## UNIVERSIDAD NACIONAL SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, INFORMÁTICA Y MECÁNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



TESIS

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERFICIE LÍMITE DE ENERGÍA POTENCIAL (PEBS) PARA EL CÁLCULO DEL TIEMPO CRÍTICO DE LIBERACIÓN DE FALLA PARA UN SISTEMA MULTIMÁQUINA - CUSCO 2023

**PRESENTADO POR:** 

Br: PAUL ELIAS ALARCON HUAMAN Br: PAVEL GIOVANI MORA QUISPE

PARA OPTAR AL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRICISTA

ASESOR: M.Sc. MANUEL LAU PACHECO

CUSCO – PERÚ

#### **INFORME DE ORIGINALIDAD**

(Aprobado por Resolución Nro.CU-303-2020-UNSAAC)

El que suscribe, Asesor del trabajo de investigación/tesis titulada: IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERFICIE LÍMITE DE ENERGÍA POTENCIAL (PEBS) PARA EL CÁLCOLO DEL TIEMPO CRÍTICO DE LIBERACIÓN DE FALLA PARA UN BISTEMA MULTIMÁGUINA - CUSCO 2023

presentado por: <u>PAOL ELIAS ALARCON HUAMAN</u> con DNI Nro.: <u>72651969</u> presentado por: <u>PANEL GIONANI FIORA QUISRE</u> con DNI Nro.: <u>41096964</u> para optar el título profesional/grado académico de <u>INGENIERO ELECTRICISTA</u>

Evaluación y acciones del reporte de coincidencia para trabajos de investigación conducentes a grado académico o título profesional, tesis

Porcentaje	Evaluación y Acciones	Marque con una (X)	
Del 1 al 10%	10% No se considera plagio.		
Del 11 al 30 %	Devolver al usuario para las correcciones.		
Mayor a 31%	El responsable de la revisión del documento emite un informe al inmediato jerárquico, quien a su vez eleva el informe a la autoridad académica para que tome las acciones correspondientes. Sin perjuicio de las sanciones administrativas que correspondan de acuerdo a Ley.	5	

Por tanto, en mi condición de asesor, firmo el presente informe en señal de conformidad y adjunto la primera página del reporte del Sistema Antiplagio.

Cusco 18 de DICIERIBRE de 20.24

Firma Post firma. MANUEL LAU PACHECO

Nro. de DNI. 23828214

ORCID del Asesor. 0000 - 0003 - 3288 - 9783.

#### Se adjunta:

- 1. Reporte generado por el Sistema Antiplagio.
- 2. Enlace del Reporte Generado por el Sistema Antiplagio: oid: 27259:417357416

# Paúl Elías Alarcón Huamán Pavel Giovani Mora Qui... \_\_Implementación\_del\_método\_de\_superficie\_límite\_de\_en...

🗢 Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco

#### Detalles del documento

Identificador de la entrega trn:oid:::27259:417357416

Fecha de entrega 18 dic 2024, 5:36 p.m. GMT-5

Fecha de descarga 18 dic 2024, 5:42 p.m. GMT-5

Nombre de archivo

\_\_Implementación\_del\_método\_de\_superficie\_límite\_de\_energía\_potencial\_\_PEBS\_\_para\_el\_cálcul....pdf

Tamaño de archivo

3.7 MB



124 Páginas

26,157 Palabras

125,283 Caracteres



# 10% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

#### Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 50 palabras)

#### **Fuentes principales**

10% 🌐 Fuentes de Internet

- 0% 🔳 Publicaciones
- 2% 💄 Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

#### Marcas de integridad

#### N.º de alertas de integridad para revisión

#### Caracteres reemplazados

288 caracteres sospechosos en N.º de páginas Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

#### Texto oculto

161 caracteres sospechosos en N.º de página

El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.



# GLOSARIO

- SEP: Sistema eléctrico de potencia
- SEIN: Sistema eléctrico interconectado nacional
- EGEMSA: Empresa de generación eléctrica de Machupicchu
- IEEE: Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos
- PEBS: Superficie límite de Energía Potencial
- SMBI: Sistema multimáquina con barra infinita
- CI: Centro Inercial
- $V_{LF}$ : Energía disponible al liberar la falla
- $V_{CLF}$ : Energía crítica del sistema
- $V_{PE}$ : Función de energía potencial
- PEE: Punto de equilibrio estable
- PEIC: Punto de equilibrio Inestable Crítico
- MFET: Método de la función de la energía transitoria
- $V_{CR}$ : Energía Crítica
- Mw: Megawatts
- $P_e^{(max)}$ : Potencia eléctrica máxima
- $P_m$ : Potencia mecánica
- M: Momento de inercia del generador
- H: Constancia de inercia de la máquina síncrona
- D: Coeficiente de amortiguamiento

- $\delta:$ Ángulo del rotor del generador
- $\omega$ : Velocidad angular del generador
- E: Tensión interna del generador
- $C_{ij}$  y  $D_{ij}$ : Simplificadores de flujo de potencia
- Y: Admitancia
- $I_{GL}$ : Corriente de carga

# Agradecimientos

#### Paúl Elías Alarcón Huamán:

A Dios, por iluminar mis pasos y establecer cada tiempo en su lugar, a mi amada madre Luz Marina quien siempre guio mi camino y me brindó su apoyo incondicional, a mi querido padre Elías, por su bondad y paciencia, para continuar hacia este camino. A mi hermosa abuelita Eulalia hasta el cielo, que siempre dentro de mi corazón, sustentó mis fuerzas para seguir adelante A mi querido y buen hermano Jhon, por siempre motivarme y guiarme a pesar de las dificultades. A mi amada Verónica, por el apoyo incondicional mostrado en este tramo de mi vida. Al Ing. Oswaldo Bejar Alagon, quien infundio en mi persona la inspiración necesaria para desarrollarme profesionalmente A mis tíos Hilda, Wilbert y Hugo pilares fundamentales en la familia, por sus enseñanzas y cariño siempre brindado. A mi querida tía Delia hasta el cielo, quien inspiro de mi fortaleza mental. A mi querido primo Boris, por cada consejo y palabra de aliento para conseguir mis metas. Y a mis cuatro amuletos, por inyectar amor y actitud a mi vida, especialmente a mi incondicional, Zuzú.

**Pavel Giovani Mora Quispe** En primer lugar, agradezco a Dios y a la Virgen Asunta por siempre estar conmigo y ayudarme en todo el transcurso de mi carrera. Dedicado a mis queridos padres Esteban Mora y Consuelo Quispe por haberme apoyado en todo momento, por sus valores, sus consejos, sobre todo por confiar en mí y siempre motivarme a seguir adelante. Se la dedico de todo corazón, gracias a ustedes estoy aquí dando mi último paso para culminar mis estudios. Los amo. A mi pareja Adriana Mora y madre de mi hijo Alessio Valentin quien está en camino, cuyo amor y cariño han sido la mayor bendición en mi vida, son y serán la motivación principal de seguir adelante. A mi hermano Estefano Mora por todo su apoyo incondicional, espero le sirva de ejemplo y motivación de que todo se puede lograr. Finalmente, a mis abuelos Esteban Mora, Francisca Yancay, Ruperto Quispe y Cornelia Condori, quienes desde el cielo supieron guiarme a lo largo de este proceso.

#### Agradecimientos generales

Expresamos nuestro sincero y eterno agradecimiento nuestra universidad, Alma Mater, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco por habernos albergado en sus aulas y brindado los conocimientos científicos necesarios para lograr este objetivo. A nuestros docentes de la Escuela profesional de Ingeniería Eléctrica, por la sabiduría transmitida, la cual nos permite hoy desarrollarnos profesionalmente. Agradecemos también a nuestro Asesor de Tesis el Ing. Manuel Lau Pacheco por habernos brindado la oportunidad de recurrir a su capacidad y extenso conocimiento científico, así como también habernos tenido la paciencia para guiarnos durante toda la elaboración de la tesis. A nuestros dictaminantes, Dr. Willy Morales Alarcón y al Ing. Mario Gonzales Vargas, quienes brindaron tiempo, experiencia y conocimiento en el desarrollo de la tesis Y para finalizar, agradecemos también a todos los compañeros, durante todos los ciclos universitarios, ya que, gracias al compañerismo, amistad y apoyo moral brindado, aportaron y alentaron nuestro camino por las aulas de nuestra amada carrera profesional.

# Resumen

El presente trabajo de investigación se desarrolla a partir del estudio de nuevos métodos de implementación para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla por apertura en sistemas eléctricos de potencia (SEP), la cual, conlleva a que el SEP sea más robusto y confiable en su respuesta ante disturbios que pueden afectar su estabilidad.

Dichos métodos son desarrollados de acuerdo a sus características. Para este estudio se implementó el método de superficie límite de energía potencial (PEBS), el cual, al poseer la característica de ser un método directo (no realiza la integración numérica de las ecuaciones diferenciales) puede ser utilizado en tiempo real debido al poco consumo computacional que obtiene.

Este estudio contempla la implementación del método PEBS a un sistema simulado (Sistema IEEE 14 barras), así como a un sistema real (Sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase) para el análisis ante datos simulados y reales para obtener la respuesta del PEBS ante diferentes situaciones y distrubios.

**Palabras Claves:** Energía Potencial, PEBS, Máquina Síncrona, Tiempo crítico de liberación de falla

# Abstract

This research work is developed from the study of new implementation methods for calculating the critical opening time in electrical power systems (SEP), which leads to the SEP being more robust and reliable in its response. disturbances that can affect its stability.

These methods are developed according to their characteristics. For this study, the potential energy boundary surface (PEBS) method was implemented, which, having the characteristic of being a direct method (it does not perform the numerical integration of the differential equations) can be used in real-time due to the little computational consumption obtained.

This study contemplates the implementation of the PEBS method in a simulated system (IEEE 14-bus System), as well as a real system (Machupicchu Electrical System) for the analysis of simulated and real data and to obtain the PEBS response to different situations and disturbances

**Keywords:** Potencial Energy, PEBS, Syncrhonous Machine, Critic fault release time

# Índice general

Ín	dice d	le cuadros	XII
Li	sta de	e Tablas	XII
Ín	dice d	le figuras	XIII
Li	sta de	e Figuras	XV
1.	Intro	oducción	1
	1.1.	Descripción del Problema	
	1.2.	Problema General	
		1.2.1. Problemas Específicos	
	1.3.	Objetivo General	4
		1.3.1. Objetivos Específicos	4
	1.4.	Hipótesis General	4
		1.4.1. Hipótesis Específicas	4
		1.4.2. Variables e Indicadores	5
	1.5.	Ámbito geográfico	5
	1.6.	Metodología de la investigación	7
		1.6.1. Enfoque de la investigación	7
		1.6.2. Nivel de Investigación	7

		1.6.3.	Diseño de Investigación	7
		1.6.4.	Población	7
		1.6.5.	Unidad de Análisis	7
		1.6.6.	Periodo de análisis de datos	7
		1.6.7.	Técnica de recolección de datos	8
		1.6.8.	Instrumento	8
		1.6.9.	Procesamiento de datos	8
		1.6.10.	Límites de investigación	8
	1.7.	Organ	ización del texto	8
2.	Mar	co Teór	rico	9
	2.1.	Antece	edentes del problema	9
	2.2.	Tesis o	con aplicaciones similares	10
	2.3.	Bases	teóricas	11
		2.3.1.	Formulación matemática de estabilidad	11
		2.3.2.	Modelo clásico del generador síncrono	13
		2.3.3.	Funciones de energía	16
		2.3.4.	Criterio de áreas iguales	17
	2.4.	Model	o de la red eléctrica reducida	20
		2.4.1.	Función de Energía para un Sistema Multimáquina con Barra Infinita (SMBI) con Modelo de Carga No Lineal	21
		2.4.2.	Incorporación del Modelo de Carga No Lineal al Método de la Función de Energía Transitoria para Sistemas Multimáquinas	23
		2.4.3.	Ecuación de Equilibrio y Potencia Eléctrica	24
		2.4.4.	Ecuaciones de Equilibrio Referidas al Centro Inercial	26
		2.4.5.	Formulación de la Función de Energía Transitoria a los Nodos Internos con Modelos de Carga no Lineales.	29
		2.4.6.	Modelo de la red eléctrica	31

		2.4.7.	Ecuaciones de energía de un SEP	36
		2.4.8.	Margen de estabilidad de energía de un SEP	39
3.	Mét	odo de	superficie límite de energía potencial (PEBS)	40
	3.1.	Funda	mento matemático	41
		3.1.1.	El método PEBS aplicado al SEP conectado a una barra infinita	42
		3.1.2.	El método PEBS aplicado a un sistema multimáquina	44
		3.1.3.	Puntos de equilibrio estables e inestables	44
	3.2.	Marge	n de Energía Transitoria, Elementos y Definiciones	46
		3.2.1.	Energía Crítica	46
		3.2.2.	Corrección de la energía crítica debido al cambio en la referencia	47
		3.2.3.	Energía crítica corregida	47
		3.2.4.	Energía al momento de liberar la falla.	47
		3.2.5.	Energía cinética corregida.	48
		3.2.6.	Energía corregida al momento de liberar la falla	49
		3.2.7.	Margen de energía normalizado	49
		3.2.8.	Modo de disturbio.	50
	3.3.	Metod del Me	lología para Evaluar la Función de Energía con la Incorporación odelo de Carga Estática no Lineal.	51
		3.3.1.	Introducción.	51
		3.3.2.	Procedimiento general	51
		3.3.3.	Incorporación de las cargas estáticas no lineales	53
	3.4.	Tiemp	o crítico de liberación de falla	57
4.	Apli	cación	y Resultados	58
	4.1.	Sistem	a IEEE 14 barras	58
		4.1.1.	Implementación del PEBS al sistema IEEE 14 barras	61
	4.2.	Sistem	a Eléctrico de Machupicchu	68

4.2.1. Análisis de estabilidad con valores reales en el sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase	68	
4.2.2. Implementación del PEBS al sistema real de Machupicchiu $\ . \ .$	71	
A. MATRIZ DE CONSISTENCIA DE LA INVESTIGACIÓN	83	
B. MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	86	
C. Ficha técnica de las unidades de generación de la primera etapa - Sistema Machupicchu - Cachimayo	ı 88	
D. Placa caracterítica y diagrama unifilar 92		
E. Código fuente en Matlab 9		
Bibliografía	107	
Bibliografía 10		

# Índice de cuadros

1.1.	Salidas intempestivas de unidades de generación en el SEIN	2
1.2.	Salidas intempestivas de unidades de generación en el SEIN por influen- cia de protecciones eléctricas	3
4.1.	Valores terminales del sistema IEEE 14 barras	59
4.2.	Valores de línea del sistema IEEE 14 barras	60
4.3.	Valores de carga del sistema IEEE 14 barras	60
4.4.	Casos implementados al sistema IEEE 14 barras	61
4.5.	Tiempo de apertura crítico para el caso 1	61
4.6.	Tiempo de apertura crítico para el caso 2	63
4.7.	Tiempo de apertura crítico para el caso 3	65
4.8.	Parámetros de la máquina síncrona 01 de la C.H. de Machupicchu $\ .\ .$	69
4.9.	Parámetros de la línea de transmisión 1001	69
4.10.	Casos implementados al sistema eléctrico de Machupicchu	71
4.11.	Caso 1 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu	72
4.12.	Caso 2 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu	74
4.13.	Caso 3 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu	77
B.1.	Operacionalización de Variables	87

# Índice de figuras

1.1.	Diagrama Unifilar del SEIN SUR	6
2.1.	Sistema conectado a una barra infinita	14
2.2.	Curva de las funciones de energía	17
2.3.	Curva ángulo-potencia de un SEP conectado a una barra infinita . $\hdots$ .	18
2.4.	Equivalente de dos máquinas del SMBI	21
2.5.	Modelo de la red eléctrica	32
3.1.	Puntos de equibrio de un sistema	41
3.2.	Estimación local del límite de estabilidad	42
3.3.	Diagrama de flujos común para el Método de la Función de la Energía Transitoria	52
3.4.	Flujograma del método PEBS aplicado a un SEP	57
4.1.	Diagrama del sistema IEEE 14 barras	59
4.2.	Matriz postfalla para el caso 1	61
4.3.	Velocidad de los generadores para el caso 1	62
4.4.	Ángulo de los generadores para el caso 1	62
4.5.	Ángulo del rotor de los generadores para el caso 1	63
4.6.	Matriz postfalla para el caso 2	63
4.7.	Velocidad de los generadores para el caso 2	64
4.8.	Ángulo del rotor los generadores para el caso 2	64

4.9.	Ángulo de los generadores para el caso 2	65
4.10.	Matriz postfalla para el caso 3	65
4.11.	Velocidad de los generadores para el caso 3	66
4.12.	Ángulo del rotor de los generadores para el caso 3	66
4.13.	Velocidad de los generadores para el caso 3	67
4.14.	Sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase conectado a una barra infinita	68
4.15.	Triángulo de potencia para el grupo 01 de la C.H. Machupicchu $\ .\ .\ .$	69
4.16.	Representación clásica del sistema eléctrico Machupicchu	70
4.17.	Matriz postfalla de la C.H. de Machupic chu para el caso 1 $\ .\ .\ .$ .	72
4.18.	Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1	72
4.19.	Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupic chu para el caso $1$ .	73
4.20.	Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1	73
4.21.	Gráficos de las energías y tiempo cítico del G1 para el caso 1	74
4.22.	Matriz postfalla de la C.H. de Machupic chu para el caso 2 $\ \ldots \ \ldots$	74
4.23.	Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupic chu para el caso $2$	75
4.24.	Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 2	75
4.25.	Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupic chu para el caso $2$ .	76
4.26.	Gráficos de las energías y tiempo crítico del G1 para el caso 2 $\ .\ .\ .$	76
4.27.	Matriz postfalla de la C.H. de Machupic chu para el caso 3 $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	77
4.28.	Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupic chu para el caso $3$	77
4.29.	Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupic chu para el caso ${\bf 3}$	78
4.30.	Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 3	78
4.31.	Gráficos de las energías y tiempo c pritico del G2 para el caso 3	79

C.1.	Ficha Ténica de la central hidroeleçtrica de Machupic chu - Fase I $\ .\ .$ .	89
C.2.	Datos de la unidad de generación 1 (G1) de la central hidroeléctrica de Machupicchu - Fase I	90
C.3.	Datos de la unidad de generación 1 (G1) de la central hidroeléctrica de Machupicchu - Fase I	91
D.1.	Esquema Unifiliar barra sistema eléctrica Machupicchu	93
D.2.	Placa Característica del transformador de la barra de 138 KV EGEMSA	94
D.3.	Diagrama unifilar Sistema Eléctrico Machupicchu - Cachimayo	95
E.1.	Código principal del método PEBS	96
E.2.	Código principal datos de líneas	97
E.3.	Código principal Flujo de potencia	98
E.4.	Código principal PEBS	99
E.5.	Código principal máxima energía potencial	99
E.6.	Código principal solución de ecuaciones diferenciales	100
E.7.	Código principal matriz Y-Bus	101
E.8.	Código principal matriz generadores	102
E.9.	Código principal matriz generadores	103
E.10	.Código principal IEEE 14 barras datos	104
E.11	.Código principal matriz - Red	105
E.12	.Diagrama de bloques del rotor	106

# 1 Introducción

Contingencias en los sistemas eléctricos de potencia (SEP) son inevitables y es de responsabilidad de los operadores mantener la confiabilidad del sistema. Por consiguiente, el estudio de los impactos en este se vuelve fundamental, entre estos estudios se encuentra el de análisis de estabilidad transitoria. Este estudio consiste en determinar de tiempo crítico de liberación de falla, evaluando la estabilidad angular, es decir, la robustez de los generadores síncronos del SEP para mantenerse en sincronismo después de haber sufrido una perturbación. El tiempo crítico de liberación de falla es fundamental para definir los tiempos en los dispositivos de protección y coordinación del sistema.

Implementación del cálculo de tiempo crítico en tiempo real son más adecuados para un control constante del SEP, por lo cual, métodos energéticos son más viables de usar debido a que son métodos directos capaces de estudiar la estabilidad de los sistemas sin necesidad de conocer la solución de las ecuaciones diferenciales (Lorenzo (2004)), (Khan et al. (2013)), (Mourinho and Assis (2022)).

El método de superficie límite de energía potencial (PEBS), es un método directo, es decir, no realiza la integración numérica de las ecuaciones diferenciales. Por consiguiente, este método podría ser aplicable para uso en tiempo real por su eficiencia computacional (Bretas and Alberto (2000)). Es posible obtener una estimación del área de puntos de equilibrio estable del sistema, sin necesidad de calcular los puntos inestables (Lyapunov (1992)), (Stevenson (1986)). Este método esta basados en argumentos heurísticos que condujeron a una buena estimación del verdadero tiempo crítico de pérdida de sincronismo (Bretas and Alberto (2000)), (Theodoro (2010)).

