo, como los tipos bifilar y de rodillo. Estos modelos podrían ofrecer una mejor atenuación de las vibraciones torsionales, lo que permitiría validar la efectividad del diseño del péndulo utilizado en este estudio.
- Para estudiar el fenómeno de la vibración torsional en sistemas con trenes de transmisión de múltiples grados de libertad, se recomienda incorporar volantes de inercia para un modelado más representativo del comportamiento del sistema.

Bibliografía

- [1] D. Newland, “Developments in the design of centrifugal pendulum vibration absorbers,” *International Journal of Acoustics and Vibration*, vol. 25, no. 2, pp. 226–277, 2020. doi: [10.20855/ijav.2020.25.21687](https://doi.org/10.20855/ijav.2020.25.21687).
- [2] “Google Earth.” <https://www.google.com/earth/>. Accedido: 27 de octubre de 2023.
- [3] W. Tuplin, *Torsional Vibration*. Applied mechanics monographs, Pitman, 1966.
- [4] American Society for Testing and Materials International, “Standard terminology relating to fatigue and fracture testing.” ASTM E1823-13, 2013. [En línea]. Disponible: <https://www.astm.org/e1823-23.html>.
- [5] J. Vance *et al.*, “Torsional vibration,” in *Machinery Vibration and Rotordynamics Torsional Vibration*, ch. 2, pp. 35–70, New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc Hoboken, New Jersey, 2010.
- [6] L. Chao and J. Dongxiang, “Torsional vibration characteristics and experimental study of cracked rotor system with torsional oscillation,” *Engineering Failure Analysis*, vol. 116, p. 104737, 2020. doi: [10.1177/1045389X15590275](https://doi.org/10.1177/1045389X15590275).
- [7] L. Chen *et al.*, “Dynamic model and dynamic response of automobile dual-mass flywheel with bifilar-type centrifugal pendulum vibration absorber,” *Shock and Vibration*, vol. 2021, p. 26, 2021. doi: [10.1155/2021/6627938](https://doi.org/10.1155/2021/6627938).
- [8] D. N. Walker, *Torsional Vibration of Turbo-Machinery*. NY, USA: McGraw-Hill, 2004.
- [9] V. Manchi and C. Sujatha, “Torsional vibration reduction of rotating shafts for multiple orders using centrifugal double pendulum vibration absorber,” *Applied Acoustics*, vol. 174, p. 107768, 2021. doi: [10.1016/j.apacoust.2020.107768](https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107768).
- [10] C. Espinoza, *Metodología de la investigación tecnológica*. Huancayo, Perú: Imagen Gráfica SAC, 2010.
- [11] *Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte*, VDI 2221:1993.

-
- [12] G. Pahl *et al.*, *Engineering Design: A Systematic Approach*. London: Springer London, 2007.
- [13] N. T. Ashar, “Dynamic analysis of a torsional vibration actuator,” Master’s thesis, University of Missouri - Rolla, Rolla, Missouri, USA, 1970.
- [14] P. P. Desai, “Design of a torsional vibration machine,” Master’s thesis, Missouri University of Science and Technology, Rolla, Missouri, USA, 1972.
- [15] Y. Ishida *et al.*, “Nonlinear analysis and experiments on torsional vibration of a rotor with a centrifugal pendulum vibration absorber,” *Journal of System Design and Dynamics*, vol. 2, pp. 715–726, 2008. doi:[10.1299/jsdd.2.715](https://doi.org/10.1299/jsdd.2.715).
- [16] Y. Ishida *et al.*, “Torsional Vibration Suppression by Roller Type Centrifugal Vibration Absorbers,” *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 131, p. 051012, 09 2009. doi:[10.1115/1.3147124](https://doi.org/10.1115/1.3147124).
- [17] K. Kadoi *et al.*, “Nonlinear Analysis of a Torsional Vibration of a Multidegrees-of-Freedom System With Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers and Its Suppression,” *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 140, p. 061008, 05 2018. doi:[10.1115/1.4040042](https://doi.org/10.1115/1.4040042).
- [18] A. Haris *et al.*, “Design and validation of a nonlinear vibration absorber to attenuate torsional oscillations of propulsion systems,” *Nonlinear Dyn*, vol. 100, p. 33–49, 2020. doi: [10.1007/s11071-020-05502-z](https://doi.org/10.1007/s11071-020-05502-z).
- [19] A. Alsuwaiyan and S. Shaw, “Performance and dynamic stability of general-path centrifugal pendulum vibration absorbers,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 252, no. 5, pp. 791–815, 2002. doi: [10.1006/jsvi.2000.3534](https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3534).
- [20] A. Wedin, “Reduction of vibrations in engines using centrifugal pendulum vibration absorbers,” Master’s thesis, Chalmers University of Technology, Gotemburgo, Sweden, 2011.
- [21] E. Smith, “Analysis and simulation of centrifugal pendulum vibration absorbers,” Master’s thesis, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, Sweden, 2015.
- [22] B. J. Vidmar, *Analysis and design of multiple order centrifugal pendulum vibration absorbers*. PhD thesis, Michigan State University, Michigan, USA, 2012.
- [23] M. A. Acar, *Design and tuning of centrifugal pendulum vibration absorbers for nonlinear response*. PhD thesis, Michigan State University, Michigan, USA, 2017.
-

-
- [24] K. Melendres, “Cálculo y diseño de un absorber de vibraciones torsionales tipo péndulo para un motor de combustión interna de 2 cilindros y 4 tiempos,” Master’s thesis, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú, 2012.
- [25] W. Eder and S. Hosnedl, *Design Engineering: A Manual for Enhanced Creativity*. Taylor & Francis, 2007.
- [26] “Verein Deutscher Ingenieure.” <https://www.vdi.de/>. Accedido: 10 de febrero de 2024.
- [27] L. Maurice and J. Adams, *Torsional Rotor Vibration Analysis Models*, vol. 2. NY, USA: Taylor & Francis Group LLC, 2010.
- [28] D. E. Bently *et al.*, *Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics*. USA: Bently Pressurized Bearing Press, 2002.
- [29] S. Rao, *Vibraciones Mecánicas*, vol. 5. Mexico: Pearson Education, Inc, 2012.
- [30] A. G. Piersol and T. L. Paez, *Harris’ Shock and Vibration Handbook*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2010.
- [31] E. Abouobaia *et al.*, “Development of a new torsional vibration damper incorporating conventional centrifugal pendulum absorber and magnetorheological damper,” *Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 27, pp. 980–992, 2016. doi: [10.1177/1045389X15590275](https://doi.org/10.1177/1045389X15590275).
- [32] J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1976.
- [33] G. Genta, *Vibration Dynamics and Control*. New York, NY, USA: Springer, 2008.
- [34] O. Matsushita *et al.*, *Case Studies of Forced Vibration Problems of a Rotor*, vol. 2, Advanced Rotordynamics: Applications of Analysis, Troubleshooting and Diagnosis. Tokyo, Japan: Springer Tokyo, 2020.
- [35] Catalog No. MEVTC, Equipo De Estudio de Vibraciones Torsionales, Controlado desde Computador (PC) con SCADA, Edibon, Madrid, España.
- [36] Catalog No. TM 140, Vibraciones torsionales libres y forzadas, Gunt, Madrid, España.
- [37] Catalog No. SD3, Torsional Vibration Apparatus, Armfield, UK.
- [38] C. Y. Mendivelso, “Modelamiento y análisis del comportamiento rotodinámico de un eje asimétrico sometido a carga combinada lateral y torsional,” Master’s thesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2014.
-

-
- [39] M. Pfabe and C. Woernle, “Reducing torsional vibrations by means of a kinematically driven flywheel — theory and experiment,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 102, pp. 217–228, 2016. doi: [10.1016/j.mechmachtheory.2016.03.011](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.03.011).
 - [40] T. Abu Seer *et al.*, “Adaptive torsional tuned vibration absorber for rotary equipment,” *Vibration*, vol. 2, pp. 116–134, 2019. doi: [10.3390/vibration2010008](https://doi.org/10.3390/vibration2010008).
 - [41] K. Praveen Shenoy *et al.*, “Experimental investigation of torsional vibration isolation using magneto rheological elastomer,” *MATEC Web Conf.*, vol. 144, p. 01007, 2018. doi: [10.1051/matecconf/201714401007](https://doi.org/10.1051/matecconf/201714401007).
 - [42] C. Huegel and C. Dinger, “Rotary vibration damper with centrifugal force pendulum.” US Patent 8,739,523 B2, June 3, 2014.
 - [43] P. G. Otanez and R. L. Melanson, “Centrifugal pendulum vibration absorber.” US 2016/0040738A1, February 11, 2016.
 - [44] K. Geonwoo and K. Jongryul, “Pendulum assembly of dual mass flywheel.” KR 101868699B1, June 11, 2018.
 - [45] W. Theodore, *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*. México: Pearson Educación, 2007.
 - [46] B. Cleveland Poo, “Estudio teórico de las vibraciones torsionales y radiales de una transmisión de engranajes rectos,” Master’s thesis, Universidad de Concepción, Región del Biobío, Chile, 2022.
 - [47] *Modelling of vibrating systems*, VDI 3843 Part 1:2018.
 - [48] B. Balanchadran and E. Magrab, *Vibrations*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.
 - [49] R. Budynas and J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de shigley*. España: McGraw-Hill International de España S.L., 2008.
 - [50] Catalog No., Universal Joints, Lovejoy.
 - [51] P. Schimpke *et al.*, *Tratado general de soldadura*. Barcelona: Gustavo Gili, S.A., 1982.
 - [52] *Retaining rings for shafts Normal type and heavy type*, DIN 471:2011.
 - [53] O. Orlov, *Ingeniería de diseño*, vol. 2. URSS: Editorial Mir, 1985.
 - [54] Altair, *Practical Aspects of Finite Element Simulation: A Student Guide*. Altair, 5th ed., 2019.
-

- [55] S. Bhavikatti, *Finite Element Analysis*. New Age International (P) Limited, Publishers, 2005.
 - [56] D. Hutton, *Fundamentals of Finite Element Analysis*. McGraw-Hill series in mechanical engineering, McGraw-Hill, 2004.
 - [57] Catalog No. 50024297, W22 Motor eléctrico trifásico, WEG, Jaraguá do Sul, BRA.
 - [58] Catalog No. A5E31842763, Convertidor SINAMICS V20, SIEMENS, Núremberg, DEU.
 - [59] “SKF.” <https://www.skf.com/pe>. Accedido: 3 de abril de 2024.
 - [60] Catalog No. PUB BU/P1 17000/1 ES, Rodamientos, SKF.
-

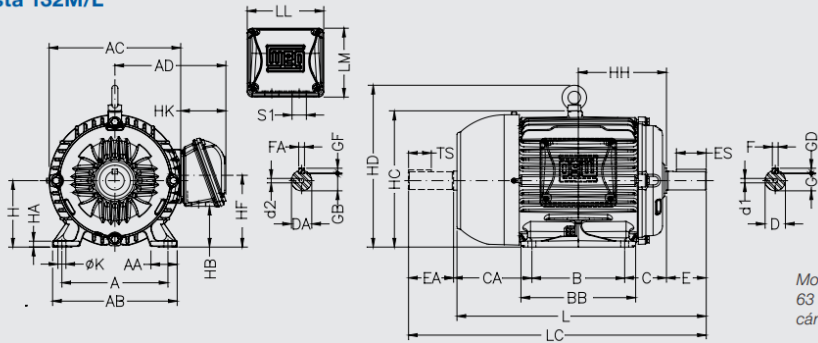
Anexos

A | Catálogos y Fichas Técnicas

W22 - IE2 High Efficiency - 60 Hz

Potencia		Carcasa	Par nominal (kgfm)	Corriente con rotor trabado I/In	Par con rotor trabado T/Tn	Par máximo Tb/Tn	Momento de Inercia J (kgm²)	Tiempo máximo con rotor trabado (s)		Peso (kg)	Nivel de ruido dB(A)	220 V								Corriente nominal In (A)
												RPM	% de la potencia nominal							
													Rendimiento			Factor de potencia				
kW	HP							Caliente	Frio			50	75	100	50	75	100			
IV Polos																				
0,12	0,16	63	0,068	4,6	2,9	3,1	0,0004	37	81	6,2	48	1715	53,0	60,0	64,0	0,44	0,55	0,64	0,769	
0,18	0,25	63	0,103	4,7	2,8	2,9	0,0006	30	66	7,2	48	1705	57,0	64,0	68,0	0,47	0,59	0,68	1,02	
0,25	0,33	63	0,143	5,0	2,6	3	0,0007	25	55	8,2	48	1705	62,0	68,0	70,0	0,47	0,60	0,69	1,35	
0,37	0,5	71	0,213	4,6	2,4	2,5	0,0007	35	77	8,0	47	1695	68,0	71,0	72,0	0,50	0,63	0,72	1,87	
0,55	0,75	71	0,319	5,1	3	2,9	0,0008	41	90	11,5	47	1680	71,0	74,5	75,5	0,50	0,63	0,71	2,69	
0,75	1	80	0,422	6,6	2,1	2,6	0,0029	13	29	13,5	48	1730	77,5	80,0	80,5	0,57	0,71	0,81	3,02	
1,1	1,5	90S	0,614	7,0	2,2	2,9	0,0049	16	35	18,5	51	1745	82,5	83,5	84,0	0,57	0,70	0,78	4,40	
1,5	2	90S	0,837	7,1	2,3	3	0,0049	10	22	20,1	51	1745	81,0	83,5	84,2	0,57	0,70	0,78	6,00	
2,2	3	L90L	1,23	7,4	2,8	3,1	0,0077	11	24	27,0	51	1745	86,0	86,5	87,5	0,60	0,73	0,80	8,25	
3	4	100L	1,69	7,3	3,2	3,2	0,0096	16	35	33,0	54	1725	86,4	87,2	87,5	0,61	0,74	0,81	11,1	
3,7	5	100L	2,08	8,0	3,5	3,6	0,0104	11	24	34,0	54	1730	85,0	87,0	87,5	0,59	0,72	0,79	14,0	
4,5	6	112M	2,52	6,2	2,1	2,8	0,0155	19	42	42,0	56	1740	88,0	88,5	88,5	0,62	0,74	0,81	16,5	
5,5	7,5	112M	3,06	7,3	2,7	3,3	0,0180	15	33	45,3	56	1750	88,0	89,1	90,0	0,53	0,67	0,76	21,2	

Carcasas 63 hasta 132M/L



Motores en las carcasas 63 a 90 no tienen cáncamos de izaje.

Carcasa	A	AA	AB	AC	AD	B	BA	BB	BD	C	CA	Punta del eje delantera						Punta del eje trasera					
												D	E	ES	F	G	GD	DA	EA	TS	FA	GB	GF
63	100	25,5	116	125	123	80		95		40	78	11j6	23	14	4	8,5	4	9j6	20	3	12	7,2	3
71	112	28,5	132	141	131	90		113,5		45	88	14j6	30	18	5	11	5	11j6	23	4	14	8,5	4
80	125	30,5	149	159	140	100		125,5		50	93	19j6	40	28	6	15,5	6	14j6	30	5	18	11	5
L80								131		120	120												
90S								156		56	135	24j6	50	36		20		16j6	40		28	13	
L90S	140	37	164	179	149	125		173		63	118	28j6	60	45	8	24	7	22j6	50	6	36	18,5	6
L90L								177		162	162												
100L										70	128												
L100L	160	40	188	206	159	140					163							24j6	50		36	20	
L112M																							
L112M																							

Carcasa	H	HA	HB	HC	HD	HF	HG	HH	HK	LL	LM	K	L	LC	S1	d1	d2	Rodamientos			
																		Delantero	Trasero		
63	63	7	25,5	130	156,3	68,5		80				7	216	241	2xM20x1,5	EM4	EM3	6201 ZZ	6201 ZZ		
71	71	7	33	145	163,8	76		90					250	276				DM5	EM4	6202 ZZ	6202 ZZ
80	80	8	43,5	163	174,3	87		100					277	313				DM6	DM5	6204 ZZ	6203 ZZ
L80										301	340										
90S										305	350										
L90S	90	9	47	182	182,4	90		106	59	108	98	10	334,5	381	2xM25x1,5	DM8	DM6	6205 ZZ	6204 ZZ		
90L														329						375	
L90L														360						406	
100L	100	10	65	203	244	106,4		133					376	431	DM10	DM8	6206 ZZ	6205 ZZ			
L100L											414	469									
112M											394	448									
L112M	112		54,5	226	280	112		140					423	478			6207 ZZ	6206 ZZ			

Fig. A.1. Ficha técnica Motor WEG 0.5HP IV Polos. Adaptado de [57]

VARIADORES DE VELOCIDAD SINAMICS V20 APLICACIONES BÁSICAS

Sinamics V20 ofrece funcionalidades básicas para la mayor parte de las aplicaciones industriales de velocidad variable. Ejemplo: bombas, fajas transportadoras, ventiladores y compresores. Trabaja en control de voltaje-frecuencia (V/f, V/f y FCC).