El presente trabajo de investigación pretende aplicar el método PEBS a un SEP de prueba, el cual viene a ser el SEP de 14 barras IEEE (Bhandakkar and Mathew (2018)), (Jena et al. (2021)), posteriormente aplicar el método PEBS, a un sistema real conformado por la central hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase, para poder encontrar el tiempo de liberación de falla crítico de dicho sistema será desarrollada una interfaz gráfica en el software matlab (el cual permitirá obtener la estimación del área de puntos de equilibrio del SEP a prueba en un tiempo computacional razonable). De la misma forma, con apoyo del software Matlab se podrán obtener los gráficos del comportamiento de los generadores para ambos casos de estudio (SEP de prueba y real).

## 1.1. Descripción del Problema

La estabilidad en los SEP viene a ser la habilidad de un sistema de mantenerse en equilibrio después de haber sufrido una perturbación física (fallas en línea, barra, etc.), de tal forma que ante la variación de los parámetros, el SEP se encuentra en sincronismo (Kundur et al. (1994)). Ejemplos de grandes perturbaciones pueden ser: Cortocircuito, pérdida de generación por la desconexión de uno o más generadores, pérdida de líneas de transmisión o aumento, disminución o desconexión de una carga.

Debido a la complejidad de las perturbaciones, la característica no lineal de los generadores síncronos y de los elementos del SEP (Líneas de transmisión, cargas eléctricas, etc.). Las respuestas de estos elementos del SEP tienen una influencia significativa sobre los angulos del rotor de los generadores (Bretas and Alberto (2000)). Por tanto, el estudio de mantener en sincronismo los generadores en un periodo de tiempo corto después de una perturbación se vuelve vital para el análisis de estabilidad de un SEP (Isidro (1999)).

Con la finalidad de obtener una respuesta rápida y que pueda ser usada en tiempo real, será aplicado el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) (Chiang et al. (1988a)), (Isidro (1999)), el cual, al poseer la característica de ser un método directo, es decir, no realiza la integración numérica de las ecuaciones diferenciales de los elementos del SEP después de una perturbación, en cambio, realiza una estimación del área de los puntos de equilibrio estables del sistema, la cual, viene a ser la estimación del tiempo crítico de liberación de falla (Petelo (2022)), con el propósito de poder dar robustez y confiabilidad al SEP y poder evitar la pérdida de sincronismo de las unidades de generación, salidas intempestivas de líneas de transmisón, cargas, etc, como puede observarse en la cuadro (1.1), (1.2). Adicionalmente, mejorar el tiempo de respuesta de un SEP ante una perturbación que pueda desbalancear el normal funcionamiento de este, proporcionando robustez y confiabilidad. Finalmente, este método podría ser usado en tiempo real debido a su eficiencia computacional.

Central	Causa
	Desconectaron los generadores G1 y G2 de la C.H.
DESCONEXIÓN DE LA C.H.	Matucana con 116.36 MW en total, por falla del
MATUCANA POR FALLA	grupo diesel que se encontraba alimentando los
	servicios auxiliares
DESCONEXIÓN DE LAS CC.HH.	Desconectaron las CC.HH. San Ignacio y San
SAN IGNACIO Y SAN ANTONIO	Antonio con 0.6 MW debido a la desconexión
POR FALLA	de la línea de 15 kV de Bateas
DESCONEVIÓN DE LA CH	Desconectó la C.H. San Ignacio con 0.27 MW
DESCONEATON DE LA C.H.	por actuación de su sistema de protección debido
SAN IGNACIO POR FALLA	a variación de carga en instalaciones de la Minera
LAILKINA	Bateas

Cuadro 1.1: Salidas intempestivas de unidades de generación en el SEIN Fuente: (COES, 2023)

Central	Causa
	Se produjo la desconexión del generador G1
DESCONEXIÓN DEL GENERADOR	de la C.H. Yuncán cuando generaba 30.30 MW,
G1 DE LA C.H. YUNCÁN	por pérdida de alimentación de 125 VDC en el
	tablero de distribución de la casa de máquinas.
DESCONEVIÓN DEL CENEDADOR	Se produjo la desconexión del generador G1 de
C1 DE LA CH DOECHOS II DOD	la C.H. Poechos II con 2.66 MW por causa de
GI DE LA C.H. FOECHOS II FOR	relé de disparo 86M, 1VU-230 VAC control de
FALLA	tensión baja.
	Desconexión del generador G1 de la C.H. Ángel II
DESCONEXIÓN DEL GENERADOR	con 5 MW por actuación de sus protecciones,
G1 DE LA C.H. ÁNGEL II	debido a falso contacto en el controlador principal
	de las bombas del HPU.

Cuadro 1.2: Salidas intempestivas de unidades de generación en el SEIN por influencia de protecciones eléctricas

Fuente: (COES, 2023)

## **1.2.** Problema General

¿En que forma la implementación del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) influirá en el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina?

#### 1.2.1. Problemas Específicos

- 1. ¿De qué manera el implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) mejorará el análisis de estabilidad para estimar la región de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina?
- 2. ¿De qué manera el desarrollo de una plataforma con el software de Matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) influirá en el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina?
- 3. ¿De qué manera la implementación del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) podría minimizar el esfuerzo computacional del cálculo de tiempo crítico de liberación de falla en un sistema multimáquina?

## 1.3. Objetivo General

Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina de una formas más rápida y sencilla.

#### 1.3.1. Objetivos Específicos

- 1. Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para estimar la región de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina de una forma rápida.
- 2. Desarrollar una plataforma con el software matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema de multimáquina.
- 3. Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para minimizar el esfuerzo computacional en el cálculo de tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina estimando la región de puntos estables e inestables.

## 1.4. Hipótesis General

Al implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) se podrá calcular el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina de una forma más rápida y confiable.

#### 1.4.1. Hipótesis Específicas

- 1. Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) permitirá estimar la región de estabilidad de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina.
- 2. Desarrollar una plataforma con el software Matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) permitirá obtener el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina de una forma rápida.
- 3. Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) minimizará el esfuerzo computacional del cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina al estimar las regiones estables e inestables.

#### 1.4.2. Variables e Indicadores

Implementación del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina - Cusco 2023.

#### Variable Independiente:

Método de superficie límite de energía potencial (PEBS)

#### Indicadores:

- Ángulo del rotor del generador síncrono
- Software de Matlab
- Funciones de energía del sistema de potencia

#### Variable Dependiente:

Tiempo crítico de liberación de falla para un sistema multimaquina

#### Indicadores:

- Estado dinámico del sistema multimáquina.
- Área de puntos de equilibrio estables del sistema multimáquina.
- Eficiencia computacional en el cálculo de resultados

# 1.5. Ámbito geográfico

Para el presente trabajo de investigación, se utilizará el ámbito geográfico de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase, el cual, pertenece a la empresa de generación eléctrica Machupicchu (EGEMSA) ubicada en el kilómetro 123 de la línea férrea Machupicchu - Santa Teresa en la provincia de Urubamba en la región de Cusco, cuyo diagrama unifilar se puede observar en la figura 1.1.

- Posee 4 grupos de generación, los cuales fueron distribuidos en 2 etapas: la primera etapa se encuentra formada por tres unidades con turbina pelton de 33 MW cada una generando un total de 99 MW.
- Línea de transmisión 1001 (Línea Machupicchu Cachimayo) posee una longitud de 76.80 km, impedancia de 22.96 Ohm, transmite un voltaje de 138 KV con una potencia de 7 MVA.



Figura 1.1: Diagrama Unifilar del SEIN SUR Fuente: (OSINERGMIN, 2020)

## 1.6. Metodología de la investigación

#### 1.6.1. Enfoque de la investigación

La presente tesis es un trabajo de tipo cuantitativo aplicado, ya que busca implementar un método para poder obtener el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.

#### 1.6.2. Nivel de Investigación

El presente trabajo de investigación posee el nivel de tipo explicativo, debido a que se propone aplicar una metodología para obtener el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.

#### 1.6.3. Diseño de Investigación

La presente tesis tiene un diseño de investigación experimental debido a que estudia las variables dependientes e independientes con la finalidad de poder minimizar el periodo de cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.

#### 1.6.4. Población

La población de este presente proyecto de investigación viene a ser el sistema de potencia IEEE 14 barras y el sistema real de la central hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase.

#### 1.6.5. Unidad de Análisis

El sistema de prueba IEEE 14 barras y el sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase.

#### 1.6.6. Periodo de análisis de datos

El periodo de análisis de datos corresponderá al comportamiento de los generadores del sistema IEEE 14 barras y de la central hidroeléctrica de Machupicchu primera fase cuando este se encuentren en estado dinámico.

#### 1.6.7. Técnica de recolección de datos

Técnica de recolección de datos será de manera bibliográfica y con información técnica brindada por pesquisa anteriores correspondientes al estudio del comportamiento dinámico de un sistema multimáquina.

#### 1.6.8. Instrumento

Instrumento de este trabajo de investigación será el software Matlab usado con la finalidad de implementar las ecuaciones requeridas para obtener el tiempo crítico de liberación de falla de una forma rápida, así como conocer el comportamiento de un sistema multimáquina en estado dinámico.

#### 1.6.9. Procesamiento de datos

Se efectuará un análisis de las ecuaciones y modelos definidas por otros autores y recopilación bibliográfica de los antecedentes del proyecto de investigación.

#### 1.6.10. Límites de investigación

El cálculo del tiempo crítico de apertura de los grupos de generación de la primera etapa de la central hidroeléctrica de Machupicchu y del sistema IEEE 14 barras.

## 1.7. Organización del texto

El texto está organizado de la siguiente manera:

- Capítulo 2 muestra el marco teórico de la funciones de energía y del modelamiento tanto de la máquina síncrona como de la red eléctrica reducida para el análisis del sistema multimáquina.
- Capítulo 3 explica el funamento matemático del método de superficie límite de energía potencial, así como, kas regiones de operación estable e inestable para el análisis del sistema multimáquina.
- Capítulo 4 muestra el sistema IEEE 14 barras usado para implementar el método de superficie límite de energía potencial con la finalidad de calcular el tiempo crítico de liberación de falla de los generadores de dicho sistema.
- Anexo A muestra la matriz de consistencia del presente proyecto de tesis.

# 2 | Marco Teórico

### 2.1. Antecedentes del problema

Actualmente el tema de investigación propuesto no se ha desarrollado en la Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, sin embargo, a nivel internacional se han desarrollado investigaciones similares como:

(Petelo (2022)) en su disertación de Maestría "Aplicación del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) a un modelo de barra semi-infinita de una máquina única para el análisis de Lyapunov de microredes". El objetivo es encontrar el tiempo crítico de despeje (CCT) aplicando el análisis de Lyapunov específicamente en microredes, donde, el método PEBS es comparado con otros métodos establecidos en la literatura científica para calificar su precisión y eficiencia en protección de microredes.

(Eidiani (2021)) en su artículo científico "**Protección de sobreintensidad direccional adaptativa teniendo en cuenta la restricción de estabilidad**". Se presenta un modelo y una simulación en el dominio del tiempo de un relé de sobrecorriente direccional con corriente de arranque adaptativa proporcionada por un sistema difuso, en el cual, para el cálculo del tiempo crítico de estabilidad se consideraron los métodos de bisección y superficie límite de energía potencial (PEBS).

(Shabani and Kalantar (2021)) en su artículo científico "Detección de estabilidad transitoria en tiempo real en un sistema de potencia con alta penetración de parques eólicos basados en DFIG que utilizan la función de energía transitoria". Se presenta un nuevo enfoque para la inestabilidad transitoria en tiempo real, para la simulación se utiliza un sistema de barra infinita nuevo de una sola máquina con alta penetración eólica. El método PEBS será aplicado con datos posteriores a una falla en el sistema de energía para obtener el impacto de la alta penetración de la energía eólica y la detección de inestabilidad transitoria basado en la superficie límite de energía potencial (PEBS).

(Eidiani (2021)) en su artículo científico "Un método de flujo de carga de ecuación diferencial eficiente para evaluar la capacidad de transferencia dinámica disponible con parques eólicos". En el cual, se propone un flujo de carga de ecuación diferencial en un enfoque innovador para convertir un modelo de flujo de carga en un sistema dinámico ficticio, donde, se utiliza una estimación de la superficie límite de energía potencial para determinar la estabilidad transitoria para encontrar tres puntos de operación estables para su uso en el algoritmo de determinación de la capacidad de trasnferencia estática disponible.

(Eidiani and Teimoori (2019)) en su artículo científico "Análisis de estabilidad transitoria de la red eléctrica en presencia de generadores asíncronos que utilizan el método de superficie límite de energía potencial PEBS". En el cual, se analiza la inercia del sistema eléctrico sobre la estabilidad transitoria con presencia de generadores asíncronos utilizando funciones de energía. Se realiza una evaluación para obtener el tiempo crítico de despeje (CCT), donde, son utilizados 3 métodos: punto de equilibrio inestable más cercano, punto de equilibrio inestable de control y la superficie límite de energía potencial (PEBS).

## 2.2. Tesis con aplicaciones similares

(Theodoro (2010)) realiza la tesis (Universidad de Sao Paulo): **"Desarrollo de una herramienta computacional para el análisis dinámico de seguridad, en el con**texto de estabilidad transitoria, de sistemas de energía eléctrica mediante métodos directos", la cual plantea los siguientes objetivos y conclusiones:

#### **Objetivos:**

- Desarrollar un esquema eficiente de clasificación de contingencias en tiempo real que asegure o posibilite el análisis de seguridad dinámico en sistemas eléctricos de potencia de gran porte.
- Implementación de clasificadores basados en métodos directos para sistemas eléctricos de potencia de gran porte, utilizando funciones de energía numéricas para modelos reducidos.

#### **Conclusiones:**

- Alta precisión de clasificaicón de casos estables y rapidez en los resultados.
- Desempeño robusto en relación a las condiciones de operación del sistema el cambio de topología del mismo y una gran adaptabilidad en tiempo real.

(Fortulan and Alberto (2019)) realiza la tesis (Universidad de Sao Paulo): "Análisis de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia con incertezas paramétricas", la cual plantea las siguientes conclusiones:

#### **Conclusiones:**

En este trabajo se desarrolló una metodología para obtener el tiempo crítico de apertura más corto considerando todas las incertidumbres paramétricas del sistema. Su aplicación proporcionó buenos resultados a una fracción del coste computacional del método de Monte Carlo. De esta forma, es apto para aplicaciones reales y en tiempo real, proporcionando una evaluación rápida de la robustez y seguridad del sistema en su situación actual para el operador. Es de destacar que los autores están investigando la extensión de la metodología propuesta en este trabajo para incluir incertidumbres en todos los períodos (pre, durante y post-falla), así como aplicar el resultado a otros métodos directos como el BCU (Utilización del Control de Frontera).

### 2.3. Bases teóricas

En este capítulo se presentará los fundamentos básicos relacionados con el estudio de estabilidad transitoria. Este estudio se basa en el modelo clásico del generador sincrono. En base a este modelo se definen las expresiones de energía para condiciones falla y post-falla.

#### 2.3.1. Formulación matemática de estabilidad

El estudio de estabilidad transitoria se relaciona con la capacidad de un SEP de mantenerse en sincronismo después de haber sufrido una perturbación (corto circuito, salida intempestiva de algún elemento del SEP, etc.) que conlleva a un cambio en la condición y topología del sistema.

Considerando la siguiente expresión (2.1) que representa el comportamiento dinámico de un SEP:

$$\dot{x} = f(x(t)), \quad x(0) = 0$$
(2.1)

Donde x representa un vector de dimensión "n", f viene a ser el campo vectorial de dimensión n, finalmente, x(0) representa la condición inicial del sistema.

Como el campo vectorial f se encuentra definida en una vecindad D y con la condición de que el sistema es autónomo (la solución x(t) es independiente del tiempo inicial), se considera que  $x(0) \in D$ , por tanto, la solución en x(t) será existente y única.

Consecuentemente, a partir ecuación (2.1) se puede obtener los puntos de equilibrio de un sistema expresado en el conjunto de soluciones de la ecuación (2.2):

$$\dot{x} = f(x) = 0 \tag{2.2}$$

Finalmente, los puntos de equilibrio obtenidos podrán ser clasificados según sus propiedadades estables o inestables, en concordancia con los criterios mostrados en los siguientes secciones.

#### 2.3.1.1. Criterios de puntos estables e inestables

Según (Hassan et al. (2002)), (Chiang and Alberto (2015)) un sistema no lineal puede llegar a tener varios puntos de equilibrio aislados.

$$x = 0, \qquad f(0) = 0 \tag{2.3}$$

Se puede deducir que para el punto de equilibrio deseado es la solución de la ecuación (2.3). Por consiguiente, las soluciones siguientes tendrán de referencia como punto de equilibrio x = 0.

#### 2.3.1.2. Estabilidad de puntos según Lyapunov

Considerando la expresión (2.1) y aplicando la primera definición del teorema de Lyapunov, se obtiene las siguientes definiciones:

El punto de equilibrio de origen x = 0 se define:

- Estable, si para  $\varepsilon > 0$  existe un  $\delta > 0$ , entonces:  $||x(0) < \delta|| \rightarrow ||x(t)|| < \varepsilon, \quad \forall t > 0$
- Inestable, si no cumple con la condición de estabilidad, es decir, x(0) no posee algún punto de equilibrio.
- As intóticamente estable, si es estable y si  $\delta$  puede ser considerado, de modo que: x = 0 es as intóticamente estable cuando:  $\dot{V}(x) < 0$  en  $D - \{0\}$

En base a estas condiciones de estabilidad de puntos de equilibrio, se analizará los puntos de equilibrio de un SEP.

Mayor información sobre estabilidad de puntos de equilibrio según Lyapunov, puede encontrarse en (Gordillo (2009)), (Medina (2020)).

En este trabajo de investigación se considerará que el SEP se encuentra en equilibrio para su condición inicial, consecuentemente, para la condición postfalla la condición inicial para el SEP será el mismo punto de equilibrio del sistema cuando se encontraba en estado estable previo al disturbio.

Analíticamente, el problema de estabilidad puede considerarse como una transición de un estado dinámico (disturbio), a otro estado denominado postfalla, los cuales pueden ser expresados mediante las siguientes ecuaciones (2.4), (2.6):

$$\dot{x} = f^F(x(t)), \quad 0 < t \le t_{LF}$$
  
 $x(0) = x_e$ 
(2.4)

$$\dot{x} = f(x(t)), \quad t_{LF} < t \le \infty \tag{2.5}$$

Donde:

Las funciones  $f^F$ , f describen el comportamiento dinámico del SEP cuando este en estado falla y postfalla, respectivamente.  $x_e$  viene a ser la condición inicial del SEP, es decir, punto de equilibrio estable previo al disturbio, donde, el tiempo inicial t sera considerado t = 0,  $t_{LF}$  viene a ser el tiempo de falla del disturbio, el cual, es disipado del sistema, (Isidro (1999)).

Un gran problema en estudios de estabilidad transitoria es el de determinar los puntos de equilibrio de un sistema en la condición de postfalla expresada en (2.6), el cual, si tiene un punto de equilibrio estable  $x_s$  cercano al punto de equilibrio antes del disturbio  $x_e$ , es prioridad determinar la convergencia de la trayectoria x(t) con condición inicial  $x(t_{LF})$  de  $x_s$  cuando t tiene a infinito. Consecuentemente, el máximo valor de  $t_{LF}$  que permita garantizar esto se denomina tiempo crítico de pérdida de sincronismo.

En base a la definición anterior se define una región de atracción de  $x_s$ , en el cual, la trayectoria postfalla convergerá a la solución requerida (Isidro (1999)), (Bretas and Alberto (2000)), (Petelo (2022)). La determinación de esta región de atracción es fundamental para los métodos directos en el estudio de estabilidad transitoria, sin embargo, con la aproximación de esta región mediante métodos aproximados se considera suficiente, como se expresa de la siguiente manera:

Uno de los conceptos más usados para aproximar el interior de esta región de atracción se expresa mediante la desigualdad  $V(x) < V_{CR}$ , donde, V(x) viene a ser una función de energía y  $V_{CR}$  viene a ser el valor crítico de la función de frontera de estabilidad.

Esta región de atracción está conformada mediante la unión de puntos inestables de equilibrio, los cuales, rodean al punto de equilibrio  $x_s$  por superficies multidimencionales llamadas variedades, (Isidro (1999)). En consecuencia, el método de superficie límite de energía potencial (PEBS), el cual, viene a ser un método directo y usado en la literatura científica, será utilizado para la identificación de la energía crítica.