Especificaciones técnicas

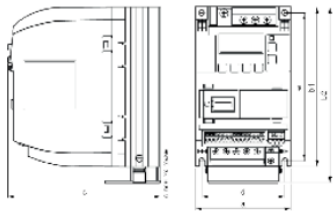
Frecuencia de salida:	0-599 Hz, resolución 0.01 Hz.
Tipo de protección:	IP20.
Temperatura de operación máxima:	60 °C.
Entradas digitales:	4 ópticamente aisladas (PNP/NPN).
Salidas digitales:	2 (30 VDC/0.5 A y 250 VAC/0.5A).
Entradas análogas:	2 (0-10 VDC y 0/4-20 mA).
Salida análoga:	1 (0-20 mA).
Panel operador básico:	Integrado.
Comunicación:	USS, Modbus RTU RS485

Aplicaciones: Compensación de deslizamiento, arranque al vuelo, controlador PID y arranque secuencial de bombas
Bloques de función libre: AND, OR, XOR, NOT, D-FF, RS-FF, Timer, ADD, SUB, MUL, DIV y CMP



	Código (MLFB)	Potencia (LO) HP KW	Corriente (LO) A	Potencia (HO) HP KW	Corriente (HO) A	Tamaño Constructivo	Precio Lista Unit. \$
SINAMICS V20 1 AC 200 V - 240 V (-10 ... + 10%)							
100365756	6SL3210-5BB13-7UV1	0.5 0.37	2.3	0.5 0.37	2.3	FSAA ⁽¹⁾	310
100371062	6SL3210-5BB17-5UV1	1 0.75	3.9	1 0.75	3.9	FSAB ⁽¹⁾	366
100254295	6SL3210-5BB21-1UV1	1.5 1.1	6	1.5 1.1	6	FSAC ⁽¹⁾	475
100254296	6SL3210-5BB21-5UV1	2 1.5	7.8	2 1.5	7.8	FSAC ⁽¹⁾	539
100254297	6SL3210-5BB22-2UV1	3 2.2	11	3 2.2	11	FSAD ⁽¹⁾	830
100254298	6SL3210-5BB23-0UV1	4 3	13.6	4 3	13.6	FSAD ⁽¹⁾	964

Tamaño Constructivo	Altura H (mm)	Ancho L (mm)	Profundidad P (mm)
FSAA	142	68	107.8
FSAB	142	68	127.8
FSAC	160.9	90.8	147
FSAD	176.5	136.6	158.8
FSA	166	90	145.5
FSB	160	140	164.5
FSC	182	184	169
FSD	206.5	240	172.5
FSE	264.5	245	209



Notas: ¹⁾ Si se requiere utilizar resistencia de frenado para las tallas FSA, FSB y FSC se debe hacer uso de un módulo de frenado 6SL3201-2AD20-8VA0 que se ubica en la página 3/4 "Componentes opcionales para V20".

Fig. A.2. Variador de frecuencia. Adaptado de [58]

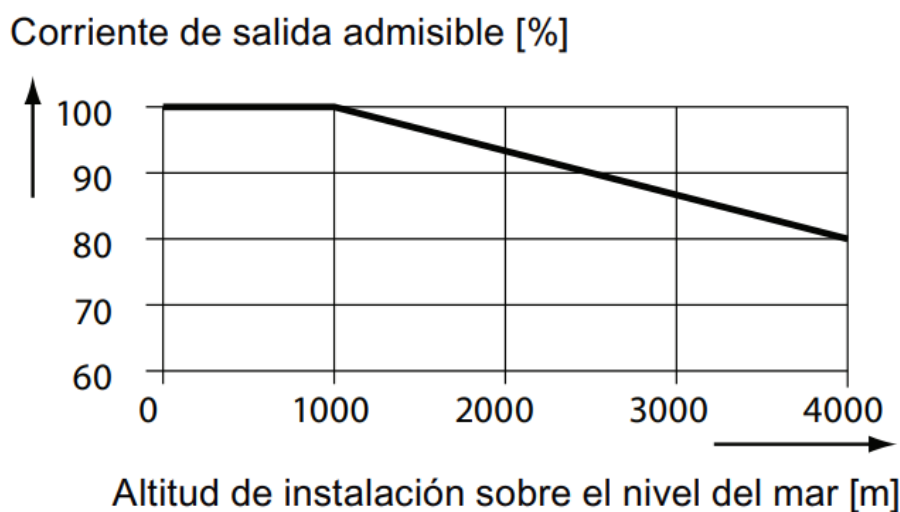
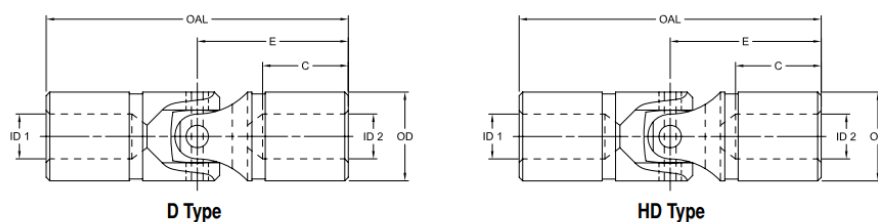


Fig. A.3. Altitud de funcionamiento del variador de frecuencia. Adaptado de [58]



D and HD Type Dimensional Data

Size		OAL	E Main Pin Height in	C Bore Depth in	Std Bore in	ID1 - ID2						OD	Static* Breaking Torque		Weight	
						Max Bore No Keyway		Max Bore with Keyway		Max Square/ Hex Hole³						
Solid	Bored	in				in	mm	in	mm	in	mm	in	in-lb	Nm	Solid lbs	Bored lbs
D-1	D-1B	1.75	.88	.56	.19	.25	6	—	—	.19	4	.38	110	12	.05	.04
D-2	D-2B	2.00	1.00	.62	.25	.38	9	—	—	.25	6	.50	378	42	.10	.08
D-3	D-3B	2.25	1.12	.68	.31	.50	12	—	—	.31	8	.62	540	61	.17	.15
D-4	D-4B	2.68	1.34	.88	.38	.62	15	.44	11	.38	9	.75	768	86	.30	.25
D-5	D-5B	3.00	1.50	.88	.44	.69	17	.50	12	.44	11	.88	1,176	132	.45	.37
D-6	D-6B	3.38	1.68	1.00	.50	.75	19	.56	13	.50	12	1.00	1,560	176	.65	.55
D-7	D-7B	3.50	1.75	1.00	.56	.88	22	.62	15	.56	14	1.12	2,880	325	.85	.71
D-8	D-8B	3.75	1.88	1.06	.62	1.00	25	.75	18	.62	15	1.25	5,220	589	1.11	.94
D-10	D-10B	4.25	2.12	1.18	.75	1.12	28	.88	21	.75	19	1.50	7,920	895	1.80	1.50
D-11	D-11B	5.00	2.50	1.38	.88	1.25	31	1.00	25	.88	22	1.75	10,680	1 206	3.00	2.50
D-12	D-12B	5.44	2.72	1.50	1.00	1.50	38	1.19	30	1.00	25	2.00	15,600	1 762	4.20	3.50
D-13	D-13B	7.00	3.50	2.00	1.25	1.75	44	1.50	39	1.12	28	2.50	33,120	3 742	8.50	7.20
D-14	D-14B	9.06	4.53	2.75	1.50	2.00	50	1.81	48	1.38	35	3.00	65,400	7 389	16.00	13.00

Notes: ■ * indicates: This is not a recommended operating torque.