#### 2.3.2. Modelo clásico del generador síncrono

En esta sección se presentará los conceptos teóricos de los métodos de energía para el análisis de estabilidad transitoria. Por consiguiente, se tomará como base un SEP conectado a una barra infinita mediante una línea de transmisión, como puede observarse en la figura 2.1, (Bretas and Alberto (2000)), (Isidro (1999)).



Figura 2.1: Sistema conectado a una barra infinita Fuente: (Isidro (1999))

Consecuentemente, el comportamiento dinámico del modelo presentado en la figura 2.1 puede ser representado mediante las siguientes ecuaciones (2.6), (2.7):

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \tag{2.6}$$

$$M_i \frac{d\omega}{dt} = P_{mi} - P_{ei} - D\omega_i \tag{2.7}$$

La expresión i = 1, 2, ..., n viene a ser el número de barras conectadas a un generador.

Donde:

- $\bullet~M$ representa la constante de inercia del generador
- *D* es el coeficiente de amortiguamiento del generador
- <br/>  ${\cal P}_m$  viene a ser la potencia mecánica del generador
- $\delta$  es el ángulo del rotor del generador
- $\omega$  viene a ser la velocidad angular del rotor del generador
- $P_e$  viene a ser la potencia máxima de salida

Cabe resaltar que la potencia máxima de salida  $(P_e)$  variará dependediendo si el SEP esta en estado estable o dinámico, el cual es representado mediante la expresión 2.8:

$$P_e = \frac{E_1 E_2}{X_L} \tag{2.8}$$

Donde:

- $E_1$  representa la tensión en los terminales del generador
- $E_2$  viene a ser la tensión en los terminales de la barra infinita
- $X_L$  es la reactancia de la línea de transmisón

Consecuentemente, la constante de inercia M puede ser relacionada con otra constante del generador (la constante de inercia H), dicha relación es expresada en la ecuación (2.9):

$$M_i = \frac{H_i}{\pi f_0} \tag{2.9}$$

Donde  $f_0$  viene a ser la frecuencia fundamental de tensión y corriente eléctrica.

En base a la teoría descrita en la subsección 2.3.1.2, los puntos de equilibrio del sistema (2.6) - (2.7) vienen a ser:

$$\omega = 0 \tag{2.10}$$

$$\delta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{P_m}{P_e}\right) + k\pi; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2$$
(2.11)

Para poder verificar si los puntos de equilibrio serán estables o no, se hace una evaluación en las series de taylor (2.12) alrededor de  $(\omega, \delta)$  donde se obtiene los términos lineales:

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_e}{M} \cos\delta & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta \\ \omega \end{bmatrix}$$
(2.12)

Si para k = 0 entonces las raíces tendrán una parte real e imaginaria, por consiguiente, el punto de equilibrio será estable. Sin embargo, cuando k obtiene un valor diferente de 0, es decir, k = 1, K = -1, la raiz tiende a ser positiva y por ende los puntos de equilibrio serán inestables.

Los límites de la región de estabilidad expresados en la ecuaciones (2.6) - (2.7)(derivada de la energía potencial), se define como la energía acelerante del generador (2.13), el cual, está representado mediante la variacón de la energía potencial con respecto al ángulo de potencia relativo  $(\delta)$  de la barra infinita:

$$-\frac{\partial V_{PE}}{\partial \delta} = P_m - P_e sin\delta \tag{2.13}$$

El análisis de estabilidad consistirá en obtener la trayectoria de la condición postfalla del SEP.

Mayor información sobre el modelamiento clásico del generador síncrono, así como sus simplificaciones puede ser encontradas en (Kundur et al. (1994)), (Kimbark (1995)), (Bretas and Alberto (2000)), (Anderson and Fouad (2008)).

#### 2.3.3. Funciones de energía

Según (Isidro (1999)), considerando la energía potencial del SEP conectado a una barra infinita para el modelo clásico del generador síncrono (2.7) - (2.8) se expresa mediante las siguientes expresiones (2.14):

$$V_{PE} = -\int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e sin\delta) \, d\delta$$
$$V_{PE} = -P_m \delta - P_e cos\delta \tag{2.14}$$

Consecuentemente, las ecuaciones del modelo clásico del generador síncrono (2.7) - (2.8) puede expresarse en función de (2.14), como se puede observar en la ecuación (2.15):

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = -\frac{\partial V_{PE}}{\delta} \tag{2.15}$$

Según Bretas and Alberto (2000) realizando una multiplicación de (2.15) con  $\left(\frac{d\delta}{dt} = \omega\right)$ , se obtiene la siguiente expresión (2.16):

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{M\omega^2}{2} +_{PE} \right] = 0 \tag{2.16}$$

En consecuencia, la energía cinética y potencial se encuentran en función del tiempo, por lo cual, al exisitir una variación en la energía cinética en ese mismo instante de tiempo también surgirá una variación en la energía potencial. Por consiguiente, si la expresión (2.16) es igual a 0, esto indicará que es una constante (el SEP se encuentra en equilibrio).

Según (Isidro (1999)), (Bretas and Alberto (2000)), (Petelo (2022)) para las funciones de energía resulta más conveniente colocar su origen a las condiciones postfalla  $(\delta^s, 0)$ , en consecuencia, las funciones de energía cinética (2.17) y potencial (2.18) se expresan mediante las siguientes ecuaciones:

$$E_{cinetica}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i \omega_i^2}{2}$$
(2.17)

$$E_{potencial}(\delta) = \sum_{i=1}^{n} p_m(\delta_i - \delta_i^s) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j+1}^{n} p_e\left(\cos(\delta_{ij}) - \cos(\delta_{ij}^s)\right)$$
(2.18)

Finalmente, la energía total transitoria del SEP se expresa mediante la ecuación (2.19):

$$V(\delta,\omega) = \frac{M\omega}{2} - P_m(\delta - \delta^s) - P_e(\cos\delta - \cos\delta^s) = E$$
(2.19)

Donde E representa la energía total transitoria del SEP, la cual, resulta de la suma de la energía cinética y potencial.

La figura 2.2 muestra la relación entre la energía cinética y potencial de un SEP, de la misma forma, muestra los puntos de equilibrio estables e inestables de estas conectadas a una barra infinita.



Figura 2.2: Curva de las funciones de energía Fuente: (Lorenzo (2004))

Según (Lorenzo (2004)), en el punto de equilibrio estable  $\delta = \delta^s$ ,  $\omega^s = 0$ , no existe energía cinética, por lo tanto, la función de energía potencial se encuentra en un mínimo local, como puede observarse en la figura 2.2. De otra forma, los otros dos puntos de equilibrio  $\delta_I = \pi - \delta^s$  y  $\delta_I = -\pi - \delta^s$  se consideran puntos de equilibrio inestables llamados puntos silla (No tienen un mínimo local), en los cuales, la velocidad es 0 y la energía potencial tiene un máximo local. Por consiguiente, estos puntos de equilibrio representan puntos de equilbrio situados en la frontera de estabilidad para condiciones postfalla. El tiempo crítico de pérdida de sincronismo donde  $\delta = \delta_I$ , el rotor de la máquina posee una velocidad relativa  $\omega = 0$ , por tanto, la energía crítica se expresa mediante la ecuación (2.20), que representa el valor de la energía potencial en el punto de equilibrio inestable de interés:

$$V_{CR} = -P_m(\delta_I - \delta^s) - P_e(\cos\delta_I - \cos\delta^s)$$
(2.20)

#### 2.3.4. Criterio de áreas iguales

Cuando se presenta un disturbio en el SEP, este tiende a tener un desequilibrio de energía asocidada con los generadores síncronos, los cuales por su inercia tienden a oscilar, (Medina (2020)). Esto representa que la energía generada excedida se convierte en energía cinética conllevando a una pérdida de sincronismo cuando esta tiende a aumentar a niveles mayores de los permitidos. Por consiguiente, para evitar este exceso de energía los SEP deben poseer la capacidad de absorver dicha energía cinética para convertirla en energía potencial, llevando asi a un nuevo punto de equilibrio a los generadores síncronos (Petelo (2022)).

El criterio de áreas iguales permite una mejor comprensión del comportamiento del SEP cuando está sufriendo un disturbio, la figura 2.3 muestra la curva ángulopotencia para estados prefalla, falla y postfalla del SEP.



Figura 2.3: Curva ángulo-potencia de un SEP conectado a una barra infinita Fuente: (Lorenzo (2004))

En la figura 2.3, en el estado prefalla el valor del ángulo  $\delta$  viene a ser el valor del ángulo antes de la perturbación  $\delta = \delta_0$ , para el estado postfalla el valor del ángulo  $\delta$  viene a ser el ángulo de liberación de falla  $\delta = \delta_{LF}$  y finalmente el ángulo  $\delta$  en estado estable toma el valor de  $\delta = \delta_s$ . En consecuencia, el área ( $A_1$ ) representa la energía cinética que ha sido inyectada al SEP durante el disturbio, por lo cual, esta área se encuentra entre los ángulos  $\delta_0$  (ángulo antes del disturbio) y  $\delta_{LF}$  (ángulo de liberación de falla), adicionalmente, en esta área se encuentra la curva de las funciones de energía (figura 2.2).

El área  $A_2$  (figura 2.3) representa la energía potencial y a su vez representa la habilidad y robustez del SEP en estado postfalla de absorver la energía excedente. Finalmente, el SEP es estable en la teoría del criterio de áreas iguales, si el área  $A_1 < A_2$ , y de forma contraria es inestable si  $A_1 > A_2$ , Isidro (1999), Bretas and Alberto (2000), Lorenzo (2004), Eidiani and Teimoori (2019).
Por consiguiente, las ecuaciones para estado falla y postfalla se expresan de la siguiente forma (2.21):

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e sin\delta \tag{2.21}$$

Donde para el estado falla (2.22) y postfalla (2.23) la potencia eléctrica se expresa de la siguiente forma:

• Estado falla:

$$P_e^F = \frac{E_1 E_2}{X^F} \tag{2.22}$$

Estado postfalla:

$$P_{e}^{P} = \frac{E_{1}E_{2}}{X^{P}}$$
(2.23)

En el cual  $X^F$  representa la reactancia de falla, de la misma forma  $X^P$  viene a ser la reactancia en estado postfalla.

El área  $A_1$  (energía cinética ) está dada por:

$$A_{1} = \int_{\delta_{0}}^{\delta} {}^{LF}(P_{m} - P_{e}^{F}sin\delta) d\delta$$
$$= \int_{\delta_{0}}^{\delta} {}^{LF}M \frac{d\omega}{dt} d\delta$$

Substituyendo  $\omega$  por  $\frac{d\delta}{dt}$ , se obtiene, la energía cinética inyectada al SEP por el disturbio (2.24):

$$A_1 = \int_0^{\omega} {}^{LF} M\omega d\omega = \frac{1}{2} M(\omega^{LF})^2$$
(2.24)

La energía mostrada en el área  $A_3$  viene a ser la energía en el momento donde se libera el disturbio y se expresa mediante (2.25):

$$A_3 = -P_e(\cos\delta^{LF} - \cos\delta^s) - P_m(\delta^{LF} - \delta^s)$$
(2.25)

Consecuentemente, la energía total del SEP se representa mediante la suma de las energías en el área  $A_1$  y  $A_3$ , la cual se expresa mediante (2.26):

$$A_1 + A_3 = V(\delta, \omega) = \frac{1}{2}M\omega^2 - P_m(\delta - \delta^s) - P_e(\cos\delta - \cos\delta^s)$$
(2.26)

La energía potencial (área  $A_2$ ) (2.27) puede ser obtenida en base a la ecuación (2.15):

$$-\frac{\partial V_{PE}}{\delta} = P_m - P_e sin\delta$$

$$V_{PE} = A_2 = \int_{\delta_{LF}}^{\delta_I} (P_m - P_e sin\delta) \, d\delta$$

$$A_2 = V_{PE}(\delta_I) - V_{PE}(\delta^{LF})$$
(2.27)

Sumando las áreas  $A_2$  y  $A_3$  se puede obtener la energía crítica del SEP:

$$A_2 + A_3 = 2P_e \cos(\delta^s) - P_m(\pi - 2\delta^s)$$
(2.28)

En base a la ecuación (2.19), se obtiene la energía crítica del SEP (2.30):

$$V(\delta,\omega)|_{\delta=\delta_{I};\omega=0} = -P_{m}(\pi - 2\delta^{s}) + 2P_{e}\cos\delta^{s} = A_{2} + A_{3} = V_{EP}(\delta_{I}) = V_{CR}$$
(2.29)

En consecuencia por el criterio de áreas iguales, para un sistema estable  $(A_1 < A_2)$ , lo cual representa:

$$V(\delta,\omega) < V_{CR} \tag{2.30}$$

Donde  $V_{CR} = V_{EP}(\delta_I)$ .

Mayor información sobre el criterio de áreas iguales puede ser obtenida en (Isidro (1999)), (Bretas and Alberto (2000)), (Lorenzo (2004)), (Petelo (2022)), (Ledesma Larrea (2022)).

## 2.4. Modelo de la red eléctrica reducida

En esta sección se presenta un modelo de red eléctrica reducida para el análisis de estabilidad transitoria utilizando los métodos de energía. Dicho modelo se representa en base al modelo clásico de un SEP (Ecuación 2.7 -2.8), el cual como puede observarse en la figura 2.1, las máquinas síncronas son representadas mediante una fuente de voltaje constante en serie con la reactancia de línea  $(X_L)$  y por lo tanto las cargas eléctricas mediante impedancias constantes. Por tanto, su potencia se expresa de forma constante.

En el análisis dinámico de los generadores, los ángulos y la velocidad se encuentran en base a un centro de inercia, el cual, representa el movimiento de todo el generador y determina el comportamiento del sistema. Con respecto a esto, se puede desarrollar y obtener una función de energía relacionada a los términos dependientes cuando existe una perturbación.

## 2.4.1. Función de Energía para un Sistema Multimáquina con Barra Infinita (SMBI) con Modelo de Carga No Lineal

Para efectos del presente capítulo, se obtendrá la función de energía para un SMBI con modelo de carga no lineal a partir de lo visto en la sección 2.4. En el capítulo 3, sección 3.7 se explicará en detalle el método para obtener la función de energía de un sistema multimáquinas con modelos de carga no lineales y cada uno de los elementos que la componen.

Un SMBI con carga se puede representar como:



Figura 2.4: Equivalente de dos máquinas del SMBI. Fuente:Medina (2020)

Para cada generador, la constante de inercia M está dada por:

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e^F \operatorname{sen}\delta \tag{2.31}$$

Si  $M_2 \to \infty$ , entonces la constante de inercia del centro inercial sería:

$$M_T = \sum_{i=1}^2 M_i \cong \infty \tag{2.32}$$

La formulación del centro inercial queda entonces:

$$\delta_{CI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^2 \delta_i M_i \Rightarrow \delta_{CI} \cong 0$$
  
$$\dot{\delta}_{CI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^2 \delta_i M_i \Rightarrow \dot{\delta}_{Cl} = \omega_{CI} \cong 0$$
  
(2.33)

Ahora bien, para el caso del bus infinito se tiene que  $I_0I_0\delta_2 \Longrightarrow \omega_2 = 0$ , por lo tanto, el centro inercial y el bus infinito se encuentran en el mismo sitio. Por consiguiente, para  $G_1$  se tiene:

$$\theta_1 = \delta_1 - \delta_{CI} = \delta_1 \tag{2.34}$$

$$\omega_1 = \omega_1 - \omega_{CI} = \omega_1 \tag{2.35}$$

Lo anterior indica que la función de energía para un SMBI se puede obtener con los valores del generador del sistema; por lo que se vio en la sección 2.4, las ecuaciones de equilibrio de falla y de postfalla son:

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e^F \operatorname{sen} \delta_1 - E_1 I_{GL1} \cos\left(\delta_1 - \sigma_1\right)$$
(2.36)

у

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e^{max} \operatorname{sen} \delta_1 - E_1 I_{GL1} \cos\left(\delta_1 - \sigma_1\right)$$
(2.37)

Donde IGL es la inyección de corriente de la carga reflejada en el nodo interno del generador, la cual se explica en la sección 3.4; de la expresión (2.47), para un sistema sin conductancias de transferencia, la energía inyectada al sistema durante el periodo de falla, el cual comprende desde el PEE de prefalla hasta el momento de liberar la falla, es:

$$V\left(\delta_{lib},\omega_{lib}\right) = \int_{\delta_{1}^{e1}}^{\delta_{1}^{lib}} \left[ M \frac{d^{2}\delta}{dt^{2}} - P_{m} + P_{e}^{F} \sin \delta_{1} + E_{1}I_{GL1}\cos\left(\delta_{1} - \sigma_{1}\right) \right] dt$$
  
$$= \frac{1}{2}M\omega_{lib}^{2} - P_{m}\left(\delta_{1}^{lib} - \delta_{1}^{el}\right) - P_{e}^{F}\left(\cos \delta_{1}^{lib} - \cos \delta_{1}^{e1}\right)$$
  
$$+ \int_{\delta_{1}^{e1}}^{\delta_{1}^{lib}} E_{1}I_{GL1}\cos\left(\delta_{1} - \sigma_{1}\right) dt$$
  
(2.38)

Como se observó en la sección 2.4, la expresión (2.49) se conoce como la función de energía de un SMBI para el periodo de falla, de la misma manera, para el periodo de postfalla, se tiene:

$$V(\delta,\omega) = \int_{\delta_1^2}^{\delta_1^I} \left[ M \frac{d^2 \delta}{dt^2} - P_m + P_e^{\text{máx}} \sin \delta_1 + E_1 I_{GL,1} \cos (\delta_1 - \sigma_1) \right] dt$$
  
=  $-P_m \left( \delta_1^I - \delta_1^{e2} \right) - P_e^{\text{máx}} \left( \cos \delta_1^I - \cos \delta_1^{e2} \right)$   
+  $\int_{\delta_1^{e2}}^{\delta_1^I} E_1 I_{GL1} \cos (\delta_1 - \sigma_1) dt$  (2.39)

En la expresión (2.39), la cual representa la función de energía de un SMBI en el periodo de postfalla, no existe el término de energía cinética, pues tanto en ambos

puntos e2 y I, la velocidad angular es cero. De lo anterior, la función de energía para un SMBI con carga no lineal con red reducida a los nodos internos de generación es:

$$V(\delta,\omega) = -P_m \left(\delta_1 - \delta_1^{e2}\right) - P_e^{\max} \left(\cos \delta_1 - \cos \delta_1^{e2}\right) + \int_{\delta_1^2}^{\delta_1} E_1 I_{GL1} \cos \left(\delta_1 - \sigma_1\right) dt \quad (2.40)$$

Como se verá en el capítulo 3, el último término de la expresión (2.51) es una integral dependiente de la trayectoria, puesto que si existe una variación en el ángulo interno de generación, se provoca un nuevo valor en los voltajes de los nodos de la red y por consiguiente en la inyección de corriente reflejada en el nodo interno de generación IGL [2,86]; ésta inyección de corriente depende directamente del modelo de carga estática no lineal, como se verá en 3.4.

## 2.4.2. Incorporación del Modelo de Carga No Lineal al Método de la Función de Energía Transitoria para Sistemas Multimáquinas

#### 2.4.2.1. Introducción

En el análisis de estabilidad en sistemas de potencia, se otorga primordial importancia a las ecuaciones que delinean el comportamiento dinámico de los generadores síncronos. En consecuencia, el modelo empleado abarca los aspectos críticos que impactan el movimiento de los rotores de los generadores y sus sistemas de control correspondientes. La representación de la red de potencia contempla el nivel de detalle necesario para detectar cualquier influencia de la red en los pares eléctricos de los generadores.

De manera significativa, la red de potencia puede englobar elementos vitales que podrían ser sustancialmente afectados por el comportamiento dinámico de los rotores de los generadores síncronos durante el transitorio. Un ejemplo destacado son las cargas estáticas no lineales. En este capítulo, se desarrollará la función de energía para sistemas multimáquina, la cual integrará los modelos de cargas estáticas no lineales. Además, se discutirá la modificación que experimenta el método de la función de energía transitoria presentado previamente, debido a la inclusión de dichos modelos de carga no lineal.

#### 2.4.2.2. Obtención de las Impedancias y Corrientes de Carga.

En concordancia con la figura 2.5, se tienen n nodos de generación y el resto se considera nodos de carga (desde n + 1 hasta n + m). Las cargas de estos nodos se pueden modelar como se vio en la sección 3.2.4.1, de las siguientes formas:

#### Impedancia constante:

$$Y_{Li} = \frac{P_{Li}p_1 - jQ_{Li}q_1}{|V_i|^2} \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(2.41)

Las cargas calculadas a partir de la ecuación (3.7) se incorporan a la matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ .

#### Corriente constante:

$$I_{ICi} = \frac{P_{Li}p_2 - jQ_{Li}q_2}{V_i^*} \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(2.42)

Estas cargas no intervienen en la matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ , sin embargo, sí lo hacen al momento de calcular las potencias eléctricas de los generadores con la matriz de admitancias reducida a los nodos internos de generación.

#### **Potencia constante**:

$$S_i = P_{Li}p_3 + jQ_{Li}q_3 \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.43}$$

la corriente está dada por:

$$I_{PCI} = \frac{P_{Li}p_3 - jQ_iq_3}{V_i^*} \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(2.44)

Al igual que las cargas representadas como corriente constante, las cargas de potencia constante no intervienen en la matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ , sino en el cálculo de las potencias eléctricas.

### 2.4.3. Ecuación de Equilibrio y Potencia Eléctrica.

La ecuación de equilibrio de cualquier generador está dada por:

$$M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i = P_{mi} - P'_{ei} \tag{2.45}$$

donde:

$$M_i = \frac{H_i}{\pi f} \tag{2.46}$$

La potencia eléctrica generada, está dada por la expresión siguiente:

$$P'_e = \operatorname{Re}\left[EI^*\right] \tag{2.47}$$

Sustituyendo (3.20) en (3.23)

$$P'_{e} = \operatorname{Re}\left[E\left(Y^{*}_{\mathrm{red}} E^{*} + I^{*}_{GL}\right)\right]$$
(2.48)

Para desarrollar (2.48) en cada uno de los <br/>n generadores con la red reducida, se debe tener en cuenta que:

$$E_{i} = |E_{i}| \angle \delta_{i} = |E_{i}| (\cos \delta_{i} + j \operatorname{sen} \delta_{i})$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$I_{GLi} = |I_{GLi}| \angle \sigma_{i} = |I_{GLi}| (\cos \sigma_{i} + j \operatorname{sen} \sigma_{i})$$

$$(2.49)$$

Desarrollando (3.24) a partir de las ecuaciones (3.25), se tiene para el nodo *i*:

$$P_{ei}' = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^n [|E_i| |E_j| G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + |E_i| |E_j| B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] + |E_i| |I_{GLi}| \cos(\delta_i - \sigma_i)$$
(2.50)

Si se considera que:

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$$
,  $|E_i| |E_j| B_{ij} = C_{ij}$  y  $|E_i| E_j | G_{ij} = D_{ij}$  (2.51)

entonces:

$$P'_{ei} = |E_i|^2 G_{ij} + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^n \left[ D_{ij} \cos\left(\delta_{ij}\right) + C_{ij} \sin\left(\delta_{ij}\right) \right] + |E_i| I_{GLi} | \cos\left(\delta_i - \sigma_i\right)$$
(2.52)

De acuerdo a la ecuación (2.45), se tiene entonces:

$$M_{i}\dot{\omega}_{i} + D_{i}\omega_{i} = P_{mi} - |E_{i}|G_{ii} - \sum_{j=1}^{n} \left[D_{ij}\cos(\delta_{ij}) + C_{ij}\sin(\delta_{ij})\right] - |E_{i}||I_{GLi}|\cos(\delta_{i} - \sigma_{i})$$
(2.53)

#### 2.4.4. Ecuaciones de Equilibrio Referidas al Centro Inercial

La ecuación (2.53) se expresó en términos de ángulos de rotor y velocidades con respecto a un marco de referencia síncrono rotatorio arbitrario. A continuación se mostrará la formulación de esta misma ecuación en el marco de referencia del centro inercial. Tavora y Smith [6] fueron los primeros en proponer la formulación de las ecuaciones de estado con respecto al centro inercial, dicha formulación tiene la ventaja de tratar expresiones más compactas y, por consiguiente, un aumento en la eficiencia computacional. La referencia al Centro de Inercia o Centro Inercial (CI) es una transformación común utilizada en los análisis de estabilidad transitoria. El marco de referencia CI se define como sigue:

$$\delta_{CI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \delta_i \tag{2.54}$$

donde:

$$M_T = \sum_{i=1}^n M_i \tag{2.55}$$

El movimiento del CI se obtiene al sumar las n ecuaciones de equilibrio (2.45) de los n generadores del sistema (figura 3.5) y al sustituir la ecuación (2.54) en el resultado, se tiene:

$$M_T \dot{\omega}_{CI} = \sum_{i=1}^n M_i \dot{\omega}_i = -\sum_{i=1}^n D_i \omega_i + \sum_{i=1}^n (P_{mi} - P'_{ei})$$
(2.56)

si se considera un amortiguamiento uniforme, el CI tendrá la siguiente forma:

$$\dot{\omega}_{CI} = -\lambda\omega_{CI} + \frac{1}{M_T}P_{CI}^{\prime} \tag{2.57}$$

donde:

$$P_{CI}' = \sum_{i=1}^{n} \left( P_{mi} - P_{ei}' \right) \tag{2.58}$$

Sin embargo, si se desprecia el amortiguamiento, el movimiento del CI entonces es:

$$\dot{\omega}_{CI} = \frac{1}{M_T} P_{CI}' \tag{2.59}$$

Cabe resaltar que en cualquier punto de equilibrio del sistema de potencia, la potencia del centro inercial es:

$$P_{Cl}'|_{PEE} \equiv 0 \tag{2.60}$$

puesto que:

$$\sum_{i=1}^{n} \left( P_{mi} - P'_{ei} \right) = 0 \tag{2.61}$$

El nuevo ángulo y su derivada en el tiempo de la i-ésima máquina en el marco de referencia del CI están dados por:

$$\theta_i = \delta_i - \delta_{CI} \tag{2.62}$$

$$\widetilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_{CI} \tag{2.63}$$

Las variables del CI definidas en (2.62) y (2.63) están restringidas por las propiedades de (2.54), es decir:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \theta_i = 0 \tag{2.64}$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \widetilde{\omega}_i = 0 \tag{2.65}$$

de las ecuaciones (2.64) y (2.65) se puede observar que las variables del CI no son linealmente independientes, esto es:

$$\theta_n = -\frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^{n-1} M_i \theta_i$$
 (2.66)

$$\widetilde{\varpi}_n = -\frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^{n-1} M_i \widetilde{\omega}_i \tag{2.67}$$

De acuerdo a (2.56), si se desprecia el amortiguamiento, se tiene:

$$M_T \dot{\omega}_{Cl} = \sum_{i=1}^{n} \left( P_{mi} - P'_{ei} \right)$$
(2.68)

Corrigiendo los ángulos de (2.52) al CI con (2.62), la potencia eléctrica del i-ésimo generador estará dada por:

$$P'_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{j=1}^n \left[ D_{ij} \cos(\theta_{ij}) + C_{ij} \sin(\theta_{ij}) \right] + |E_i| I_{GLi} | \cos(\theta_i - \phi_i)$$
(2.69)

Efectuando la sumatoria de las potencias eléctricas de los n generadores con (2.69), se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n} P'_{ei} = \sum_{i=1}^{n} |E_i|^2 G_{ii} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} [D_{ij}\cos(\theta_{ij})] + \sum_{i=1}^{n} |E_i| |I_{GLi}| \cos(\theta_i - \phi_i) \quad (2.70)$$

Sustituyendo (2.70) en (2.72)

$$M_T \dot{\omega}_{CI} = \sum_{i=1}^n P_{mi} - \sum_{i=1}^n |E_i|^2 G_{ii} - 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [D_{ij} \cos{(\theta_{ij})}] - \sum_{i=1}^n |E_i| |I_{GL}| \cos{(\theta_i - \phi_i)} = P'_{CI}$$
(2.71)

Ahora, si en (2.53) se desprecia el amortiguamiento y se corrigen los ángulos al CI, la ecuación de equilibrio en este marco de referencia queda como:

$$M_T \omega_{CI} = P'_{CI} \Rightarrow \omega_{CI} = \frac{P'_{CI}}{M_T}$$
(2.72)

$$M_i \dot{\omega}_i = P_{mi} - P'_{ei} \Rightarrow \dot{\omega}_i = \frac{P_{mi} - P'_{ei}}{M_i}$$
(2.73)

Restando (2.72) de (2.73), y multiplicando ambos lados por Mi, se tiene:

$$f_i(\theta) = M_i \dot{\tilde{\omega}}_i = P_{mi} - P'_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P'_{CI}$$
(2.74)

La expresión (2.74) representa la ecuación de equilibrio del i-ésimo generador referida al CI y se emplea en el análisis de estabilidad a través de dos grupos de

ecuaciones, llamadas ecuaciones de falla y de postfalla, dadas por las expresiones (3.50) y (3.51), respectivamente.

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = \frac{1}{M_i} f_i^f(\theta) \quad 0 < t < t_{lib} \quad i = 1, 2, \cdots, n$$
 (2.75)

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = \frac{1}{M_i} f_i^p(\theta) \quad t > t_{lib} \quad i = 1, 2, \cdots, n$$
(2.76)

## 2.4.5. Formulación de la Función de Energía Transitoria a los Nodos Internos con Modelos de Carga no Lineales.

La función de energía se basa en dos conceptos que se pueden explicar al hacer la analogía entre la estabilidad del movimiento de Lyapunov y la estabilidad del equilibrio de un cuerpo en un campo de fuerza conservativo. Si se multiplica (2.74) por  $\frac{dt}{d\theta_i}$ , se tiene:

$$M_i \dot{\tilde{\omega}}_i \frac{d\theta_i}{dt} - f_i(\theta) \frac{d\theta_i}{dt} = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, n$$
(2.77)

Sumando (2.77) para los n generadores de los que consta el sistema, se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[ M_i \dot{\widetilde{\omega}}_i \frac{d\theta_i}{dt} - f_i(\theta) \frac{d\theta_i}{dt} \right] = 0$$
(2.78)

finalmente, para obtener la función de energía, se integra (2.79), esto es:

$$V(\theta, \widetilde{\omega}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_i \widetilde{\omega}_i^2 - \int_C \sum_{i=1}^{n} f_i(\theta) d\theta_i$$
(2.79)

El último término de (2.80) se puede escribir como:

$$\int_{C} \sum_{i=1}^{n} f_{i}(\theta) d\theta_{i} = \int_{C} \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{mi} - \sum_{i=1}^{n} P_{ei}' - \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{i}}{M_{T}} P_{CI}' \right] d\theta_{i}$$
(2.80)

sustituyendo (2.79) en (2.80):

$$\int_{C} \sum_{i=1}^{n} f_{i}(\theta) d\theta_{i} = \int_{C} \left[ \sum_{i=1}^{n} P_{mi} - \sum_{i=1}^{n} |E_{i}|^{2} G_{ii} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} [D_{ij} \cos{(\theta_{ij})} - C_{ij} \sin{(\theta_{ij})}] - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} [|E_{i}|| I_{GLi} |\cos{(\theta_{i} - \phi_{i})}] - \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{i}}{M_{T}} P_{Cl}' d\theta_{i} \right]$$

$$(2.81)$$

El primer término de (2.81) se puede expresar como:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = \sum_{i=1}^{n} \left( P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} \right)$$
(2.82)

sustituyendo (2.82) en (2.81) se tiene:

$$\int_{C} \sum_{i=1}^{n} f_{i}(\theta) d\theta_{i} = \int_{C} \sum_{i=1}^{n} P_{i} d\theta_{i} - \int_{C} \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} \left[ D_{ij} \cos\left(\theta_{ij}\right) - C_{ij} \sin\left(\theta_{ij}\right) \right] d\theta_{i} - \int_{C} \sum_{i=1}^{n} \left[ E_{i} \left| I_{GLi} \right| \cos\left(\theta_{i} - \phi_{i}\right) \right] d\theta_{i} - \int_{C} \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{i}}{M} P_{Cl}^{\prime} d\theta_{i}$$
(2.83)

Para el primer término, la solución es:

$$\int_C \sum_{i=1}^n P_i d\theta_i = \sum_{i=1}^n \int_{\theta_i^*}^{\theta_i} P_i d\theta_i = \sum_{i=1}^n P_i \left(\theta_i - \theta_i^{\epsilon 2}\right)$$
(2.84)

Sólo mostramos la solución obtenida en esos trabajos para la integral.

$$\int_{C} \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} \left[ D_{ij} \cos\left(\theta_{ij}\right) - C_{ij} \sin\left(\theta_{ij}\right) \right] d\theta_{i} = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} C_{ij} \left( \cos\theta_{ij} - \cos\theta_{ij}^{e2} \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \int_{\rho\varepsilon^{2} + e^{2}}^{\theta_{i} + \theta_{j}} D_{ij} \cos\theta_{ij} d\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right)$$

$$(2.85)$$

El tercer término de (2.83) es dependiente de la trayectoria, como anteriormente se observa que las inyecciones de corriente reflejadas en los nodos internos de generación

dependen directamente de la magnitud y ángulo de los voltajes internos de generación, su solución dependerá de un proceso iterativo

$$\int_{C} \sum_{i=1}^{n} P_{GL} d\theta_{i} = \int_{\theta_{i}^{2}}^{\theta_{i}^{2}} \sum_{i=1}^{n} \left[ |E_{i}| I_{GLi} | \cos(\theta_{i} - \phi_{i}) \right] d\theta_{i} = \sum_{i=1}^{n} \int_{\theta_{i}^{2}}^{\theta} \left[ |E_{i}| |I_{GLi}| \cos(\theta_{i} - \phi_{i}) \right] d\theta_{i}$$
(2.86)

el último término de (2.83) es cero, ya que por (2.65) se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{M_i}{M_T} P'_{Cl} \frac{d\theta_i}{dt} dt = P'_{Cl} \sum_{i=1}^{n} \frac{M_i}{M_T} \widetilde{\omega}_i dt = \frac{P'_{CI}}{M_T} \sum_{i=1}^{n} M_i \widetilde{\omega}_i dt$$
$$= \frac{P'_{Cl}}{M_T} (0) dt = 0$$
(2.87)

La función de energía de la incorporación de los modelos de carga queda:

$$V(\theta, \widetilde{\omega}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_{i} \widetilde{\omega}_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n} P_{i} \left(\theta_{i} - \theta_{i}^{e2}\right) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} C_{ij} \left(\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^{e2}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{0} \sum_{\substack{i=1\\ \theta_{i}^{2}}^{0} + \theta_{j}^{n+2}}^{0} D_{ij} \cos \theta_{ij} d\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right) + \sum_{i=1}^{n} \int_{\theta_{j}^{2-2}}^{\theta_{i}} \left[|E_{i}||I_{GLi}|\cos\left(\theta_{i} - \phi_{i}\right)\right] d\theta_{i}$$

$$(2.88)$$

#### 2.4.6. Modelo de la red eléctrica

La figura 2.5 representa el modelo de una red eléctrica reducida. Con la finalidad de reducir las ecuaciones resultantes, los nodos internos de los generadores serán expresados desde 1 hasta n, los nodos en los terminales serán desde n + 1 a 2n y los nodos de la carga va desde 2n + 1 hasta n + N.

Donde,  $E_q$  representa el voltaje y  $x'_d$  viene a ser la reactancia transitorioa de los generadores.

Como se puede observar en la figura 2.5 la red eléctrica o de transmisión tiene N nodos, los cuales, son los nodos terminales de los generadores que poseen cargas eléctricas conectadas. Consecuentemente, dichas cargas están representadas mediante impedancias constantes y se calculan en forma de admitancias mediante, la cual puede ser descrita mediante la ecuación (2.89):

$$Y_{Li} = \frac{P_{ei} - jQ_{ei}}{V_i^2}$$
(2.89)



Figura 2.5: Modelo de la red eléctrica Fuente: (Lorenzo (2004))

Donde i = n + 1, ..., 2n + N, m es el número de barras del sistema donde existen cargas eléctricas y n número de barras del sistema donde existen generadores conectados.

- $Y_{Li}$  representa la admitancia constante de la carga eléctrica
- $P_{ei}$  es la potencia activa de la carga eléctrica
- $Q_{ei}$  es la potencia reactiva de la carga eléctrica
- $V_i$  es la tensión de barra en la cual se encuentra la carga

La matriz  $Y_{bus}$  se expresa mediante:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix}$$

Por consiguiente, la matriz admitancia para este sistema se expresa mediante:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_g & -Y_g & 0\\ -Y_g & Y_1 + Y_g + Y_{LG} & Y_2\\ 0 & Y_3 & Y_4 + Y_{LL} \end{bmatrix}$$

La primera columna de esta matriz representa los nodos internos de los generadores, la segunda columna los nodos de los terminales de generación y la tercera columna representa los demas nodos de la red. Donde  $Y_g$  es la matriz de dimensión n x n cuya posición de admitancias van desde 1 hasta  $n, Y_{LG}$  tiene dimensión nxn y representa la posición de admitancias líneagenerador,  $Y_{LL}$  posee una dimensión m x m y representa la posición de admitancias línea-línea,  $Y_1$  tiene dimensión n x n,  $Y_2$  tiene dimensión n x m,  $Y_3$  posee una dimensión m x n,  $Y_4$  tiene una dimensión m x m.

Las submatrices  $Y_g$ ,  $Y_{LG}$ ,  $Y_{LL}$  están representadas por:

$$Y_{g} = \begin{bmatrix} Y_{g1} & 0\\ 0 & Y_{gn} \end{bmatrix}$$
$$Y_{Lg} = \begin{bmatrix} Y_{Lg1} & 0\\ 0 & Y_{Lgn} \end{bmatrix}$$
$$Y_{LL} = \begin{bmatrix} Y_{LL1} & 0\\ 0 & Y_{LLLm} \end{bmatrix}$$

Donde:

- n representa el número de barras del sistema que poseen generadores conectados
- k viene a ser el número de barras del sistema

Consecuentemente, la matriz  $Y_{bus}$  viene a ser:

$$Y_{LL} = \begin{bmatrix} Y_g & Y_{gg}^T \\ Y_{gg} & Y_{busLL} \end{bmatrix}$$

Donde:

- $Y_g$  representa las posiciones de las admitancias en la matriz que va desde 1 hasta n, la cual, posee una dimensión n x n
- $Y_{gg}$  representa las posiciones de las admitancias de acuerdo a la posición del generador en su respectiva barra con relación a las líneas, la cual, posee una dimensión k x n
- $Y_{gg}$  representa las posiciones de las admitancias de acuerdo a la posición del generador en su respectiva barra con relación a las líneas, la cual, posee una dimensión k x n
- $Y_{busLL}$  viene a ser la representación de la ecuación (2.91)

En consecuencia, la corriente inyectada por los generadores se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ V_t \end{bmatrix}$$

Donde  $E_g = [E_{q1} < \delta_1, ..., E_{qn} < \delta_n]$  viene a ser la tensión interna de los generadores antes de la reactancia y  $V_t = [V_{t1}, ..., V_{tn}]^T$  representa el voltaje en los terminales de cada generador.

Por consiguiente, la corriente inyectada en los nodos internos del generador serán:

$$I_g = Y_{busLL} * E_g \tag{2.90}$$

La matriz  $Y_{busLL}$  viene a ser:

$$Y_{busLL} = Y_{adm} + Y_{cha} + Y_L + Y_{shu} + Y_{generador}$$

$$(2.91)$$

Donde:

- $Y_{adm}$  = Matriz de admitancias serie en líneas de transmisión
- $Y_{cha}$  = Matriz diagonal en paralelo de líneas de transmisión
- $Y_L$  = Matriz diagonal de cargas del sistema
- $Y_{shu}$  = Matriz diagonal de admitancias presente en el sistema
- $Y_{generador}$  = Matriz diagonal de generadores del sistema

Estas matrices poseen una dimensión k x k.

La matriz en situación postfalla es obtenida eliminando la línea de transmisión en la cual se produjo la pertubación. Por consiguiente, las impedancias series y paralelos son despreciadas para obtener una nueva matriz en el sistema. En consecuencia, utilizando el método de eliminación de Gauss se puede reducir las matrices, tal como se muestra en la ecuación (2.92).