■ 3 indicates: Square and hex bores are measured across the flats.

■ Operation of all universal joints is determined by the angle/speed combinations of the application. Consult Lovejoy Engineering for specific limitations and recommendations.

■ Applications that fall outside the limitations of these tables should be referred to Lovejoy Engineering for assistance.

Fig. A.4. Datos de dimensiones de la junta universal tipo D y HD. [50]

SIEMENS

Convertidor SINAMICS V20

*Puesta en marcha**Puesta en marcha rápida***Funciones**

Este menú se ha diseñado para la configuración sencilla de los datos nominales de la placa de características del motor.

Configuración de datos del motor**Menú de texto**

Si establece P8553 en 1, los números de los parámetros de este menú se sustituyen por un texto breve.

Configuración de parámetros**Nota**

En la tabla siguiente, "●" indica que el valor de este parámetro se debe introducir según la placa de características del motor.

Parámetro	Nivel de acceso	Función	Menú de texto (si P8553 = 1)
P0100	1	Selección de 50/60 Hz =0: Europa [kW], 50 Hz (valor predeterminado de fábrica) =1: Norteamérica [hp], 60 Hz =2: Norteamérica [kW], 60 Hz	EU-US (EU - US)
P0304[0] ●	1	Tensión nominal del motor [V] Tenga en cuenta que la entrada de los datos de la placa de características tiene que corresponder con el cableado del motor (en estrella/triángulo).	NOt V (MOT V)
P0305[0] ●	1	Corriente nominal del motor [A] Tenga en cuenta que la entrada de los datos de la placa de características tiene que corresponder con el cableado del motor (en estrella/triángulo).	NOt A (MOT A)
P0307[0] ●	1	Potencia nominal del motor [kW/hp] Si P0100 = 0 o 2, unidad de potencia del motor = [kW] Si P0100 = 1, unidad de potencia del motor = [hp]	P0100 = 0 o 2: NOt P (MOT P)
			P0100 = 1: NOt hP (MOT HP)
P0308[0] ●	1	Factor de potencia nominal del motor (cosφ) Visible solamente cuando P0100 = 0 o 2	NOt COS (M COS)
P0309[0] ●	1	Eficiencia nominal del motor [%] Visible solamente cuando P0100 = 1 El ajuste 0 produce el cálculo interno del valor.	NOt EFF (M EFF)
P0310[0] ●	1	Frecuencia nominal del motor [Hz]	NOt FREQ (M FREQ)
P0311[0] ●	1	Velocidad nominal del motor [RPM]	NOt RPM (M RPM)
P1900	2	Selección de la identificación de datos del motor = 0: Deshabilitada = 2: Identificación de todos los parámetros en parada	NOt ID (MOT ID)

Convertidor SINAMICS V20

Instrucciones de servicio, 02/2013, A5E31842763

Fig. A.5. Puesta en Marcha Rápida Sinamics V20. Adaptado de [57]

H

AISI: 1045

WN: 1.1191

DIN: CK45

- » Aleación promedio: C 0,45 Si 0,30 Mn 0,70 %
- » Color de identificación: Rojo/Blanco/Rojo
- » Estado de suministro: Normalizado 193 HB máx.
- » Formato de suministro: Barras redondas, platinas

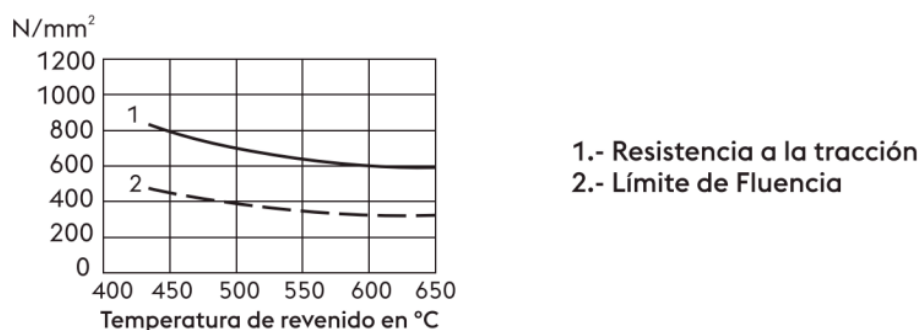
ACERO FINO AL CARBONO DE ALTA CALIDAD

Gran pureza de fabricación y estricto control de calidad.

APLICACIONES: Partes de maquinaria y repuestos sometidos a esfuerzos normales; árboles de transmisión, ejes, pernos, tuercas, ganchos, pines de sujeción, pasadores, cuñas, chavetas, etc., también para herramientas de mano, portamatrices, etc.

INDICACIONES PARA EL TRATAMIENTO TÉRMICO

Forjado °C	Normalizado °C	Recocido (enfriamiento lento en el horno) °C	Temple °C		Revenido (según el uso) °C	Nitruración (en baño de sales) °C
			Al agua	Al aceite (dimensiones menores)		
850-1100	840-880	650-700	820-850	830-860	100-300	580



Estado de suministro	PROPIEDADES MECÁNICAS				
	Diámetro mm	Límite de fluencia N/mm²	Resistencia a la tracción N/mm²	Alargamiento (Lo=5d) % mín.	Contracción % mín.
Normalizado	-	370	650	10	35
Recocido	16-100	340	650-750	17	35
	100-250	330	580-700	18	-

SOLDADURA:

- » Con soldadura especial de alta resistencia
- » Según tamaño y complejidad del trabajo, se recomienda un precalentamiento entre 200-300°C y el uso de electrodos **Böhler UTP 76, diamondspark Ni1 RC (C1), diamondspark Ni1 RC, diamondspark Ni2 RC, Böhler UTP 6020.**

Nota: La información brindada en la presente hoja técnica es de carácter referencial. Para información más detallada, por favor, solicitar asesoría técnica.

48

www.voestalpine.com/highperformancemetals/peru
www.boehlerperu.com

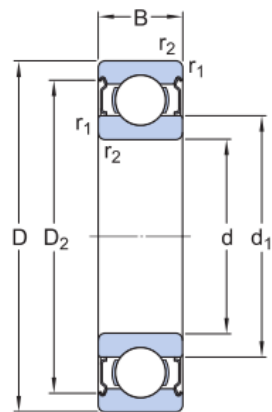
voestalpine

ONE STEP AHEAD.

Fig. A.6. Ficha técnica del eje

16002-2Z

Rodamiento rígido de bolas con sellos o placas de protección



Dimensiones:

d	15 mm	Diámetro interno
D	32 mm	Diámetro exterior
B	8 mm	Ancho
d ₁	≈20.5 mm	Diámetro del resalte
D ₂	≈28.2 mm	Diámetro del rebaje
r _{1,2}	mín. 0.3 mm	Dimensión del chaflán

Datos del cálculo:

Capacidad de carga dinámica básica	C	5.85 kN
Capacidad de carga estática básica	C ₀	2.85 kN
Carga límite de fatiga	P _U	0.12 kN
Velocidad de referencia		50 000 r/min
Velocidad límite		26 000 r/min
Factor de carga mínima	k _r	0.02
Factor de cálculo	f ₀	14

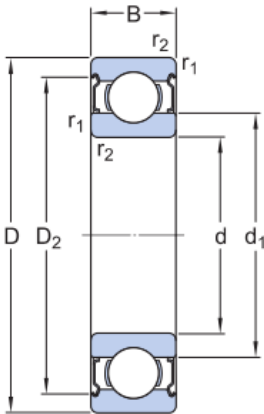
Masa:

Masa de rodamiento	0.0281 kg
--------------------	-----------

Fig. A.7. Ficha técnica del Rodamiento 16002-2z. Adaptado de [59]

624-2Z

Rodamiento rígido de bolas con sellos o placas de protección



Dimensiones:

d	4 mm	Diámetro interno
D	13 mm	Diámetro exterior
B	5 mm	Ancho
d ₁	≈6.95 mm	Diámetro del resalte
D ₂	≈11.2 mm	Diámetro del rebaje
r _{1,2}	mín. 0.2 mm	Dimensión del chaflán

Datos del cálculo:

Capacidad de carga dinámica básica	C	9.36 kN
Capacidad de carga estática básica	C ₀	0.29 kN
Carga límite de fatiga	P _U	0.012 kN
Velocidad de referencia		110000 r/min
Velocidad límite		53000 r/min
Factor de carga mínima	k _r	0.025
Factor de cálculo	f ₀	7.3

Masa:

Masa de rodamiento	0.0031 kg
--------------------	-----------

Fig. A.8. Ficha técnica del Rodamiento 624-2z. Adaptado de [59]

B | Cotización de Equipos Comerciales

TECNOLOGIA Y EQUIPAMIENTO



RUC N° 20602216609

COTIZACIÓN: N° 0033-2025
FECHA: 03 de junio del 2025

Señores:

Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

EQUIPOS GUNT- ALEMANIA

ITEM PAQ.	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD	MODELO	VENTA UNITARIO	VENTA TOTAL
1	Vibraciones torsionales libres y forzadas	1	TM 140	S/ 242,000.00	S/ 242,000.00
PRECIO TOTAL INCLUIDO IGV					S/ 242,000.00

CONSIDERACIONES:

- ❖ **PRECIOS:** Los precios se entienden en SOLES incluido IGV
- ❖ **GARANTÍA:** 12 meses contra toda falla de fabricación.
- ❖ **INCLUYE:** instalación y capacitación en el uso y manejo de los equipos, así como el soporte técnico respectivo.
- ❖ **TIEMPO DE ENTREGA:** 210 días
- ❖ **MODALIDAD:** Llave en mano.
- ❖ **LUGAR DE ENTREGA:** En las instalaciones de almacén central de la universidad.
- ❖ **VALIDEZ DE LA OFERTA:** 30 días

Atentamente,

TECNOLOGIA Y EQUIPAMIENTO KANG S.A.C.

 ROSARIO DENISSE PANILLA TASAYCO
 GERENTE GENERAL

Cristhian Reyes - A. Comercial
 Celular: +511 924028640

Calle Enrique Palacios N° 360, oficina 307 – Miraflores
 Correo: tecnologia.kang@gmail.com

Fig. B.1. Cotización Equipos GUNT



51 998 124 556 - 51 966 686 250

estatales@zamtsu.com - www.zamtsu.com

Enrique Barrón 1065, Santa Beatriz, Cercado de Lima

Zamtsu
CORPORACIÓN
¿Qué necesitas medir?

PROFORMA N° 1951/ZC/25

Lima, 17 de junio 2025

Señores:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

RUC: 20172474501

Móvil: 951728416

Correo: 173013@unsaac.edu.pe

Dirección: Av. De la Cultura N° 733 - Cusco.

Att. Ruth Maritza Cuyo Lipa

En atención a su solicitud, ponemos a su consideración la siguiente cotización:

ITEMS	C A N	DESCRIPCION	PRECIO TOTAL S/ INC. IGV	PRECIO TOTAL S/ INC. IGV
01	01	EQUIPO DE ESTUDIO DE VIBRACIONES TORSIONALES, CONTROLADO DESDE COMPUTADOR (PC), CON SCADA Marca: Edibon Modelo: MEVTC Procedencia: España 	82,600.00	82,600.00

Condiciones Comerciales:

I.G.V.:	Incluido el 18%
Forma de Pago:	FACTURA A 10 DIAS
Entrega:	Indicado en el ítem.
Lugar de Entrega:	En los Almacenes de su entidad.
Validez:	15 días.
Garantía:	12 meses por defecto de fábrica.
RNP:	VIGENTE – BIENES Y SERVICIO
RUC:	20108605392

Cuentas Corrientes:

Entidades Bancarias:	Cuenta en Soles (S/)	Código de Cuenta Interbancaria (CCI)
Scotiabank (*)	0587168626	SB-00924120058716862614
BCP	193-1726807093	BCP-00219300172680709319

* Cta. Ahorros

Ing. Francisco Quispe López
Jefe de Ventas Estatales y Entidades Educativas
Central: 417-7200 anexo 206
Celular: 99 8124556
RPE: 966686250
E-mail: estatales@zamtsu.com
Msn: estatales1@hotmail.com
www.zamtsu.com

Fig. B.2. Cotización Equipos EDIBON

C | Formato de Inspección y Experimentación



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales

Hoja de Inspección						
Equipo:	Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales				Fecha:	
Inspecciono:					Responsable:	
Frecuencia:						
Protección personal y Precaución:	Sistema en Movimiento: (Precaución)					
	Riesgo Eléctrico: (Cables, equipos eléctricos)					
Equipo	Descripción de la Tarea	Modo	Valor esperado	Acción	Registro / Observación	
Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales	Estado de limpieza general	Visual	Limpio	Limpieza		
	Verificar que las conexiones eléctricas del motor no estén dañadas.	Visual	OK	Aviso		
	Asegurar que el variador de frecuencia se encuentre limpio y sin conexiones sueltas. Dar aviso si hay conexiones sueltas.	Visual	OK	Limpio / Aviso		
	Verificar integridad y alineación entre ejes y soportes. Alinear y limpiar en caso de ser necesario.	Visual	Alineado y limpio	Ajuste		
	Confirmar el montaje correcto del mecanismo atenuador	Visual	Fijo	Ajustar / Corregir		
	Inspeccionar los alrededores buscando vibraciones extrañas. Dar aviso en caso de encontrarlas	Auditivo	Sin vibraciones	Aviso		
	Realizar ajustes menores	Manual	OK	Ejecutar		
	Revisar presencia de ruidos anómalos durante la operación.	Auditivo	Sin ruido	Aviso		

Fig. C.1. Formato de Inspección



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA



LABORATORIO DE VIBRACIONES MECÁNICAS

TEMA: Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales

- I. **Objetivo:**
II. **Materiales y Equipos:** Módulo para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales

Parámetros Iniciales	
Sistema Generador de Vibraciones Torsionales	
Motor Eléctrico	0.75 hp
Momento de Inercia del Volante	0.0006 kgm ²
Rigidez del resorte	0.6 Nm/rad
Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales	
Masa de péndulos	45gr, 90gr, 135gr y 180gr

- III. **Experimentación:**

GENERACIÓN DE VIBRACIONES TORSIONALES

Estado de Resonancia (Hz)		
Velocidad del motor	Frecuencia Natural	Frecuencia de resonancia (Segundo Armónico $n = 2$)

ABSORCIÓN DINÁMICA

Nº	Masa del péndulo (gr)	Resonancia Ω (Hz)	Frecuencia del péndulo ω_p^*	Atenuación Observable
1				SI () NO ()
2				SI () NO ()
3				SI () NO ()
4				SI () NO ()

*Frecuencia del péndulo: $\omega_p = \Omega n = \Omega \sqrt{\frac{a}{l}}$

- IV. **Resultados y Conclusiones**

Fig. C.2. Ficha de Experimentación para el Estudio de la Absorción Dinámica de Vibraciones Torsionales