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{J=1, j \neq i} [C_{ij} sin(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} cos(\delta_i - \delta_j)]$$
(2.92)

Donde:

•  $E_i$  = Fuerza electromotriz del generador

- $G_{ii}$  = Conductancia de la matriz reducida
- $C_{ij}, D_{ij} =$ Coeficientes para las ecuaciones diferenciales del sistema

Dichos coeficientes pueden ser obtenidos mediante las ecuaciones (2.93), (2.94):

$$C_{ij} = |E_i||E_j|G_{ij} (2.93)$$

$$D_{ij} = |E_i||E_j|B_{ij} (2.94)$$

#### $B_{ij}$ representa la suceptancia presente en la matriz reducida

Consecuentemente, la fuerza electromotriz del generador  $(E_i)$  se obtiene mediante la ecuación (2.95):

$$E_i = V_i + I_i x'_d \tag{2.95}$$

Donde:

- $x'_d$  es la reactancia subtransitoria del generador
- $I_i$  corriente eléctrica, la cual, puede ser obtenida mediante la ecuación (2.96):

$$I_i = Y_{busL} + V_i \tag{2.96}$$

Finalmente, la matriz  $Y_{busL}$  se expresa mediante la ecuación (2.97):

$$Y_{busL} = Y_{adm} + Y_{cha} + Y_L \tag{2.97}$$

Con la expresión (2.92), el modelo clásico del SEP puede representarse de la siguiente forma:

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d\delta_i}{dt} = P_i - P_e i$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$
(2.98)

Donde:  $P_i = P_m i - |E'_{qi}|^2 G_{ij}$  y la expresión  $P_{ei} = \sum_{j=1; i \neq j}^n E'_{qi} ||E'_{qj}| \{G_{ij} cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} sin(\delta_i - \delta_j)\}$ 

La expresión (2.98) se puede representar para todas las máquinas mediante la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + \sum_{i=1}^{n} D_i \frac{d\delta_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{ei})$$
(2.99)

Mayor información sobre el modelo de red eléctrica reducida puede ser encontrada en (Stevenson (1986)), (Monticelli (1993)), (Bretas and Alberto (2000)).

#### 2.4.7. Ecuaciones de energía de un SEP

En base a la ecuación (2.98), la cual, describe la función de energía generalizada para SEP y donde se describe las ecuaciones de movimiento para un sistema post-falla (Bretas and Alberto (2000)), (Petelo (2022)), las cuales, se representan de la siguiente forma:

$$\omega_{CI} = \frac{d}{dt} \delta_{CI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \dot{\delta}_i$$
$$\bar{\omega}_i = \dot{\theta}_i = \omega_i - \omega_{CI}$$
$$\theta_i = \delta_i - \delta_{CI}$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

Las ecuaciones que describen el estado falla  $(f_i^F)$  de un SEP se puede expresar mediante las siguientes ecuaciones:

$$M_{i}\frac{d}{dt}\bar{\omega}_{i} = f_{i}^{F}(\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\theta_{i} = \bar{\omega}_{i}$$

$$0 < t < t_{CLF}$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

$$(2.100)$$

Estado postfalla  $(f_i^p)$ :

$$M_{i}\frac{d}{dt}\bar{\omega}_{i} = f_{i}^{p}(\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\theta_{i} = \bar{\omega}_{i}$$

$$t > t_{CLF}$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

$$(2.101)$$

Donde  $f_i^p(\theta) = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{CI}$  y  $t_{CLF}$  viene a ser el tiempo crítico de liberación de falla.

Realizando la multiplicación de  $\dot{\theta}_i$  en la ecuación 2.101, se obtiene la ecuación (2.102):

$$\{M_i \dot{\omega}_i - P_i + P_{ei} + \frac{M_i}{M_T} P_{CI}\}\dot{\theta}_i = 0$$
(2.102)

La función de energía del SEP viene a ser con la suma de todos los generadores, por lo cual, la ecuación (2.102) se presenta de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^{n} \{ M_i \dot{\bar{\omega}}_i - P_i + P_{ei} + \frac{M_i}{M_T} P_{CI} \} \dot{\theta}_i = 0$$
(2.103)

Considerando las ecuaciones (2.93) y (2.94) y tomando la suposición  $C_{ij} = C_{ji}$  y  $D_{ij} = D_{ji}$ , se puede obtener:

$$\sum_{i=1}^{n} \{ M_i \dot{\omega}_i - P_i + \sum_{i=1, j \neq i}^{n} (D_{ij} Cos\theta_{ij} + C_{ij} sen\theta_{ij}) + \frac{M_i}{M_T} P_{CI} \} \dot{\theta}_i = 0$$
(2.104)

Donde:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1, j \neq i}^{n} (D_{ij} Cos\theta_{ij}) \dot{\theta}_i = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (D_{ij} Cos\theta_{ij}) (\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_j)$$
(2.105)

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1, j \neq i}^{n} (C_{ij} Sen\theta_{ij}) \dot{\theta}_i = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (C_{ij} Sen\theta_{ij}) (\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_j)$$
(2.106)

Sustituyendo las ecuaciones (2.105) y (2.106) se obtiene la derivada de la función de energía como se observa en la ecuación (2.107):

$$\sum_{i=1}^{n} M_{i} \dot{\omega}_{i} \dot{\theta}_{i} - \sum_{i=1}^{n} P_{i} \dot{\theta}_{i} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (C_{ij} Sen \theta_{ij}) \dot{\theta}_{ij} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (D_{ij} Cos \theta_{ij}) \theta_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{i}}{M_{T}} P_{CI} \dot{\theta}_{i}$$
(2.107)

Realizando la integración de la ecuación (2.107) se puede calcular la función de energía transitoria, con respecto al tiempo y representando el estado postfalla  $\omega(t^s) = 0$  y  $\theta(t) = \theta^s$ . Considerando que  $\dot{\theta}_i = \bar{\omega}_i$  y  $\dot{\bar{\omega}}_i = \frac{d\bar{\omega}_i}{dt}$  se obtiene:

$$\int_{\omega}^{\omega^{s}} M_{i} \dot{\bar{\omega}}_{i} \dot{\theta} dt = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_{i} \bar{\omega}_{i}^{2}$$
(2.108)

$$\int_{\theta_i}^{\theta^s} \sum_{i=1}^n P_i \dot{\theta}_i dt = -\sum_{i=1}^n P_i (\theta_i - \theta^s)$$
(2.109)

$$\int_{\theta_{ij}}^{\theta_{ij}^{s}} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (C_{ij} Sen\theta_{ij}) \dot{\theta}_{ij} dt + \int_{\theta_{i}+\theta_{j}}^{\theta_{i}^{s}+\theta_{j}^{s}} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (D_{ij} Cos\theta_{ij}) (\dot{\theta}_{i} - \dot{\theta}_{j}) dt = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (C_{ij} (cos\theta_{ij} - cos\theta_{ij}^{s})) + \int_{\theta_{ij}}^{\theta_{ij}^{s}} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (D_{ij} Cos\theta_{ij}) (\dot{\theta}_{i} - \dot{\theta}_{j}) dt$$
(2.110)

Para poder obtener la energía transitoria del SEP se realiza la suma de las ecuaciones (2.108), (2.109), (2.110):

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_{i} \bar{\omega_{i}}^{2} - \sum_{i=1}^{n} P_{i} (\theta_{i} - \theta_{i}^{s}) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (C_{ij} (\cos\theta_{ij} - \cos\theta_{ij}^{s})) + \int_{\theta_{i}+\theta_{j}}^{\theta_{i}^{s}+\theta_{j}^{s}} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (D_{ij} \cos\theta_{ij}) (\dot{\theta_{i}} - \dot{\theta_{j}}) dt$$
(2.111)

En la ecuación (2.111) se presenta una integral, la cual, es dependiente de la trayectoria por lo que la función de energía V resultará negativa. Sin embargo, si  $D_{ij} = 0$  la función V será positiva.

Substituyendo el valor de la velocidad  $\bar{\omega}_i = \omega_i - \omega_{CI}$  se obtiene la expresión total de la energía cinética de todos los rotores de los generadores, ecuación (2.112):

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}M_{i}\bar{\omega_{i}}^{2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}M_{i}\bar{\omega_{i}}^{2} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}M_{i}\bar{\omega_{CI}}^{2}$$
(2.112)

Desarrollando las ecuaciones (2.109) y (2.110) en función de la energía potencial, se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(\theta_i - \theta_i^s) = \sum_{i=1}^{n} P_i(\delta_i - \delta_i^s) - \sum_{i=1}^{n} P_i(\delta_{Ci} - \delta_{CI}^s)$$
(2.113)

Finalmente, representando el término en función de la trayectoria del SEP, la cual, representa la disipación de energía:

$$\int_{\theta_i+\theta_j}^{\theta_i^s+\theta_j^s} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (D_{ij}Cos\theta_{ij})(\dot{\theta}_i+\dot{\theta}_j)dt$$
(2.114)

#### 2.4.7.1. Aproximación de la función de la disipación de energía

La ecuación (2.114) al ser dependiente de la función de trayectoria del SEP no puede ser evaluada sin saber dicha trayectoria. (Fouad and Vittal (1991)) desenvuelve una aproximación entre el punto de equilibrio prefalla ( $\theta$ ) y el punto de equilibrio postfalla ( $\theta^s$ ). Por consiguiente, se supone:

$$\theta_i = \theta_i + (\theta_i^s - \theta_i)dt$$
  

$$\theta_j = \theta_j + (\theta_j^s - \theta_j)dt$$
  

$$i = j = 1, 2, ..., n$$

Es posible obtener las siguientes expresiones:

$$d(\theta_i + \theta_j) = (\theta_i^s - \theta_i + \theta_j^s - \theta_j)dt$$

$$(2.115)$$

$$d(\theta_i - \theta_j) = d\theta_{ij} = (\theta_i^s - \theta_i - \theta_j^s + \theta_j)dt$$
(2.116)

Sustituyendo las expresiones (2.115) y (2.116) en la ecuación (2.114), se obtiene la aproximación de la disipacion de energía (2.117):

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} D_{ij} \frac{\theta_i - \theta_i^s + \theta_j - \theta_j^s}{\theta_{ij} - \theta_{ij}^s} (sen\theta_{ij} - sen\theta_i^s) = I_{ij}$$
(2.117)

#### 2.4.8. Margen de estabilidad de energía de un SEP

El margen de estabilidad de energía de un SEP es el límite de la zona de estabilidad donde opera un sistema eléctrico (El-Kady et al. (1986)), (Fouad and Vittal (1991)), (Isidro (1999)). Este viene a ser la diferencia entre la energía transitoria que libera el sistema al momento de despejar la perturbación del sistema.

Dicho valor de la energía transitoria liberada  $(V_{LF})$  se considera como el punto de equilibrio estable prefalla  $(\theta)$  y el punto en estado postfalla se describe de la siguiente forma (2.118):

$$V_{LF} = V|_{\theta}^{\theta^{LF}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_i (\omega_{LF})^2 - \sum_{i=1}^{n} P_i (\theta_i^{LF} - \theta_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \left[ C_{ij} (\cos \theta_{ij}^{LF} - \cos \theta_{ij}) + I_{ij}^{LF} \right]$$
(2.118)

Como el valor de la energía crítica corresponde al valor máximo de la energía potencial de V(x) en la trayectoria de la falla, se obtiene:

$$V_{CLF} = V|_{\theta^s}^{\theta^I} = -\sum_{i=1}^n P_i(\theta^I - \theta^s) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left[ C_{ij}(\cos\theta^I_{ij} - \cos\theta^s_{ij}) + I^I_{ij} \right]$$
(2.119)

Con la finalidad de obtener el margen o límite de energía cuando el disturbio ha sido despejado del sistema, se necesita realizar una comparación con la referencia de energía, esta viene a estar dada por el estado postfalla ( $\theta^s$ ), en base a este concepto se puede expresar esta energía de la siguiente forma:

$$\Delta V = V_{CLF}|_{\theta^s}^{\theta^I} - V_{LF}|_{\theta^s}^{\theta^{LF}}$$
(2.120)

Reemplazando las expresiones (2.101) y (2.102) en la ecuación (2.103) se puede obtener el margen o límite para la energía transitoria:

$$\Delta V = V|_{\theta^{LF}}^{\theta^1} \tag{2.121}$$

Este margen de energía transitoria (2.121) puede ser evaluada en los ángulos de los rotores, velocidad para liberar la falla y la posición angular de un punto inestable del SEP en estado postfalla.

En consecuencia, se puede expresar que el sistema es estable cuando:

- El tiempo de despeje de falla (t) de la energía obtenida al liberar la falla del SEP es menor que la energía crítica del sistema  $(V_{LF} < V_{CLF})$ .
- El margen o límite de la energía transitoria es mayor a cero  $(\Delta V > 0)$

Caso contrario el sistema se torna inestable.

# 3 | Método de superficie límite de energía potencial (PEBS)

En este capítulo será presetando el método de superficie límite de energía potencial (PEBS por sus siglas en inglés "Potencial Energy Boundary Surface") al análisis de estabilidad transitoria de un SEP (Chiang et al. (1988b)). El método PEBS al ser un método directo, el cual, no posee la necesidad de integrar numéricamente las ecuaciones diferenciales del sistema después de haber sufrido una perturbación (Estado post-falta) (Chiang et al. (1988a)). Por consiguiente, este método tiende a tener un esfuerzo y tiempo computacional pequeño, en consecuencia, podría ser usado en tiempo real (Bretas and Alberto (2000)), (Petelo (2022)). Finalmente, puede ser utilizado con la finalidad de calcular la energía crítica y por ende el tiempo crítico de liberación de falla para poder obtener el margen de seguridad de operación de un SEP.

El principio básico del PEBS consiste en realizar una estimación local de los límites de estabilidad de un SEP. Los límites estimados, los cuales, viene a ser los puntos de equilibrio inestables forman una región de atracción de puntos de equilibrio estables alrededor del punto de equilibrio estable postfalla (Chiang et al. (1988b)), (Bretas and Alberto (2000)).

Cuando el SEP sufre una perturbación, se agrega energía al sistema debido al disturbio ocurrido, por lo cual, la cantidad de tiempo que toma a la energía total del sistema en llegar a su energía crítica se denomina tiempo crítico de liberación de falla. Por consiguiente, cuando el sistema llega a su máximo valor de energía potencial el SEP se torna inestable debido a que la cantidad de energía presente en el sistema excede a sus capacidades de almacenamiento (Chiang et al. (1988b)), (Petelo (2022)). En consecuencia, el cáluclo del tiempo crítico de liberación de falla mediante el método PEBS brinda una respuesta rápida para la liberación y rectificación de la perturbación. Finalmente, El tiempo crítico de liberación de falla viene a ser el tiempo donde el rotor del generador acelera de modo que su ángulo de potencia se desvía lo suficiente restringiendo la generación de energía hacia el sistema (Chiang et al. (1988b)), (Bretas and Alberto (2000)), (Petelo (2022)).

## 3.1. Fundamento matemático

En esta sección se tomará en cuenta el espacio del estado postfalla y el punto de equilibrio estable  $(x_e)$ , como se puede observar en la figura 3.1. Si el punto o estado inicial x de un sistema en estado postfalla cuando la falla fue liberada se encuentra dentro de la región o límites estables, la trayectoria de dicho sistema será estable. En la literatura cientítica, existen varios métodos para poder determinar esta condición, para este trabajo de investigación será utilizado el método del punto de equilibrio inestable, el cual, realiza una comparación del valor de la función de energía V(.) en cualquier punto de equilibrio inestable  $(x, X_1, x_n)$ . Si el valor de  $v_1$  es menor y define una región como el conjunto  $(x : V(x) < v_1)$ , donde esta región viene a ser un subconjunto de la región de estabilidad, la falla se libera con trayectoria al punto de equilibrio inestable  $x_2$ . Consecuentemente, la región determinada proporcionará resultados conservativos (su trabajo no depende de la trayectoria), los cuales, son útiles para el análisis de estabilidad.



Figura 3.1: Puntos de equilibrio de un sistema Fuente: (Isidro (1999))

El método se torna inestable, cuando el punto de equilbrio inestable de interés es otra estimación que sugiere usar la región calculada utilizando el valor de la función de energía en  $x_2$ . Por consiguiente, el conjunto  $(x : V(x) < v_2 = V(x_2))$  se considera una estimación local del límite de estabilidad. Consecuentemente, los resultados de este método son confiables y robustos, sin embargo, tiende a tomar un tiempo computacional elevado y al ser dependiente del punto de equilibrio inestable inicial puede no converger en algunos casos (cuando el punto de equilibrio inestable inicial se encuentra lejos de la región de convergencia) o converger con valores erróneos. El método PEBS, al ser un método directo tiene la ventaja de ser un método rápido y no presenta limitaciones en su modelado. De la misma forma, sus resultados son confiables y robustos. Sin embargo, puede presentar problemas para disturbios de oscilaciones electromecánicas o de pequeña señal en un grupo de generadores.

En una trayectoria de un sistema en estado de falla, mediante el método PEBS se encuentra una estimación local del límite de estabilidad, como se puede observar en la figura 3.2. El proceso de obtención de esta estimación local se encuentra asociado al cálculo del límite de estabilidad de un SEP reducido.



Figura 3.2: Estimación local del límite de estabilidad Fuente:Isidro (1999)

#### 3.1.1. El método PEBS aplicado al SEP conectado a una barra infinita

Al derivar el método PEBS, el cual está basado en métodos heurísticos y considerando un sistema conectado a una barra infinita (sección 2.3.2) por las ecuaciones 3.1, las cuales representan el equilbrio mecánico:

$$\frac{d}{dt}x = \dot{x}$$

$$M\frac{d}{dt}\dot{x} + D\dot{x} = p - ksenx$$
(3.1)

Donde  $x = \delta$  viene a ser el ángulo de potencia del generador con respecto a la barra infinita, D viene a ser el coeficiente de amortiguamiento del generador, p es la potencia mecánica de entrada y k viene a ser la constante que involucra voltajes y reactancia del sistema.

Los puntos de equilibrio estables iniciales se consideran:

$$\dot{x} = 0$$

$$x = sen^{-1}\frac{p}{k}$$
(3.2)

Considerando el punto de equilibrio  $(x_e)$  como estable (figura 3.1), la función de energía (3.1) se puede expresar:

$$V(x, \dot{x}) = V_{KE}(\dot{x}) + V_{PE}(x)$$

$$V_{KE}(\dot{x}) = \frac{1}{2}m\dot{x}^{-2}$$

$$V_{PE}(x) = -p(x - x_E) - k(\cos x - \cos x_E)$$
(3.3)

Puede observarse el límite de estabilidad del sistema en la figura 3.1, en consecuencia se tiene que:

- La intersección entre el conjunto  $\{(x, \dot{x}) : \dot{x} = 0, x \in \mathbb{R}\}$  y la región de estabilidad de  $(x_E)$  viene a ser  $P = \{(x, \dot{x}) : x_2 < x < x_1, \dot{x} = 0\}.$
- El límite de la región P en el espacio x consiste en dos puntos  $x_1$  y " $x_2$ .
- Los puntos  $\{x_1, x_2\}$  son considerados como el máximo local de la función de energía  $V_{PE}(.)$

Los fundamentos anteriores conforman el método PEBS. Por consiguiente, se puede expresar que la función de energía  $V_{PE}(.)$  se encuentran en los máximos locales  $(x_1, x_2)$ , como se puede observar en la figura. En el caso de las trayectorias de falla  $\{x(t), \dot{x}(t)\}$  donde sus componentes x(t) se dirigen hacia el punto  $(x_1)$ , el conjunto  $\{(x(t), \dot{x}(t)) : V(x(t), \dot{x}(t) = V_{PE}(x_1)\}$  será considerado como una estimación local del límite de estabilidad. Para las trayectorias de falla  $\{x(t), \dot{x}(t)\}$  donde las componentes  $(x_t)$  se dirijan hacia  $x_2$ , el conjunto  $\{(x(t), \dot{x}(t)) : V(x(t), \dot{x}(t) = V_{PE}(x_2)\}$  será considerado como una estimación local del límite de estabilidad.

Para un sistema conectado a una barra infinita se considera que el límite de la energía potencial (Intersección del límite de estabilidad y el conjunto  $\dot{x}$ ) se puede obtener mediante  $V_{PE}(x)$ . Por consiguiente, el método PEBS encuentra de una forma indirecta el punto de equilbrio inestable de interés predominante del SEP.

#### 3.1.2. El método PEBS aplicado a un sistema multimáquina

Aplicar la extensión del método PEBS para un sistema multimáquina se torna de una forma sencilla, aumentando el número de generadores  $x = (\delta_1, \delta_2)$  y  $\dot{x} = (\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2)$ . Por consiguiente, la energía potencial  $V_{PE}(.)$  estará en función de x, (Chiang et al. (1988a)), (Isidro (1999)), (Bretas and Alberto (2000)).

La implementación del método PEBS para un sistema multimáquina se basa en argumentos metaheurísitos (Petelo (2022)). Por consiguiente, no se puede determinar de forma precisa si el método PEBS viene a ser la intersección del límite de estabilidad del sistema multimáquina con el subconjunto  $\{(x(t), x = 0)\}$  y si el método posee una buena estimación local del límite de estabilidad.