D | Figuras y Tablas para el Diseño

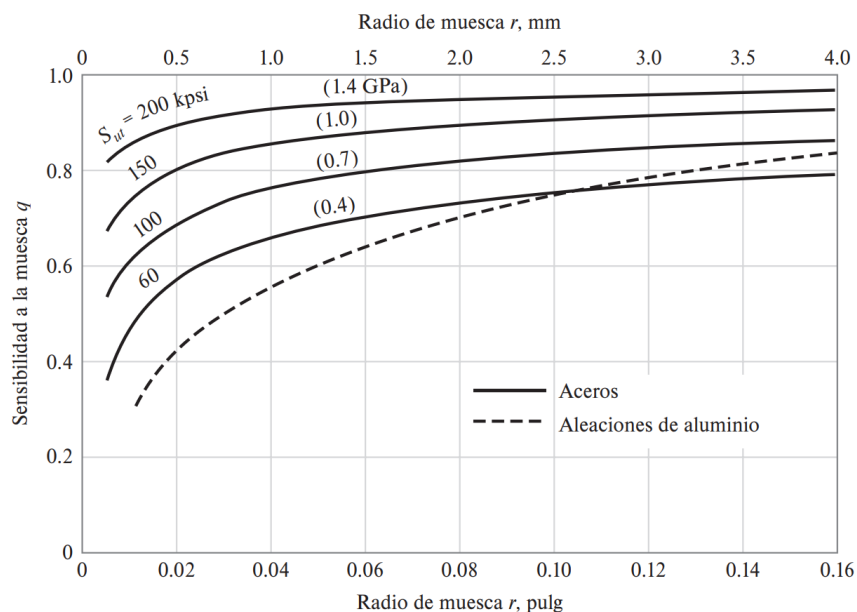


Fig. D.1. Sensibilidad a la muesca sometidos a flexión inversa de cargas axiales inversas. Adaptado de [49]

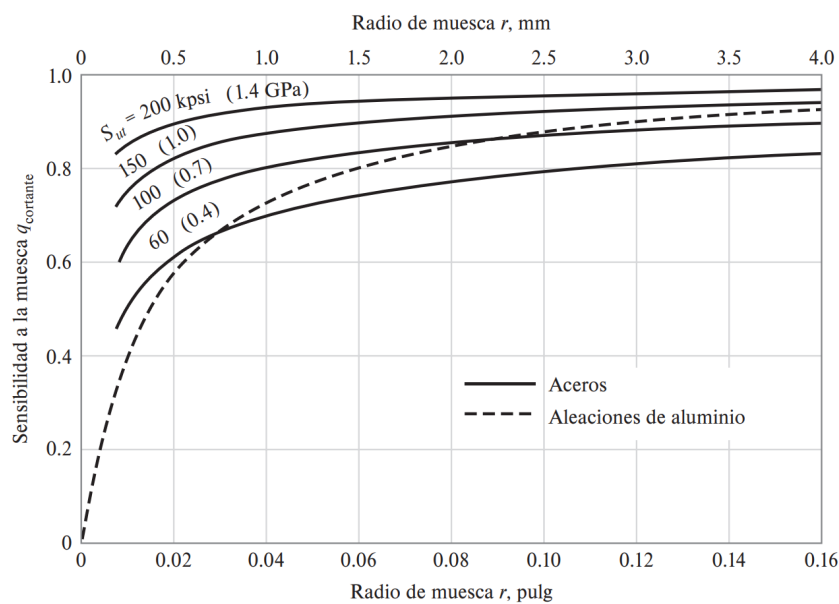


Fig. D.2. Sensibilidad a la muesca de materiales sometidos a torsión inversa. Adaptado de [49]

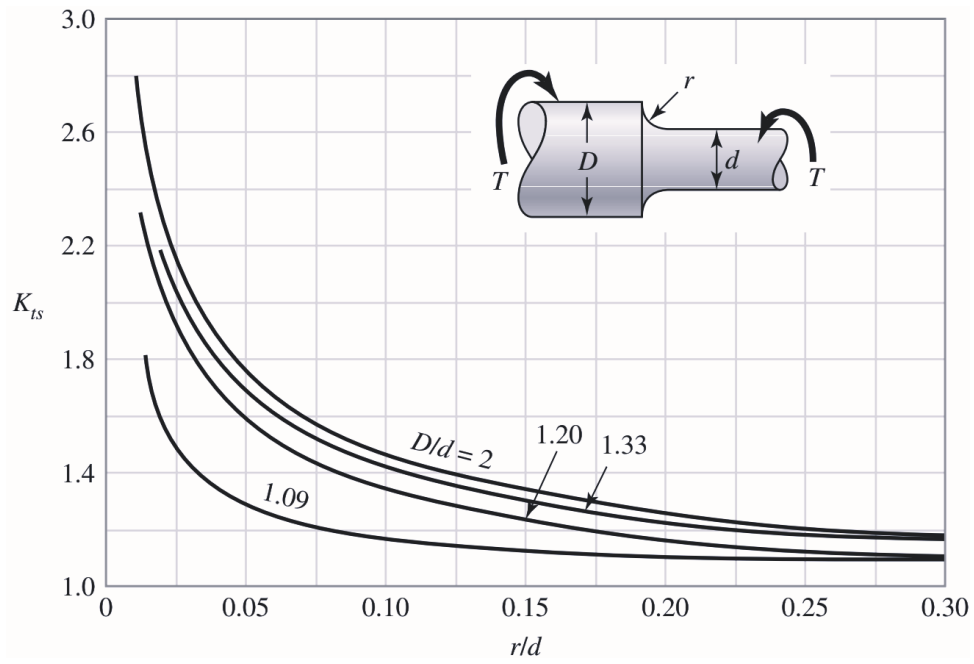


Fig. D.3. Eje redondo con filete en torsión. Adaptado de [49]

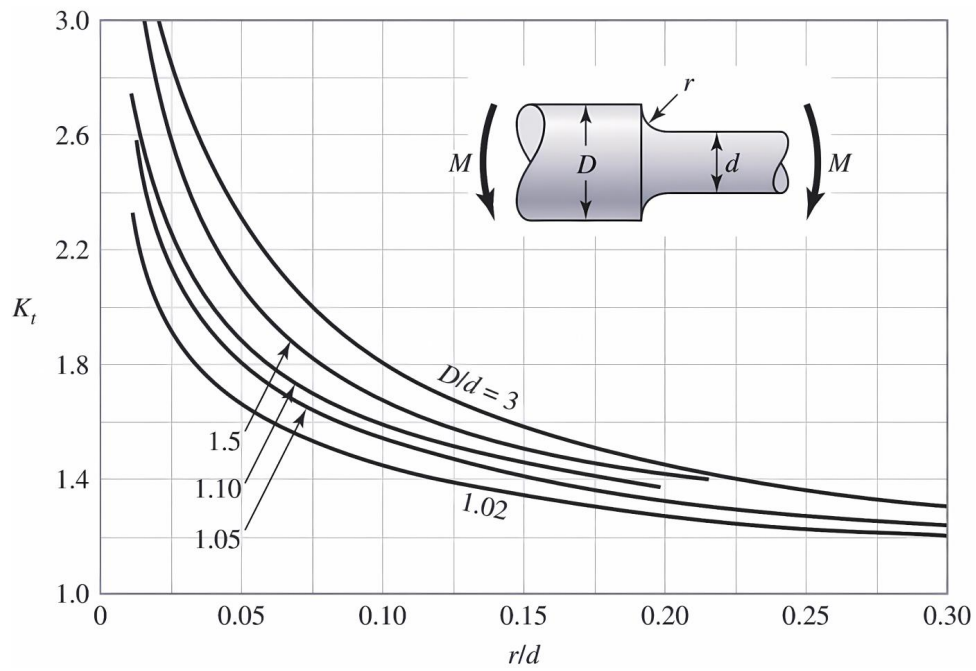


Fig. D.4. Eje redondo con filete en flexión. Adaptado de [49]

Tipo de máquina	Vida especificada (h)
Electrodomésticos, máquinas agrícolas, instrumentos, equipos técnicos de uso médico	300 - 3000
Máquinas utilizadas intermitentemente o durante breves períodos: herramientas eléctricas portátiles, dispositivos de elevación en talleres, máquinas y equipos para la construcción	3000 - 8 000
Máquinas utilizadas intermitentemente o durante breves períodos donde se requiere una alta confiabilidad de funcionamiento: ascensores (elevadores), grúas para productos embalados o eslingas para tambores, etc.	8 000 - 12 000
Máquinas para 8 horas de trabajo diario, no siempre utilizadas al máximo: transmisiones por engranajes de uso general, motores eléctricos para uso industrial, trituradoras giratorias	10 000 - 25 000
Máquinas para 8 horas de trabajo diario utilizando plenamente sus capacidades: herramientas mecánicas, máquinas para carpintería, máquinas para la industria de la ingeniería, grúas para materiales a granel, ventiladores, cintas transportadoras, equipos de impresión, separadores y centrifugadoras	20 000 - 30 000
Máquinas para 24 horas de trabajo continuo: unidades de engranajes para laminadoras, maquinaria eléctrica de tamaño medio, compresores, tornos de extracción para minas, bombas, maquinaria textil	40 000 - 50 000
Maquinaria para energía eólica, incluidos los rodamientos del eje principal, de orientación, de la caja de engranajes de cambio de paso, del generador	30 000 - 100 000
Maquinaria para abastecimiento de agua, hornos giratorios, máquinas de trenzado de cables, maquinaria de propulsión para buques de alta mar	60 000 - 100 000
Máquinas eléctricas de gran tamaño, plantas de generación de energía, bombas para minas, ventiladores para minas, rodamientos para ejes en túnel para buques de alta mar	100 000 - 200 000

Tabla D.1. Valores orientativos de la vida especificada de los diferentes tipos de máquinas. [60]

Shaft diameter d_1	Ring							Groove				Supplementary data ^d							Nominal size of pliers as in DIN 5254	
	s	d_3	a	b	d_5	Mass per 1 000 units in kg	d_2	m	t	n_4	d_4	F_N	F_R	g	F_{Rg}	n_{abl}				
Nominal size	perm. dev.	perm. dev.	max.	≈	min.	≈	perm. dev.	H13		min.		kN	kN		kN	min ⁻¹				
3	0,4	0 -0,05	2,7	+0,04 -0,15	1,9	0,8	1,0	0,017	2,8	0 -0,04	0,5	0,10	0,3	7,0	0,15	0,47	0,5	0,27	360 000	3
4	0,4		3,7		2,2	0,9	1,0	0,022	3,8	0,5	0,10	0,3	8,6	0,20	0,50	0,5	0,30	211 000		
5	0,6		4,7		2,5	1,1	1,0	0,066	4,8	0 -0,05	0,7	0,10	0,3	10,3	0,26	1,00	0,5	0,80	154 000	
6	0,7		5,6		2,7	1,3	1,2	0,084	5,7	0,8	0,15	0,5	11,7	0,46	1,45	0,5	0,90	114 000		
7	0,8		6,5	3,1	1,4	1,2	0,121	6,7	0 -0,06	0,9	0,15	0,5	13,5	0,54	2,60	0,5	1,40	121 000		
8	0,8		7,4	3,2	1,5	1,2	0,158	7,6		0,9	0,20	0,6	14,7	0,81	3,00	0,5	2,00	96 000		
9	1,0	0 -0,06	8,4	+0,06 -0,18	3,3	1,7	1,2	0,300	8,6	0 -0,11	1,1	0,20	0,6	16,0	0,92	3,50	0,5	2,40	85 000	3; 10
10	1,0		9,3		3,3	1,8	1,5	0,340	9,6		1,1	0,20	0,6	17,0	1,01	4,00	1,0	2,40	84 000	
11	1,0		10,2		3,3	1,8	1,5	0,410	10,5		1,1	0,25	0,8	18,0	1,40	4,50	1,0	2,40	70 000	
12	1,0		11,0		3,3	1,8	1,7	0,500	11,5		1,1	0,25	0,8	19,0	1,53	5,00	1,0	2,40	75 000	
13	1,0		11,9		3,4	2,0	1,7	0,530	12,4		1,1	0,30	0,9	20,2	2,00	5,80	1,0	2,40	66 000	
14	1,0		12,9		3,5	2,1	1,7	0,640	13,4		1,1	0,30	0,9	21,4	2,15	6,35	1,0	2,40	58 000	
15	1,0		13,8		3,6	2,2	1,7	0,670	14,3		1,1	0,35	1,1	22,6	2,66	6,90	1,0	2,40	50 000	
16	1,0		14,7		3,7	2,2	1,7	0,700	15,2		1,1	0,40	1,2	23,8	3,26	7,40	1,0	2,40	45 000	
17	1,0		15,7		3,8	2,3	1,7	0,820	16,2		1,1	0,40	1,2	25,0	3,46	8,00	1,0	2,40	41 000	

Tabla D.2. Especificaciones de las dimensiones del anillo de retención de tipo normal y la ranura

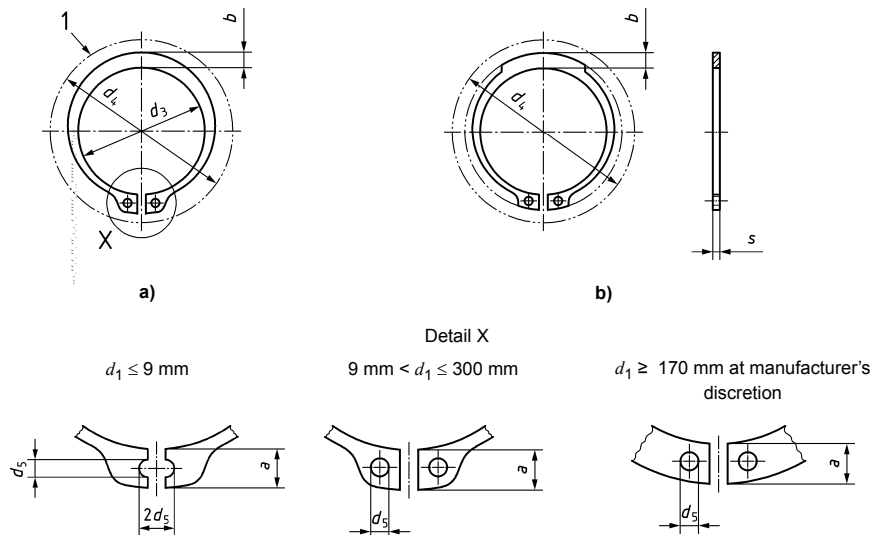


Fig. D.5. Dimensiones del anillo de retención

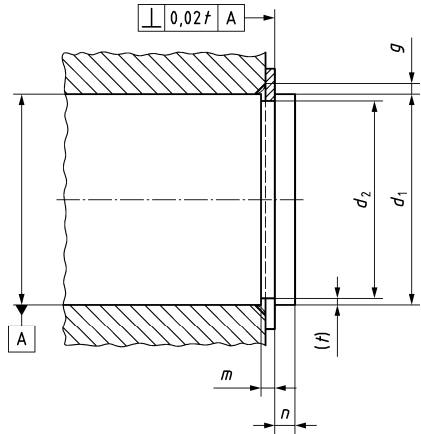


Fig. D.6. Ejemplo de instalación

E | Códigos de Matlab

E.1. Código de Respuesta del Sistema no Linealizado

```

1 clear
2 clc
3 close all
4
5 % Condiciones iniciales
6 y0=[0 0 0 0]'; % [theta, thetadot phi phidot]
7 tspan=linspace(0,8,1500);
8
9 % Resolver con ode45
10 [t,y]=ode45(@funcion,tspan,y0);
11
12 % Extrayendo el ángulo y la velocidad angular de y-vector
13 theta_sin_linealizado=y(:,1); % Ángulo del rotor
14 thetadot=y(:,2); % Velocidad angular del rotor
15 phi=y(:,3); % Ángulo del péndulo
16 phidot=y(:,4); % Velocidad angular del péndulo
17
18 %%% Plots vs. tiempo %%%
19
20 figure(1) % Plot rotor angle
21 plot(t,theta_sin_linealizado,'k','LineWidth',1)
22 grid on
23 xlabel('t(seg) ', 'Interpreter', 'latex','FontSize', 14)
24 ylabel('$\theta(t)$ (rad)', 'Interpreter', 'latex','FontSize', 14)
25
26 % Encuentra el índice correspondiente al tiempo t = 5 segundos
27 t_5s_index = find(t >= 5, 1);
28
29 % Extrae los datos de posición del péndulo después de 5 segundos