(Chung and Da-zhong (1995)) consideran un procedimiento para el PEBS basado en dos etapas:

- Calcular la trayectoria de falla  $\{(x(t), \dot{x}(t)\}$  suponiendo que x(t) atraviesa el PEBS en el valor de v, como puede observarse en la Figura 3.2.
- La superficie  $\{(x(t), \dot{x}(t) : V(x(t), \dot{x}(t)) < v\}$  puede ser considerada como una estimación local del límite de estabilidad.

#### **3.1.3.** Puntos de equilibrio estables e inestables

El análisis y solución de los puntos de equilibrio estables e inestables puede realizarse mediante métodos iterativos, los cuales, son dependientes a su condición inicial. Por consiguiente, para que un punto de equilibrio sea estable este debe tener una condición inicial que se encuentre dentro de su región de convergencia, el cual se obtiene al momento de liberar la falla del sistema (Bretas and Alberto (2000)), (Hassan et al. (2002)).

#### 3.1.3.1. Punto de equilibrio inestable mediante el centro de inercia

El punto de equilibrio inestable usa la potencia basada en el centro de inercia, el cual, viene a ser la relación de potencias mecánicas de todos los generadores presentes en el SEP con la carga de este. Consecuentemente, el cálculo del punto de equilibrio inestable se requiere colocar un exceso de potencia en relación a los generadores.

En base a lo mencionado y tomando en cuenta la potencia del centro de inercia, se obtiene la potencia del centro de inercia, ecuación (3.4):

$$P_{CI} = \sum_{i=1}^{ng} (P_i - P_{ei}) \tag{3.4}$$

Donde  $P_{ei}$  viene a ser la nueva potencia eléctrica en los nodos de los generadores:

$$P_{ei} = P_i - \frac{M_i}{M_T} P_{CI} \tag{3.5}$$

Para encontrar el punto de equilibrio se puede utilizar métodos iterativos como Newton-Raphson con la finalidad de encontrar la convergencia para el cálculo de la potencia de referencia donde este si es menor que la tolerancia se habrá encontrado una solución, caso contrario, se debe seguir iterando hasta que el método converga.

#### 3.1.3.2. Región de atracción del punto de equilibrio estable en estado postfalla

Esta región de atracción del punto de equilibrio estable esta caracterizada por la ecuación (3.6) (límite de estabilidad), la cual, esta definida por una dependencia angular lineal de la trayectoria:

$$\theta = (\theta - \theta^s)\alpha + \theta^s = \Delta\theta\alpha + \theta^s$$
$$d\theta = \Delta\theta d\alpha \tag{3.6}$$

De la ecuación (2.114) se tiene la expresión:

$$\frac{\partial V_{PE}(\theta)}{\partial \theta_i} = f_i(\theta) \tag{3.7}$$

Donde  $f_i(\theta) = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{CI} = 0$ , por consiguiente:

$$V_{PE}(\theta) = -\int_{\theta_j}^{\theta_i^s} \sum_{i=1}^n f_i(\theta) d\theta_i$$
(3.8)

Como la trayectoria es lineal para  $0 \leq \theta \leq 1$ y sustituyendo (3.4) en (3.6), se obtiene:

$$V_{PE}(\theta) = -\sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{1} f_{i}(\triangle \theta \alpha + \theta^{s}) \triangle \theta_{i} d\alpha$$
(3.9)

Derivando la ecuación (3.9) con respecto a  $\theta$ , se tiene:

$$\frac{d}{d\theta}V_{PE} = 0 \tag{3.10}$$

Esto implica que:

$$-\sum_{i=1}^{n} f_i (\Delta \theta \alpha + \theta^s) \Delta \theta_i = 0$$
(3.11)

Retomando la ecuación (3.4) y si la ecuación (3.11) se satisface para un valor de  $\alpha$ , se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(\theta)(\theta_i + \theta_i^s) = 0$$
(3.12)

Expresando vectorialmente:

$$f^T(\theta)(\theta_i + \theta^s) = 0 \tag{3.13}$$

Donde  $f^T(\theta) = [f_1(\theta), f_2(\theta), ..., f_n(\theta)]$ 

En consecuencia, la ecuación (3.13) es la ecuación que caracteriza al PEBS en función del espacio angular. Si la trayectoria postfalla se encuentra dentro de la región estable se tiene que:

$$f^T(\theta)(\theta_i + \theta^s) < 0 \tag{3.14}$$

De la otra forma, si el SEP se torna inestable se tiene que:

$$f^{T}(\theta)(\theta_{i} + \theta^{s}) > 0 \tag{3.15}$$

## 3.2. Margen de Energía Transitoria, Elementos y Definiciones

A continuación se darán algunas definiciones útiles de los elementos que intervienen para evaluar la estabilidad transitoria de un SEP por el Método de Función de Energía Transitoria (MFET).

#### 3.2.1. Energía Crítica

La energía crítica representa la máxima energía cinética que un sistema puede absorber sin entrar en la inestabilidad. Se obtiene cuando la trayectoria de la o las máquinas críticas pasa por los puntos de equilibrio inestable. Dado que se analiza en el periodo de postfalla y se evalúa desde el PEE hasta el PEIC, donde  $\omega = 0$ , entonces, la energía crítica está dada por:

$$V_{cr} = V|_{\theta^{2}}^{\theta^{\prime}} = V(\theta, 0)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} P_{i} \left(\theta_{i}^{\prime} - \theta_{i}^{e2}\right) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} C_{ij} \left(\cos \theta_{ij}^{\prime} - \cos \theta_{ij}^{e2}\right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \int_{\theta_{i}^{2} + \theta_{j}^{\theta_{j}}}^{\theta_{i}^{\prime} + \theta_{j}^{\prime}} D_{ij} \cos \theta_{ij} d\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right) + \sum_{i=1}^{n} \int_{\theta_{i}^{2}}^{\theta_{i}^{\prime}} \left[|E_{i}| \left|I_{GLi}\right| \cos\left(\theta_{i} - \phi_{i}\right)\right] d\theta_{i}$$
(3.16)

## 3.2.2. Corrección de la energía crítica debido al cambio en la referencia

Debido a que:

$$V_{cr} = V|_{\theta_{c2}}^{\theta_s} \tag{3.17}$$

Υ

$$V_{lib} = V|_{\theta_{e1}}^{\theta_{lib}} \tag{3.18}$$

Es necesaria una corrección en la energía crítica con el fin de calcular el margen de energía con respecto a una misma referencia, la cual está dada por:

$$\Delta V_{cr} = V \big|_{\theta_{e1}}^{\theta_{e2}} \tag{3.19}$$

#### 3.2.3. Energía crítica corregida.

La expresión (3.19) permite hacer la corrección por cambio de referencia de la energía crítica, ya sea que se sume a (3.17) o se reste de (3.18). Por simplicidad, se tomará la primera opción, es decir, se sumarán (3.17) y (3.19). Esto es:

$$Vcr_{corr} = V_{cr} + \Delta V_{cr}$$
  
=  $V|_{\theta_{c2}}^{\theta_1} + V|_{\theta_{e1}}^{\theta_{\theta_2}} = V|_{\theta_{c1}}^{\theta_t}$  (3.20)

## 3.2.4. Energía al momento de liberar la falla.

La función de energía para el instante de liberación de la falla está dada por:

$$V_{lib}(\theta_{lib}, \tilde{\omega}_{lib}) = V|_{\theta_{e1}}^{\theta_{ib}}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_i \left( \tilde{\omega}_i^{lib} \right)^2 - \sum_{i=1}^{n} P_i \left( \theta_i^{lib} - \theta_i^{e1} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} C_{ij} \left( \cos \theta_i^{lib} - \cos \theta_{ij}^{e1} \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \int_{\theta_i^{el} + \theta_j^{el}}^{\theta_i^{ij} + \theta_j^{ij}} D_{ij} \cos \theta_{ij} d(\theta_i + \theta_j) + \sum_{i=1}^{n} \int_{\theta_i^{el}}^{\theta_i^{ib}} \left[ |E_i| |I_{GLi}| \cos (\theta_i - \phi_i) \right] d\theta_i$$
(3.21)

#### 3.2.5. Energía cinética corregida.

(Fouad and Vittal (1991)) determinó que durante un disturbio, no toda la energía cinética presente en el sistema conduce a la inestabilidad. Parte de esta energía es responsable de las oscilaciones entre máquinas, por lo que es necesario hacer una corrección en la energía cinética para tomar en cuenta únicamente la energía cinética que interviene para la separación de las máquinas. Originalmente, el sistema cuenta con n generadores, sin embargo, en la presencia de un disturbio, el sistema se divide en dos grupos: los generadores críticos (K) y el resto de los generadores del sistema (n-K), cada grupo con sus velocidades y constantes de inercia dadas respectivamente por:

$$\tilde{\omega}_{cr}^{lib} = \frac{\sum_{i=1}^{K} M_i \tilde{\omega}_i^{lib}}{\sum_{i=1}^{K} M_i}$$
(3.22)

$$M_{cr} = \sum_{i=1}^{K} M_i \tag{3.23}$$

$$\tilde{\omega}_{sis}^{lib} = \frac{\sum_{i=1}^{n-K} M_i \tilde{\omega}_i^{lib}}{\sum_{i=1}^{n-K} M_i}$$
(3.24)

$$M_{sis} = \sum_{i=1}^{n-K} M_i$$
 (3.25)

La energía cinética que provoca la separación de los dos grupos de generadores es similar a la de un equivalente máquina-bus infinito, con su velocidad y momento de inercia dados por:

$$\widetilde{\omega}_{eq}^{lib} = \widetilde{\omega}_{cr}^{lib} - \widetilde{\omega}_{sis}^{lib} \tag{3.26}$$

$$M_{eq} = \frac{M_{cr} M_{sis}}{M_T} \tag{3.27}$$

por consiguiente, la energía cinética corregida o la energía cinética causante de la separación de las máquinas es:

$$V_{ECcorr}\left(\theta_{lib}, \tilde{\omega}_{lib}\right) = \frac{1}{2} M_{eq} \left(\tilde{\omega}_{eq}\right)^2$$
(3.28)

#### 3.2.6. Energía corregida al momento de liberar la falla.

La expresión (3.28) sustituye al término de energía cinética de la ecuación (3.21), por lo que la energía transitoria corregida en el instante de liberar la falla es:

$$\begin{aligned} \text{Vlib}_{\text{corr}} \ (\theta_{lib}, \tilde{\omega}_{lib}) &= V |_{\theta_{e1}}^{\theta_{ib}} \\ &= \frac{1}{2} M_{eq} \left( \tilde{\omega}_{eq} \right)^2 - \sum_{i=1}^n P_i \left( \theta_i^{lib} - \theta_i^{e1} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ij} \left( \cos \theta_i^{lib} - \cos \theta_{ij}^{e1} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^{e1} + \theta_j^{e1}}^{\theta_i^{ib} + \theta_j^{ib}} D_{ij} \cos \theta_{ij} d \left( \theta_i + \theta_j \right) + \sum_{i=1}^n \int_{\theta_i^{e1}}^{\theta_{ib}^{ib}} \left[ |E_i| \left| I_{GLi} \right| \cos \left( \theta_i - \phi_i \right) \right] d\theta_i \end{aligned}$$
(3.29)

#### 3.2.7. Margen de energía normalizado.

El margen de energía transitoria de un sistema está dado por:

$$\Delta V = V cr_{\rm corr} - V l_{ib} b_{\rm corr}$$
  
=  $V |_{\theta_{e_1}}^{\theta_I} - V |_{\theta_{e_1}}^{\theta_{lib}}$  (3.30)

Sin embargo, la expresión (3.30) no es una estimación indicativa de que el sistema es estable o inestable para una falla en particular, ya que cada falla en particular desarrollará una cantidad de energía cinética específica responsable de la separación de las máquinas y que debe ser absorbida por la red. Por lo cual, una medida más real de la severidad del disturbio es el margen de energía normalizado que mide el margen de energía para una falla dada con respecto a la energía cinética corregida de esa misma falla, esto es:

$$\Delta V_n = \frac{\Delta V}{V_{\text{CEcorr}}} \tag{3.31}$$

#### 3.2.8. Modo de disturbio.

El modo de disturbio es una medida de cómo el disturbio afecta al sistema y se determina con base en la información disponible al momento de liberar la falla. La selección del modo de disturbio correcto se obtiene mediante un proceso de filtrado que incluye los siguientes pasos:

- 1. Se clasifican los generadores en orden descendente según su energía cinética al final de la falla. Se consideran los generadores cuya energía cinética esté dentro del 0.5% de la energía cinética máxima.
- 2. Se clasifican los generadores con base en la aceleración alcanzada en el tiempo de liberación de la falla. Se incluyen únicamente los generadores cuya aceleración esté dentro del 5 % de la aceleración máxima.
- 3. Se elabora una lista que combina la información de los dos pasos anteriores:
  - a) Generadores que aparecen tanto en la lista de energía cinética como en la de aceleración.
  - b) Generadores que aparecen en la lista de energía cinética pero no en la de aceleración.
  - $c)\,$ Generadores que aparecen en la lista de aceleración pero no en la de energía cinética.
- 4. Se forman dos grupos de generadores, los críticos y los del resto del sistema, a partir de la lista obtenida en el paso anterior. Se evalúa la Variación de Energía Cinética Corregida (VECcorr) con diferentes combinaciones de generadores críticos y se guarda la información sobre el agrupamiento de los generadores. Se continúa incluyendo más generadores críticos hasta que la VECcorr esté dentro del 10% de la VECcorr máxima. La VECcorr obtenida en cada inclusión de generadores se ordena en forma descendente, y la información sobre los grupos de generadores proporciona los modos de inestabilidad para ser probados.

Los modos de inestabilidad obtenidos se utilizan para calcular el margen de energía normalizado  $(\Delta V_n)$ , utilizando un valor aproximado de  $\theta_I$ . Una vez identificado el modo con el menor valor de  $\Delta V_n$  aproximado, se determina el correspondiente  $\theta_I$ exacto. El modo con el menor valor de  $\Delta V_n$  representa la configuración del sistema en la que la relación entre la capacidad de absorción de la energía potencial y la energía cinética corregida es la menor de todas, lo que indica la configuración más vulnerable y el eslabón más débil del sistema.

# 3.3. Metodología para Evaluar la Función de Energía con la Incorporación del Modelo de Carga Estática no Lineal.

#### 3.3.1. Introducción.

Esta sección resalta en detalle el procedimiento para representar los modelos de carga no lineales, incluyendo combinaciones de componentes de corriente constante y potencia constante, en la formulación reducida del Método de la Función de la Energía Transitoria (MFET). El efecto de las cargas no lineales sobre las soluciones del PEE y PEIC se determinan a través de inyecciones de corriente de las componentes de la carga durante el proceso de solución en los nodos internos del generador. La función de energía se modifica adecuadamente para tener en cuenta estas inyecciones de corriente. Se propone un procedimiento para realizar evaluaciones de estabilidad transitoria empleando la nueva función de energía.

#### 3.3.2. Procedimiento general.

Al detallar el procedimiento, es conveniente tener un panorama completo de los diversos pasos implicados en el procedimiento común del MFET. La figura 3.7 resalta los diversos pasos algorítmicos en el procedimiento del MFET. Un análisis de los diferentes pasos del procedimiento del MFET, indica que existen cuatro componentes mayores en los cuales se tiene que incorporar el efecto de las cargas no lineales. Estos son:

- 1. La solución del PEE y del PEIC.
- 2. Las condiciones al momento de liberar la falla.
- 3. El cálculo del Modo de Disturbio (MD).
- 4. El cálculo del margen de energía.

En la siguiente sección, se proporcionarán los detalles de la incorporación de las cargas no lineales en cada uno de los cuatro componentes anteriormente indicados.



Figura 3.3: Diagrama de flujos común para el Método de la Función de la Energía Transitoria 52

Fuente: Elaboración Propia

#### 3.3.3. Incorporación de las cargas estáticas no lineales

#### 3.3.3.1. Solución del PEE y del PEIC

En la obtención de las soluciones del PEE y del PEIC para el modelo clásico del sistema en el marco de referencia del CI Lorenzo (2004), se utilizan los mismos conjuntos de ecuaciones algebraicas no lineales para la red de postfalla Bretas and Alberto (2000). El punto de partida (condición inicial) para el proceso de solución es diferente para cada caso. Estas ecuaciones para un sistema con n generadores están dadas por (3.21), sin considerar el amortiguamiento:

$$P_i - P'_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P'_{CI} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(3.32)

En esta etapa, todos los ángulos de los nodos deben estar referidos al CI.

En la obtención de la matriz de admitancias de posfalla reducida a los nodos internos del generador, se utilizan los siguientes pasos, y se salvan las etapas intermedias en la reducción de la Ybus para incorporar las cargas no lineales en la solución del PEE y del PEIC.

1. Al usar la matriz de admitancias de la red, la cual incluye todos los nodos terminales de generación y de carga, se incorporan los términos djX' en las entradas de la diagonal de los nodos terminales de los generadores, esto es:

$$\begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^A & Y_{12}^A \\ Y_{21}^A & Y_{22}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix}$$
(3.33)

2. A la matriz anterior se le aumentan los nodos internos de los generadores y se eliminan todos los nodos terminales para obtener:

$$\begin{bmatrix} I_1^B\\ I_2^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^B & Y_{12}^B\\ Y_{21}^B & Y_{22}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L\\ E \end{bmatrix}$$
(3.34)

3. Finalmente, se reducen todos los nodos de carga para obtener la matriz reducida a los nodos internos,

$$\left[I^C\right] = \left[Y_{\text{red}}\right]\left[E\right] \tag{3.35}$$

Estos pasos no requieren un cálculo adicional y se obtienen como pasos intermedios en la reducción final. Procedimiento:

1. En cada nodo de carga, la componente de carga de impedancia constante se introduce a la matriz Ybus. Para las porciones de corriente constante y potencia constante, se evalúan sus componentes,

$$I_{IC}^{0} = \left[\frac{(P_{L}^{0}p_{2} + jQ_{L}^{0}q_{2})}{V_{L}^{0}}\right]^{*}$$

$$I_{PC}^{0} = \left[\frac{(P_{L}^{0}p_{3} + jQ_{L}^{0}q_{3})}{V_{L}^{0}}\right]^{*}$$
(3.36)

2. Se forma  $[IC] = [IC] + [PC] = [IC]_1$  y se evalúa la corriente inyectada en los nodos de los generadores como:

$$[I_2] = \frac{[E \angle \theta]}{[jx'_d]} \tag{3.37}$$

3. Se resuelve para  $V_L$  empleando:

$$\begin{bmatrix} -I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{BUS}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix}$$
(3.38)

entonces, se actualiza

$$I_{IC} = \left[\frac{\left(P_L^0 p_2 \frac{|V_L^{\text{nuevo}}|}{|V_L^0|} + jQ_L^0 q_2 \frac{|V_L^{\text{nuevo}}|}{|V_L^0|}\right)}{V_L^0}\right]$$

$$I_{PC} = \left[\frac{\left(P_L^0 p_3 + jQ_L^0 q_3\right)}{V_L}\right]^*$$
(3.39)

Se itera sobre las ecuaciones (3.38) y (3.39) hasta que la diferencia en la magnitud del vector de corriente entre iteraciones sucesivas satisface una tolerancia dada. En el apéndice D, se presenta una breve descripción del procedimiento iterativo para la obtención de los nuevos voltajes a través de una aproximación por Newton-Raphson y la actualización de las corrientes de carga por (3.39).

4. Utilizando  $[\mathbf{BY}_{BUS}]$ , el vector de corrientes  $[\mathbf{1} - \mathbf{I}]$  se refleja en los nodos internos de generación utilizando los factores de distribución obtenidos para la reducción a los nodos internos, esto es:

$$[I_{GL}] = \left( \left[ Y_{21}^B \left[ Y_{11}^B \right]^{-1} \right) - I_1 \right]$$

$$(3.40)$$

La ecuación (3.86) es idéntica a la ecuación (3.19). El producto

$$\begin{bmatrix} Y^B_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y^B_{11} \end{bmatrix}^{-1}$$

proporciona los factores de distribución con los que las inyecciones de corriente originales de las cargas se reparten en los nodos internos.

5. Se incrementa la potencia eléctrica de salida de cada generador con una componente correspondiente a  $I_{\rm GL}$ ,

$$P'_{ei} = P_{ei} + E_i I_{GLi} \cos\left(\theta_i - \phi_i\right) \tag{3.41}$$
6. Se lleva a cabo una iteración de la solución para el PEE y PEIC, utilizando la ecuación (3.32): Se actualiza el vector  $\theta$  y se evalúan los desbalances. Si la solución converge, se detiene, de lo contrario, se regresa al paso ii.