```

```

30 theta_after_15s = phi(t_5s_index:end);
31
32 % Cálculo de la amplitud promedio del ángulo phi
33 amplitud_promedio_phi = (max(theta_after_15s) - min(theta_after_15s))/2;
34 display(amplitud_promedio_phi)
35 display(max(theta_after_15s))
36 display(min(theta_after_15s))
37
38 set(gca, 'FontSize', 12); % Tamaño de fuente de los números de los ejes
39 set(gca, 'LineWidth', 0.8); % Grosor de línea de los ejes
40 set(gca, 'FontName', 'Times New Roman'); % Tipo de fuente de los ejes
41
42 ruta = 'C:\Matlab\Variables\theta_sin_linealizado';
43 save(ruta, 'theta_sin_linealizado')
44
45 % figure(2) % Plot rotor angular speed
46 % plot(t, thetadot), grid
47 % xlabel('time [s]')
48 % ylabel('thetadot(t), [degrees/s]')
49 %
50 figure(3) % Plot absorber angle
51 plot(t, phi), grid
52 xlabel('time [s]')
53 ylabel('phi(t), [degrees]')
54
55
56 % figure(4) % Plot absorber angular speed
57 % plot(t, phidot), grid
58 % xlabel('time [s]')
59 % ylabel('phidot(t), [degrees/s]')
60
61 %%
62 % [funcion.m]
63 % Archivo de función para describir la dinámica de CPVA
64
65 function ydot=funcion(t,y)
66 a=0.08; % Longitud del centro del VI a la articulación del péndulo
67 l=0.02; % Longitud del punto de articulación al CG del péndulo
68 m=1.5; % Masa del péndulo

```

```

69 Tm=14.231; % Par en (resonancia)
70 Omega=26; % Velocidad del motor (resonancia)
71 K=18.928; % Constante de rigidez
72 J=0.007; % Momento de inercia del volante
73 beta = 20*pi/180; % Ángulo del eje de entrada y de salida
74 A = (cos(beta)^2+1)/(2*cos(beta));
75 B = (1-cos(beta)^2)/(2*cos(beta));
76 n=2; % Número de armónica de la fuente de excitación
77 Ta=(A-B*cos((n)*Omega*t)); % Fuente de excitación externa
78 ca=0.05; % Coeficiente de amortiguamiento del sistema
79 cs=0.01; % Coeficiente de amortiguamiento del péndulo
80
81 % Constantes para la matriz A para su simplicidad
82 k1=J+m*(a^2+l^2+2*a*l*cos(y(3)));
83 k2=m*l*(1+a*cos(y(3)));
84 k3=m*l*(1+a*cos(y(3)));
85 k4=m*l^2;
86
87 % A*ydot=f => ydot=A^(-1)*f
88
89 A=[1 0 0 0;
90 0 k1 0 k2
91 0 0 1 0;
92 0 k3 0 k4];
93
94 f=[y(2);
95 Tm*Ta-ca*y(2)+2*m*a*l*sin(y(3))*(y(2)+Omega)*y(4)+m*a*l*sin(y(3))*y(4)^2-K*
    y(1);
96 y(4);
97 -cs*y(4)-m*a*l*sin(y(3))*(Omega+y(2))^2];
98 ydot=A\f;
99 end

```

E.2. Código para la Obtención de la Amplitud pico de la Deformación Torsional vs Velocidad

```

1 clear all

```

```
2 clc
3 close all
4
5 % Condiciones iniciales
6 y0=[0 0 0 0]';
7 tspan=linspace(0,10,1000);
8
9 % Rango de valores de Omega
10 Omega_valores = 0:0.25:29;
11
12 % Vector para almacenar las amplitudes promedio
13 amplitud_theta_masa = zeros(size(Omega_valores));
14
15 % Iterar sobre diferentes valores de Omega (velocidad del motor)
16 for i = 1:length(Omega_valores)
17     Omega = Omega_valores(i);
18
19     % Resolver con ode45
20     [t,y] = ode45(@(t,y) dynsystem(t, y, Omega), tspan, y0);
21
22     % Extraer el ángulo del vector y
23     theta_sin_pendulo = y(:,1)*(180/pi); % Rotor angle
24
25     % Encuentra el índice correspondiente al tiempo t >= 7 segundos
26     t_7s_index = find(t >= 7, 1);
27
28     % Extrae los datos de posición del péndulo después de 7 segundos
29     theta_after_7s = theta_sin_pendulo(t_7s_index:end);
30
31     % Calcula la amplitud pico de la deflexión torsional
32     amplitud_pico = (max(abs(theta_after_7s))); %
33
34     % Almacena la amplitud promedio en el vector
35     amplitud_theta_masa(i) = amplitud_pico;
36 end
37
38 % Trazar la gráfica de amplitud pico vs Omega
39 figure(1);
40 plot(Omega_valores, amplitud_theta_masa,'k-o');
```

```

41 xlabel('Omega');
42 ylabel('Amplitud Promedio');
43 title('Amplitud Promedio vs Omega');
44 grid on;
45
46 % Guardar los resultados en una variable
47 ruta = 'C:\Matlab\Amplitud total\amplitud_theta_masa';
48 save(ruta, 'amplitud_theta_masa');
49
50 function ydot=dynsystem(t, y, Omega)
51 a=0.046; % Longitud del centro del VI a la articulación del péndulo
52 l=0.0115; % Longitud del punto de articulación al CG del péndulo
53 m=0.09; % Masa del péndulo
54 K=0.6144; % Rigidez del resorte
55 J=0.0006; % Momento de inercia del motor
56 b_2=0.2487; %Coeficiente de Fourier para el segundo armónico
57 n=2; % Número del armónico de la fuente de excitación
58 Ta=-J*b_2*(16)^2*sin(n*Omega*t); % Torque dinámico
59 ca=0.005; % Coeficiente de amortiguamiento del rotor
60 cs=0.001; % Coeficiente de amortiguamiento del péndulo
61
62 % Constantes para la matriz A para su simplicidad
63 k1=J+m*(a^2+l^2+2*a*l*cos(y(3)));
64 k2=m*l*(1+a*cos(y(3)));
65 k3=m*l*(1+a*cos(y(3)));
66 k4=m*l^2;
67
68 % A*ydot=f => ydot=A^(-1)*f
69
70 A=[1 0 0 0;
71 0 k1 0 k2
72 0 0 1 0;
73 0 k3 0 k4];
74
75 f=[y(2);
76 Ta-ca*y(2)+2*m*a*l*sin(y(3))*(y(2)+Omega)*y(4)+m*a*l*sin(y(3))*y(4)^2-K*y(1
    );
77 y(4);
78 -cs*y(4)-m*a*l*sin(y(3))*(Omega+y(2))^2];

```

```
79 ydot=A\f;  
80 end
```

E.3. Código para el Procesamiento de Imagenes

```
1 clear all;  
2 clc;  
3  
4 % Crear una carpeta para guardar los fotogramas  
5 outputFolder = 'fotogramas_grises';  
6 if ~exist(outputFolder, 'dir')  
7     mkdir(outputFolder);  
8 end  
9  
10 % Leer el video original  
11 video = VideoReader('Vibración torsional.mp4');  
12 outputVideo = VideoWriter('video_lento_grises.avi');  
13 outputVideo.FrameRate = video.FrameRate / 2; % Reducir la tasa de  
    fotogramas para ralentizar (ajustar según lo deseado)  
14 open(outputVideo);  
15  
16 % Leer y procesar cada fotograma  
17 frames = []; % Almacenar los fotogramas para ralentización  
18 frameIndex = 1; % Índice para los fotogramas  
19 while hasFrame(video)  
20     % Leer el fotograma  
21     frame = readFrame(video);  
22  
23     % Convertir el fotograma a escala de grises  
24     grayFrame = rgb2gray(frame);  
25  
26     % Guardar el fotograma como una imagen  
27     imwrite(grayFrame, fullfile(outputFolder, sprintf('frame_%04d.png',  
    frameIndex)));  
28     frameIndex = frameIndex + 1;  
29  
30     % Almacenar el fotograma convertido  
31     frames = cat(4, frames, grayFrame);
```

```
32 end
33
34 % Duplicar fotogramas para ralentizar el video
35 duplicationFactor = 8; % Duplicar cada fotograma (ajustar según lo deseado)
36 for i = 1:size(frames, 4)
37     for j = 1:duplicationFactor
38         writeVideo(outputVideo, frames(:, :, :, i));
39     end
40 end
41
42 close(outputVideo);
```