#### 3.3.3.2. Condiciones al liberar la falla

Las condiciones al liberar la falla se determinan utilizando la técnica de aproximación. En esta técnica, la aceleración se mantiene constante sobre cada paso de tiempo del periodo de falla. Utilizando un procedimiento idéntico al de la solución del PEE y del PEIC de postfalla, la componente de corriente que corresponde a las cargas no lineales se refleja en el inicio de cada paso de tiempo y entonces se evalúa la nueva potencia de aceleración para cada máquina. El procedimiento para reflejar las corrientes emplea los parámetros de la Ybus de falla.

#### 3.3.3.3. Evaluación del modo de disturbio.

El MD se evalúa utilizando la construcción del punto angular (corner point) para cada modo candidato. La trayectoria del punto angular se determina a partir del PEE de postfalla, el cual incorpora el efecto de las cargas no lineales. Las condiciones al liberar la falla se describieron anteriormente con el propósito de evaluar el margen de energía potencial normalizado ( $\Delta V_n$ ) para determinar el MD. Una vez identificado el modo candidato con el menor  $\Delta V_n$ , se determina el  $\theta_{PEI}$  exacto. Los pasos implicados en determinar el margen de energía se describen a continuación.

Cálculo del margen de energía.

Al incorporar la componente correspondiente a las cargas no lineales, la expresión para la energía del sistema está dada por:

$$V = \int \left[ \sum_{i=1}^{n} \left( M_i \dot{\tilde{\omega}}_i - P_i + P'_{ei} + E_i I_{GLi} \cos(\theta_i - \phi_i) + \frac{M_i}{M_T} P'_{CI} \right) \dot{\theta}_i \right] dt$$
(3.42)

Integrando la expresión anterior entre límites adecuados, la expresión para la función de energía transitoria, basada en la aproximación de la trayectoria lineal, para los términos de conductancia de transferencia, está dada por:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_{i} \widetilde{\omega}_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n} P_{i} \left(\theta_{i} - \theta_{i}^{e2}\right)$$
$$- \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \left[ \begin{array}{c} C_{ij} \left(\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^{e2}\right) \\ - \left(\frac{\theta_{i} + \theta_{j} - \theta_{i}^{e2} - \theta_{j}^{e2}}{\theta_{ij} - \theta_{ij}^{e2}}\right) D_{ij} \left(\sin \theta_{ij} - \sin \theta_{ij}^{e2}\right) \\ + \sum_{i=1}^{n} \int_{\theta_{i}^{e2}}^{\theta_{j}} E_{i} I_{GLi} \cos \left(\theta_{i} - \phi_{i}\right) d\dot{\theta}_{i}$$
(3.43)

La expresión para el margen de energía utilizando la energía cinética corregida está dada entonces por:

$$\Delta V = \frac{1}{2} M_{eq} \left( \tilde{\omega}_{eq}^{ib} \right)^2 - \sum_{i=1}^n P_i \left( \theta_i^I - \theta_i^{ib} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left[ C_{ij} \left( \cos \theta_{ij}^I - \cos \theta_{ij}^{ib} \right) - \left( \frac{\theta_i^I + \theta_j^I - \theta_i^{ibb} - \theta_j^{ibb}}{\theta_{ij}^I - \theta_{ij}^{ib}} \right) D_{ij} \left( \sin \theta_{ij}^I - \sin \theta_{ij}^{ib} \right) + \sum_{i=1}^n \int_{\theta_i^{i\cdot i}}^{\theta_i^I} E_i I_{GLi} \cos \left( \theta_i - \phi_i \right) d\dot{\theta}_i$$

$$(3.44)$$

El último término en (3.44) es dependiente de la trayectoria y se evalúa al considerar una trayectoria lineal entre  $\theta_{\text{lib}}$  y  $\theta_I$ . Esta trayectoria se divide en varias partes. Una verificación numérica de esta división en diversos sistemas ha mostrado que el valor de la expresión permanece sin cambios cuando el número de divisiones es mayor de 10.

En cada punto de la trayectoria lineal, al conocerse el vector  $\theta$ , las corrientes inyectadas en los nodos terminales de los generadores se obtienen utilizando el procedimiento de la sección 3.9.3.1. Los voltajes de los nodos de la red se solucionan al actualizar las corrientes de las cargas para mantener sus características no lineales. Se obtiene el vector de corrientes reflejadas  $G\Lambda I$  y la componente de energía se evalúa utilizando la regla trapezoidal. La figura 3.4 muestra, mediante un diagrama de flujos, la modificación del diagrama de la figura 3.3 para la incorporación de los modelos de carga estática no lineales al método de la función de energía transitoria. Dicha modificación consiste en insertar el proceso iterativo para el cálculo de los voltajes de nodo y corrientes de carga, y con ello tomar en cuenta las variaciones de voltaje en la red, dentro de los cálculos comúnmente realizados para evaluar la estabilidad transitoria con el MFET, como se indicó con más detalle en esta sección; el bloque sombreado de la figura 3.4 básicamente es la modificación realizada al MFET (Método de la Función de la Energía Transitoria).



Figura 3.4: Flujograma del método PEBS aplicado a un SEP Fuente: Elaboración propia

## 3.4. Tiempo crítico de liberación de falla

El tiempo crítico de liberación de falla  $(t_{CLF})$  se realiza con el PEBS y luego para encontrar los puntos de equilibrio se aplica un método iterativo (Newton-Raphson).

En base a lo mencionado se tiene las siguientes expresiones:

- Una vez estimada la trayectoria de falla para el cálculo de energía potencial, cinética y total las ecuaciones (3.14) y (3.15) son satisfechas.
- Cuando  $f^T(\theta)(\theta_i + \theta^s) = 0$ ,  $(f^T$  función relacionada con la energía potencial), se puede expresar que la trayectoria se encuentra en el límite de estabilidad del PEBS, el cual, es denominado como punto de equilibrio inestable.
- En consecuencia, el valor de la energía potencial  $V_{PE}(\theta)$  se considera una aproximación exacta de la energía crítica  $(V_{cr})$ .
- Se realiza una comparación entre los valores de la energía total del sistema  $V(\theta, \omega)$  con los valores aproximados de la energía crítica  $(V_{cr})$  hasta que lleguen a ser iguales.

# 4 | Aplicación y Resultados

Con el propósio de un mejor entendimiento de la aplicación del superficie límite de energía potencial (PEBS) a un SEP. Primero será aplicado el PEBS a un SEP prueba (sistema IEEE 14 barras) para determinar la energía crítica, el tiempo crítico de liberación de falla y límite de seguridad de operación de falla en un número grande de generadores. Consecuentemente, el PEBS será aplicado al sistema eléctrico real de la central hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase para analizar el comportamiento de la energía crítica, tiempo crítico de liberación de falla y límite de seguridad.

Será implementado el método PEBS al software Matlab con el propósito de desarrollar una plataforma amigable que permita la lectura de datos del sistema, obteción de la energía crítica, potencial y total del SEP. Consecuentemente, se podrá encontrar el tiempo crítico de liberación de falla de una forma rápida, confiable y robusta , así como las gráficas a la estabilidad transitoria correspondiente a cada generador.

Para ambos sistemas (prueba y real) se realizaron 3 simulaciones correspondiente a 3 casos diferentes, y se presenta los graficos correspondientes a cada simulación. El tiempo de simulación es de 5 segundos para todos los casos.

Los resultados para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla son obtenidos con modelos de cargas estaticas (sección 2.4), los cuales, pueden ser utilizados en la simulación de flujo de potencia como en estabilidad transitoria.

### 4.1. Sistema IEEE 14 barras

En esta sección se describirá los componentes y características del sistema prueba IEEE 14 barras, (Demetriou et al. (2015)). El sistema consta de cargas eléctricas, bancos de capacitores, líneas de transmisión y generadores como se muestra en la figura 4.1.

Cada generador se puede representar como fuente de voltaje con una impedancia de 10 ohms (escogida arbitrariamente). Las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 resumen las características de cada generador, cargas eléctricas, bancos de capacitores y líneas de transmisión correspondientes al sistema IEEE 14 barras.



Figura 4.1: Diagrama del sistema IEEE 14 barras Fuente: (Demetriou et al. (2015))

Las tablas (4.1), (4.2), (4.3) con información sobre el sistema IEEE 14 barras se muestan a continuación:

Barra	Tensión (Kv)	$\delta$ (deg)	Potencia	Potencia
		( 0)	Activa (p.u)	Reactiva (p.u)
1	146.28	0	2.3239	-0.1655
2	144.21	-4.9826	0.400	0.4356
3	139.28	-12.7250	0	0.2508
6	147.66	-14.2209	0	0.1273
8	150.42	-13.3596	0	0.1762

Cuadro 4.1: Valores terminales del sistema IEEE 14 barras Fuente: Demetriou et al. (2015)

L	ínea	$\mathbf{P}(\mathbf{n},\mathbf{u}/\mathbf{m})$	$\mathbf{V}$ (n u /m)	$\mathbf{P}(\mathbf{n},\mathbf{u}/\mathbf{m})$
De la barra	Hacia la barra	n (p.u/m)	$\Lambda$ (p.u/m)	D (p.u/m)
1	2	1.94E-07	5.92E-07	5.28E-07
1	5	5.40E-07	2.23E-06	4.92E-07
2	3	4.70E-07	1.98E-06	4.38E-07
2	4	5.81E-07	1.76E-06	3.40E-07
2	5	5.70E-07	1.74E-06	3.46E-07
3	4	6.70E-07	1.71E-06	1.28E-07
4	5	1.34E-07	4.21E-07	1.00E-09
6	11	9.50E-07	1.99E-06	1.00E-09
6	12	1.23E-06	2.56E-06	1.00E-09
6	13	6.62E-07	1.30E-06	1.00E-09
7	8	1.00E-09	1.76E-06	1.00E-09
7	9	1.00E-09	1.10E-06	1.00E-09
9	10	3.18E-07	8.45E-07	1.00E-09
9	14	1.27E-06	2.70E-06	1.00E-09
10	11	8.21E-07	1.92E-06	1.00E-09
12	13	2.21E-06	2.00E-06	1.00E-09
13	14	1.71E-06	3.48E-06	1.00E-09

Cuadro 4.2: Valores de línea del sistema IEEE 14 barras Fuente: Demetriou et al. (2015)

Donno	Potencia	Potencia
Darra	Activa (p.u)	Reactiva (p.u.)
2	0.217	0.127
3	0.942	0.190
4	0.478	-0.039
5	0.076	0.016
6	0.112	0.075
9	0.295	0.166
10	0.090	0.058
11	0.035	0.018
12	0.061	0.016
13	0.135	0.058
14	0.149	0.050

Cuadro 4.3: Valores de carga del sistema IEEE 14 barras Fuente: Demetriou et al. (2015)

### 4.1.1. Implementación del PEBS al sistema IEEE 14 barras

Con el propósito de analizar el método PEBS, se evaluará 3 casos diferentes en distintas barras y salida intempestiva de una línea de transmisión, como puede observarse en la cuadro 4.4:

Caso	Falla en la Barra	Salida intempestiva de línea (s)
1	Barra 1	1 - 2
2	Barra 3	3 - 4
3	Barra 5	4 - 9

Cuadro 4.4: Casos implementados al sistema IEEE 14 barras Fuente: Elaboración Propia

#### 4.1.1.1. Caso 1 para el sistema IEEE 14 barras

La matriz postfalla para el cálculo del PEBS, la cual, representa los valores que asumen los generadores en el SEP para el caso 1, donde se puede ver como aumenta la velocidad de los generadores a menudo que aumentan los valores en la matriz, cada columna de la matriz representa a cada generador a evaluar en el SEP:

0.5176	- 1.6299i	0.0568 + 0.2	965i 0.1011	+ 0.4374i	0.0613 +	0.2333i	0.0603	+ 0.2466i
0.0568	+ 0.2965i	0.0393 - 0.6	908i 0.0556	+ 0.1298i	0.0231 +	0.0505i	0.0257	+ 0.0579i
0.1011	+ 0.4374i	0.0556 + 0.1	.298i 0.1325	- 1.0190i	0.0375 +	0.0752i	0.0431	+ 0.0891i
0.0613	+ 0.2333i	0.0231 + 0.0	505i 0.0375	+ 0.0752i	0.0296 -	0.5638i	0.0206	+ 0.0582i
0.0603	+ 0.2466i	0.0257 + 0.0	579i 0.0431	+ 0.0891i	0.0206 +	0.0582i	0.0290	- 0.6134i

Figura 4.2: Matriz postfalla para el caso 1

El cálculo del tiempo crítico de apertura es calculado mediante el PEBS (Capítulo 3), la cual, viene a ser el tiempo que transcurre desde que se detecta una falla hasta que un disyuntor o interruptor abre para aislar la falla. Este tiempo es crucial para evaluar la rapidez y efectividad de la respuesta del sistema de protección, tal como se puede observar en la tabla (4.5), para el caso 1:

Caso	Falla en barra	Salida intempestiva de línea	Tiempo de apertura crítica (s)
1	Barra 1	1 -2	0.1120

Cuadro 4.5: Tiempo de apertura crítico para el caso 1 Fuente: Elaboración Propia

La representación gráfica de la velocidad de los generadores pueden observarse en la figura (4.3), donde, se puede ver un incremento en la velocidad de los generadores 1, 2, 3 y 4 que sufren un embalamiento debido al desbalance del SEP, por lo cual, se calculará un tiempo de apertura crítica para que estos generadores salgan del sistema debido a su desbalance e incremento de frencuencia en su equilibrio dinámico, mientras que el generador 5 al ser más robusto puede mantenerse en sincronismo:



Figura 4.3: Velocidad de los generadores para el caso 1

La variación de los ángulos de los generadores con respecto al tiempo pueden observarse en las figuras (4.4), donde se puede ver, que al aumentar el ángulo de los generadores, la velocidad de estos también incrementa tal y como se puede ver en la figura 4.3 y de la misma forma, estos al pasar el límite de estabilidad de las funciones de energía, tienden a tomar valores inestables:



Figura 4.4: Ángulo de los generadores para el caso 1

En consecuencia de la variación del ángulo del generador (Figura 4.4), el ángulo del rotor aumenta su valor debido al aumento de la velocidad del generador (Figura 4.3) como se observa en la figura 4.5, la cual, al incrementarse y se encuentra en una zona inestable:



Figura 4.5: Ángulo del rotor de los generadores para el caso 1

#### 4.1.1.2. Caso 2 para el sistema IEEE 14 barras

La matriz postfalla para el cálculo del PEBS, la cual, representa los valores que asumirán los generadores para el caso 2, donde también se observa como la velocidad de los generadores aumenta de la misma forma que incrementan los valores en la matriz, cada columna de la matriz representa a cada generador a evaluar en el SEP:

Matriz	reduzida pós-f	falta			
0.82	68 - 2.3893i	0.0675 + 0.5148i	0.1368 + 0.6288i	0.0769 + 0.3284i	0.0769 + 0.3611i
0.06	575 + 0.5148i	0.0146 - 0.7378i	0.0245 + 0.0753i	0.0107 + 0.0338i	0.0113 + 0.0379i
0.13	68 + 0.6288i	0.0245 + 0.0753i	0.1219 - 0.9872i	0.0167 + 0.0406i	0.0179 + 0.0456i
0.07	69 + 0.3284i	0.0107 + 0.0338i	0.0167 + 0.0406i	0.0248 - 0.5671i	0.0152 + 0.0546i
0.07	69 + 0.3611i	0.0113 + 0.0379i	0.0179 + 0.0456i	0.0152 + 0.0546i	0.0230 - 0.6173i

Figura 4.6: Matriz postfalla para el caso 2

El cálculo del tiempo crítico de apertura es calculado mediante el PEBS, como ya se explicó anteriormente viene a ser el tiempo que transcurre desde que se detecta una falla hasta que un disyuntor o interruptor abre para aislar la falla. Este tiempo es crucial para evaluar la rapidez y efectividad de la respuesta del sistema de protección, tal como se puede observar en la tabla (4.6), para el caso 2:

Caso	Falla en la barra	Salida intempestiva de línea	Tiempo de apertura crítica
2	Barra 3	3 - 4	0.5480

Cuadro 4.6: Tiempo de apertura crítico para el caso 2 Fuente: Propia La velocidad de los generadores pueden observarse en las figuras (4.7), donde, se puede ver que los generadores tienen una variación más brusca en sus velocidades debido a que en el caso 2, la falla en barra 3 posee más influencia en el SEP que el caso 1. Por lo cual, el sistema entrará en desequilibrio de una forma más rápida:



Figura 4.7: Velocidad de los generadores para el caso 2

El ángulo del rotor por consiguiente toma la siguiente forma al incrementarse la velocidad sobre los generadores, tal como se puede observar en la figura 4.8, donde se nota que existen un incremento en el ángulo el rotor ante la falla del caso 2, la cual, no puede ser atenuada:



Figura 4.8: Ángulo del rotor los generadores para el caso 2

Por consiguiente, ante la variación brusca de la velocidad de los generadores (Figura 4.7), pueden observarse la rápida variación del ángulo del generador en la Figura 4.9:



Figura 4.9: Ángulo de los generadores para el caso 2

#### 4.1.1.3. Caso 3 para el sistema IEEE 14 barras

Finalmente se tiene la matriz postfalla para el cálculo del PEBS, la cual, representa los valores que asumirán los generadores para el caso 3, de la misma forma que los anteriores casos se observa como la velocidad de los generadores aumenta a la vez que varían los valores en la matriz, cada columna de la matriz representa a cada generador a evaluar en el SEP, para el caso 3:

0.8342	- 2.3951i	0.0684 + 0.5164i	0.1339 + 0.6910i	0.0793 + 0.3131i	0.0779 + 0.3378i
0.0684	+ 0.5164i	0.0147 - 0.7375i	0.0232 + 0.0788i	0.0111 + 0.0327i	0.0116 + 0.0361i
0.1339	+ 0.6910i	0.0232 + 0.0788i	0.0909 - 1.0739i	0.0222 + 0.0553i	0.0248 + 0.0643i
0.0793	+ 0.3131i	0.0111 + 0.0327i	0.0222 + 0.0553i	0.0237 - 0.5685i	0.0143 + 0.0535i
0.0779	+ 0.3378i	0.0116 + 0.0361i	0.0248 + 0.0643i	0.0143 + 0.0535i	0.0230 - 0.6177i

Figura 4.10: Matriz postfalla para el caso 3

El cálculo del tiempo crítico de apertura mediante el PEBS para el caso 3 se muestra en la tabla (4.7):

Caso	Falla en la barra	Salida intempestiva de línea	Tiempo de apertura crítica
3	Barra 5	5 - 6	0.4140

Cuadro 4.7: Tiempo de apertura crítico para el caso 3 Fuente: Propia La velocidad de los generadores pueden observarse en la figura 4.11, donde, se puede ver para el caso 3 los generadores tienen una variación más brusca en sus velocidades comparado a los casos anteriores. Sin embargo, tanto el generador G5 Por lo cual, el sistema oscilará de una forma más rápida que en los anteriores casos:



Figura 4.11: Velocidad de los generadores para el caso 3

Por consiguiente el ángulo del rotor del generador síncrono, tiende a tener un comportamiento muy oscilante ya que este no puede ser atenuado por la variación en la velocidad del SEP, como se puede observar en la figura 4.12.



Figura 4.12: Ángulo del rotor de los generadores para el caso 3

El ángulo de los generadores pueden observarse en la figura 4.13, la cual, como se muestra en la imagen tiene un crecimiento muy oscilante al obtener valores altos en su matriz post-falta:



Figura 4.13: Velocidad de los generadores para el caso 3

Como puede observarse en las figuras (4.2), (4.6), (4.10) se tiene la matriz postfalla del SEP, el cual será usado para el cálculo de la energía crítica del sistema y por ende poder estimar la región de estabilidad del SEP. Consecuentemente, se tiene las figuras (4.3), (4.7), (4.11), los cuales, muestran la velocidad de los generadores con respecto al tiempo así como la influencia del disturbio en cada generador. Por consiguiente, el tiempo de liberación de falla actuo sobre los generadores que se vieron más afectados de acuerdo a su oscilación. De la misma forma, las figuras (4.4), (4.9), (4.13) muestran el ángulo del generador, en el cual, se ve más influenciado en el generador 4 debido a que es el generador más robusto del sistema mientras los otros generadores salen de sincronismo ante un disturbio.

En los casos estudiados el tiempo de apertura crítico puede observarse en las tablas (4.5), (4.6) y (4.7) donde el mayor tiempo de apertura crítico se da para el caso 2 debido a que todos los generadores tienen casi el mismo comportamiento, por lo cual, la energía potencial del sistema será casi igual en los generadores presentes.

## 4.2. Sistema Eléctrico de Machupicchu

En esta sección se describirá los datos y características del sistema eléctrico real de la central hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase, COES (2020). Consecuentemente, será implementado el método PEBS, el cual, permitirá realizar un análisis sobre los puntos estables e inestables, así mismo, encontrar el tiempo crítico de liberación de falla de los generadors (G1), (G2) y (G3), los cuales, al poseer las mismas características es factible generalizar los resultados uno con respecto a otro, dichos generadores son pertenecientes a la primera etapa de la central Hidroeleçtrica de Machupicchu (grupo Pelton). Adicionalmente, será considerado la línea de transmisión 1001 (L-1001), Machupicchu - Cachimayo, y el resto del sistema se encontrará representado mediante una barra infinita, como puede observarse en la figura (4.14), cuyo sistemas de bloques se encuentra en el anexo E, figura (E.12), las placas característica, así como los diagramas unifilares se pueden encontrar en el anexo D.

De igual forma el método PEBS será evaluado en el sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase mediante 3 casos para el análisis del comportamiento de los generadores ante una falla.



Figura 4.14: Sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase conectado a una barra infinita

# 4.2.1. Análisis de estabilidad con valores reales en el sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase

Para realizar el análisis de estabilidad, se debe establecer los parámetros de los generadores (tabla 4.8) de la central hidroeléctrica de Machupicchu - primera fase. Sin embargo, como los tres grupos poseen las mismas características el análisis se realizará para el grupo 1, posteriormente, los resultados de este serán establecidos para el grupo 02 y 03, los datos de las unidades de generación, así como los datos de la central hidroeléctrica pueden encontrarse en el anexo C.

C. H. Machupicchu						
Máquina síncrona H $x_d$ $x'_d$ $x''_d$ $x_q$ $cos\phi$						
1	2.22	1.33	0.22	0.13	0.70	0.80

Cuadro 4.8: Parámetros de la máquina síncrona 01 de la C.H. de Machupicchu Fuente: COES, 2020

Adicionalmente, se tiene los parámetros de la línes de transmisión 1001 (L-1001), como puede observarse en la tabla 4.10:

Línea de transmisión 1001							
Línea 1001 $X_L$ $K_V$ I $Z_B$ $K_m$							
Datos 0.22 1.33 0.22 0.13 76.80							

Cuadro 4.9: Parámetros de la línea de transmisión 1001 Fuente: COES, 2020

En la tabla 4.8 se tiene como dato que el  $cos(\phi)$  del grupo 1 viene a ser de 0.8 y la línea de transmisión 1001 transmite una potencia de 7 MVA. En base a esta información, es posible obtener la potencia activa y reactiva:

 $\begin{aligned} \cos\phi &= 0.8\\ \phi &= \arccos(0.8) = 36.86 \approx 37^\circ \end{aligned}$ 

Por consiguiente el triángulo de potencias puede expresarse de la siguiente forma:



Figura 4.15: Triángulo de potencia para el grupo 01 de la C.H. Machupicchu

En base a la figura (4.15) se puede obtener la potencia activa y reactiva:

$$P = 5.6 \quad MVA$$
$$Q = 4.21 \quad MVA$$

Llevando los términos a p.u:

$$P = \frac{5.6}{7} = 0.8$$
$$Q = \frac{4.21}{7} = 0.6$$

Reemplazando los valores obtenidos en el modelo clásico del generador síncrono, como se observa en la figura (4.16):



Figura 4.16: Representación clásica del sistema eléctrico Machupicchu

Donde:

- $E_q$  = Viene a ser la tensión interna antes de la reactancia del generador síncrono.
- $X'_d$  = Viene a ser la reactancia síncrona en el eje directo generador síncrono.
- V = Viene a ser la tensión en los bornes del generadores.
- $X_L$  = Viene a ser la reactancia de línea
- $V_S$  = Viene a ser la tensión en la barra infinita

Asumiendo el valor de  $V_s = 1[0^\circ$ , entonces obteniendo el valor de I:

$$I = \frac{(P+jQ)^T}{V_s} = \frac{0.8 - j0.6}{1[0]}$$
$$I = (0.8 - j0.6)$$

LLevando a su forma polar:

$$I = 1[-36,87^{\circ}]$$

Obteniendo el valor de V:

$$V = V_s + jX_L I$$
  

$$V = 1[0^\circ + 0.1j * (0.8 - j0.6)]$$
  

$$V = 1.063[4.31^\circ]$$

Calculando el valor de  $E_q$ :

$$E_q = V + Ix'_d$$

$$V = 1,063[4,31^\circ + Ix'_d$$

$$V = 1,063[4,31^\circ + [1[-36,87^\circ * j0,22]]$$

$$E_q = 1,219[12,11^\circ$$

Por consiguiente el valor del ángulo de potencia del generador viene a ser:

$$\begin{split} \delta &= 12,\!11+37\\ \delta &= 49,\!11^\circ \end{split}$$

Con el cálculo del ángulo de potencia del generador se puede realizar la implementación del PEBS al sistema de Machupicchu - primera fase.

### 4.2.2. Implementación del PEBS al sistema real de Machupicchiu

Con la finalidad del implementar y analizar el PEBS en un sistema real, se evaluarán 3 casos de fallas diferentes en el sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase, como puede observarse en el cuadro 4.10:

Caso	Tipo de falla	Línea afectada
1	Barra del generador	L - 1001
2	Falla en línea	L -1001
3	Falla en barra infinita	L-1001

Cuadro 4.10: Casos implementados al sistema eléctrico de Machupicchu Fuente: propia

Cada caso será implementado a cada uno de los 3 generadores del primer grupo de la C.H. de Machupicchu - primera fase. Consecuentemente, se analizará la velocidad y ángulo de cada generador con respecto a cada disturbio, así mismo, se evaluará las funciones de energía mencionadas en el capítulo 3.

#### 4.2.2.1. Caso 1 aplicado al sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase

La matriz postfalla para el cálculo del PEBS de los generadores del sistema de Machupicchu - primera fase, como se puede ver en la figura 4.17 y donde se puede ver la gran inestabilidad en el generador 1 debido a la falla en la barra del generador, por lo cual, este aumenta su velocidad, mientras que los otros generadores pueden mantenerse aún en sincronismo debido a la inercia de las máquinas.

0.8153 -	3.1027i	0.0729 +	0.2504i	0.5729	+ 2.2203i
0.0729 +	0.2504i	0.5277 -	7.0866i	1.1673	+ 6.1488i
0.5729 +	2.2203i	1.1673 +	6.1488i	8.6055	-12.3218i

Figura 4.17: Matriz postfalla de la C.H. de Machupicchu para el caso 1

Por consiguiente, mediante el método PEBS se calcula un tiempo crítico de liberación de falla para poder aislar la falla y mantener al sistema en equilibrio, la cual, se puede encontrar en el cuadro 4.11 para el caso 1:

Caso	Falla	Línea afectada	Tiempo de apertura crítica
1	Barra del generador	L - 1001	0.1770

Cuadro 4.11: Caso 1 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu Fuente: propia

La variación de las velocidades de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1 puede observarse en la figura 4.18, donde, el generador 1 al ser el generador más afectado ante una falla en la barra de generación, aumenta su velocidad y por consiguiente tiende a salir de sincronismo.



Figura 4.18: Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1

El ángulo de los generadores pueden observarse en la figura (4.24), la cual, se puede observar como el ángulo del generador aumenta de forma rápida y por consiguiente la velocidad (Figura 4.18) por consiguiente dicho generador tendrá a salir de sincronismo debido a la inestabilidad que sufre, mientras que los generadores G2 y G3 permanecen invariantes ante dicho disturbio debido a su inercia natural:



Figura 4.19: Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1

Por consiguiente, el ángulo del rotor de la máquina síncrona para el caso 1 tendrá a tener un comportamiento oscilante debido al incremento de la velocidad de la máquina para el G1, como se puede observar en la figura 4.20:



Figura 4.20: Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 1

Finalmente, el tiempo crítico de apertura para el caso 1 viene a ser de 0.177 segundos, lo cual indica que la energía total demora 1.777 segundos en traspasar la energía crítica del G1, tal y como se puede ver en la figura 4.21, lo cual, complementa

la teoría descrita sobre el PEBS (capítulo 3), donde se menciona, que si la energía total supera la energía crítica del generador, este tiende a entrar en una zona de desbalance.



Figura 4.21: Gráficos de las energías y tiempo cítico del G1 para el caso 1

#### 4.2.2.2. Caso 2 aplicado al sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase

La matriz postfalla para el cálculo del PEBS, la cual, representa los valores que asumen los generadores al ser afectados por el caso 2, Falla en la línea 1001, el cual, al ser una línea de interconexión entre la C. H. Machupicchu y el resto del sistema, el disturbio ocasionado genera un desbalance en los 3 generadores que componen la etapa 1 del C. H. Machupicchu, por lo cual, toda la primera etapa de la central entrará en zona de desequilibrio:

```
1.0024 - 2.1455i 0.1572 + 1.0615i 0.1579 + 0.5142i
0.1572 + 1.0615i 0.4915 - 7.7883i 1.1634 + 6.0143i
0.1579 + 0.5142i 1.1634 + 6.0143i 9.1246 -10.5207i
```

Figura 4.22: Matriz postfalla de la C.H. de Machupicchu para el caso 2

El cálculo del tiempo crítico de liberación de falla se muestra en el cuadro 4.12 para el caso 2:

Caso	Falla	Línea afectada	Tiempo de apertura crítica
2	Falla en línea	L - 1001	0.890

Cuadro 4.12: Caso 2 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu Fuente: propia

La velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 2 puede observarse en la figura (4.23), la cual, muestra un aumento en la velocidad para los 3 generadores G1, G2 y G3, donde, el generador G1 es el que tiende a sufrir más variaciones en la amplitud de su velocidad por lo cual entrará en una zona de operación inestable oscilante:



Figura 4.23: Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 2

Como los generadores se encuentran operando en una zona inestable oscilante, el ángulo del rotor (Figura 4.24) se tornará oscilante al no poderse amortiguar la inercia del sistema debido al incremento en la velocidad del generador, como se puede observar en la figura 4.24.



Figura 4.24: Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 2

La figura 4.25 muestra el incremento en los ángulos de los generadores de la C. H. de machupicchu para el caso 2, el cual, genera una inestabilidad en el sistema lo que genera un incremento en la velocidad de la máquina y por lo tanto en sus ángulos:



Figura 4.25: Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 2

Finalmente, la energía total tiende a superar a la energía crítica del generador en 0.800 segundos, lo cual, indica que el tiempo crítico de liberación de falla viene a ser de 0.890 segundos, tal como se puede ver en la figura 4.26:



Figura 4.26: Gráficos de las energías y tiempo crítico del G1 para el caso 2

#### 4.2.2.3. Caso 3 aplicado al sistema eléctrico de Machupicchu - primera fase

La matriz postfalla para el cálculo del PEBS, la cual, representa los valores que asumirán los generadores al ser afectados en el caso 3, falla en la barra infinita, donde se representa una falla en el sistema y que genera un desequilibrio en el G2:

> Matriz reduzida pós-falta 0.8153 - 3.1027i 0.0729 + 0.2504i 0.5729 + 2.2203i 0.0729 + 0.2504i 0.5277 - 7.0866i 1.1673 + 6.1488i 0.5729 + 2.2203i 1.1673 + 6.1488i 8.6055 -12.3218i

Figura 4.27: Matriz postfalla de la C.H. de Machupicchu para el caso 3

El cálculo del tiempo crítico de apetura se muestra en el cuadro 4.13 para el caso 3, donde la línea afectada será la 1001 (L-1001):

Caso	Falla	Línea afectada	Tiempo de apertura crítica
3	Falla en barra infinita	L - 1001	0.1970

Cuadro 4.13: Caso 3 implementados al sistema eléctrico de Machupicchu Fuente: propia

La velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 3 puede observarse en la figura (4.28), donde se puede observar un incremento en la velocidad del G2, el cual, entrará en zona de desequilibrio debido al disturbio:



Figura 4.28: Velocidad de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 3

El ángulo de los generadores pueden observarse en las figuras 4.29, donde se puede ver el incremento en el ángulo del G2, el cual al aumentar su velocidad también aumenta su ángulo por lo cual operará en zona desequilibrio:



Figura 4.29: Ángulo de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 3

La figura 4.30 muestra el ángulo del rotor de generador G2 para el caso 3 se encuentra en forma oscilante esto debido al incremento en la velocidad del generador, como se puede observar en la figura 4.30:



Figura 4.30: Ángulo del rotor de los generadores de la C.H. de Machupicchu para el caso 3

Finalmente, la energía total supera a la energía crítica del G2 en 0.1900 segundos, lo cual, indica que el tiempo crítico de liberación de falla viene a ser de 0.1970 segundos, tal como se puede ver en la figura 4.31:



Figura 4.31: Gráficos de las energías y tiempo cpritico del G2 para el caso 3

Como puede observarse en las figuras (4.17), (4.22), (4.27) se tiene la matriz postfalla para el sistema real C.H. Machupicchu - primera fase, el cual será usado para el cálculo de la energía crítica del sistema para poder estimar la región de estabilidad del SEP. Consecuentemente, se tiene las figuras (4.18), (4.23), (4.28), los cuales, muestran la velocidad de los generadores con respecto al tiempo así como la influencia del disturbio en cada generador. Por consiguiente, el tiempo de liberación de falla se calculó de acuerdo al tipo de falla, cuando la falla es en barra el tiempo crítico de apertura es menor al de falla en línea. De la misma forma, las figuras (4.24), (4.25), (4.29) muestran el ángulo del rotor del generador, en el cual, cada generador tiene un comportamiento diferente ante cada disturbio donde el generador 1 y generador 2 son más propensos a aumentar su velocidad ante una falla.

En los casos estudiados el tiempo de apertura crítico puede observarse en las tablas (4.11), (4.12) y (4.13) donde el mayor tiempo de apertura crítico se da para el caso 2 debido a que la falla de línea causa un comportamiento parecido a los generados con diferencia de magnitud en cada uno, por lo cual, la energía potencial del sistema variará deacuerdo a cada generador.

## Conclusiones

- 1. El método PEBS es utilizado para evaluar la estabilidad transitoria en sistemas multimáquinas al calcular la energía potencial almacenada en el sistema después de una perturbación. Al determinar la superficie límite de esta energía, se puede identificar el punto de bifurcación más cercano al estado de operación inicial. Esto permitirá una evaluación más precisa de la estabilidad transitoria y por ende, del tiempo crítico de liberación de falla. Tal como se puede observar en las figuras 4.21, 4.26, y 4.31. Por consiguiente, el método PEBS ayuda a determinar el punto en el cual una trayectoria del sistema, después de una perturbación, se separa entre un estado estable y uno inestable. El tiempo crítico de liberación de falla está directamente relacionado con el momento en que el sistema cruza esta superficie límite, lo que indica una transición de un estado operativo seguro a uno inseguro. La implementación del método de Superficie Límite de Energía Potencial (PEBS) mejora significativamente el análisis de estabilidad en la estimación de la región de puntos de equilibrio estables en un sistema multimáquina.
- 2. El desarrollo de una interfaz gráfica donde el método PEBS fue implementado simuló de forma eficiente y confiable la estimación de la región de atracción de los puntos de equilibrio estables. Al calcular la energía potencial almacenada en el sistema y trazar la superficie límite de esta energía, es posible definir una frontera clara que separa los estados estables de los inestables (figuras 4.21, 4.26, y 4.31). El método permite un análisis detallado de cómo diferentes tipos de perturbaciones (por ejemplo, variaciones en la carga, fallas en las líneas de transmisión, etc.) afectan la estabilidad del sistema. Al entender cómo estas perturbaciones pueden empujar al sistema más allá de la superficie límite de energía potencial, tal y como se muestra en las figuras: (4.18), (4.24), (4.23), (4.25), (4.28), (4.29) que demuestran que ante la insuficiencia de inercia del sistema para poder contener la falla, el sistema tiende a volverse inestable y por ende provoca la desconexión de los elementos del sistema de Machupicchu primera fase, tal y como se muestra en las tablas: (4.11), (4.12) y (4.13) donde el PEBS ayuda a identificar puntos críticos y óptimos en términos de estabilidad de un sistema multimáquina.
- 3. Una plataforma en el software Matlab ayuda con la automatización de cálculos complejos y repetitivos que son necesarios en el análisis de estabilidad y cálculo del tiempo crítico de liberación de falla. De la misma forma, es posible realizar simulaciones, análisis con mayor exactitud y permite una visualización avanzada de datos, lo que facilita la interpretación de los resultados obtenidos mediante

el PEBS. Tal y como puede observarse en las figuras: (4.17), (4.22), (4.27). Por consiguiente, esto resulta muy beneficioso en el uso a tiempo real en sistemas multimáquina donde la inercia cambia rápidamente.

4. El método PEBS se centra en la energía potencial del sistema y no requiere la solución completa de las ecuaciones diferenciales no lineales que describen el comportamiento de un sistema multimáquina. El método PEBS se basa en identificar el momento exacto en que el sistema cruza la superficie límite de energía potencial, lo cual determina el tiempo crítico de liberación de falla. Este enfoque específico evita la necesidad de rastrear continuamente la evolución de los estados del sistema, lo que resulta en un uso más eficiente de los recursos computacionales. Tal como se puede observar en las secciones 4.1 y 4.2. Sin embargo, la sensibilidad del método ante algunos datos que no son obtenidos de manera directa dentro de un SEP podría limitar el uso del método PEBS, tal es el caso del ángulo de potencia, descrito en la subsección 4.2.1.

# Recomendaciones

- 1. Se recomienda para trabajos futuros implementar técnicas numéricas más robustas para una mejor estimación de la energía crítica del sistema. Métodos como Runge-Kutta de mayor orden o técnicas de integración adaptativa podrían proporcionar mayor precisión en la solución de las ecuaciones diferenciales asociadas al modelo.
- 2. Como la estabilidad transitoria depende fuertemente del tiempo que tarda en eliminarse una falla, se recomienda mejorar los esquemas de protección y tiempos de despeje de fallas mediante relés más rápidos y una coordinación más eficiente en las protecciones diferenciales.
- 3. Implementar algoritmos de optimización para ajustar la definición de la frontera de energía potencial (PEBS). Esto podría incluir técnicas de optimización evolutiva o algoritmos genéticos para ajustar los parámetros del modelo y mejorar la predicción de la estabilidad.

# A | MATRIZ DE CONSISTENCIA DE LA INVESTIGACIÓN

Problema	Objetivo Conoral	Hipótesis Conoral	Variables de Estudio	Metodología
¿En que forma la implementación del método de superficie límite	Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS)	Al implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) se podrá	Variable Independiente:	
influirá en el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina ?	para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.	calcular el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina de una forma rápida y confiable.	Método de superficie límite de energía potencial	Tipo de investigación: Aplicativo, cuantitativo
Problemas Específicos	Objetivos Específicos	Hipótesis Específicas	Indicadores:	
¿De qué manera el implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) mejorará el análisis de estabilidad para estimar la región de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina?	Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para estimar la región de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina.	Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) permitirá estimar la región de estabilidad de puntos de equilibrio estables de un sistema multimáquina.	<ul> <li>- Ángulo del rotor de la unidad de generación</li> <li>- Software de Matlab</li> <li>- Funciones de energía</li> </ul>	Nivel de investigación: Explicativo Diseño de investigación:
¿De qué manera el desarrollo de una plataforma con el software Matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) influirá en el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla en un gistema multimáguina?	Desarrollar una plataforma con el software matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para el cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina	Desarrollar una plataforma con el software Matlab del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) pemitirá obtener el tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.	Variable Dependiente: Tiempo crítico de liberación de falla	Experimental Población: Sistema IEEE 14 barras y C.H. Machupicchu
sistema mutumaquina:	de una forma rápida.			primera fase

¿De qué manera la implementación del método de superficie límite de energía potencial (PEBS) podría minimizar el esfuerzo computacional del cáluclo de tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina?	Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) para minimizar el esfuerzo computacional del cálulo del tiempo crítico de superficie límite de energía potencial de un sistema multimáquina al estimar las regiones estables e inestables.	Implementar el método de superficie límite de energía potencial (PEBS) minimizará el esfuerzo computacional del cálculo del tiempo crítico de liberación de falla de un sistema multimáquina.	Indicadores: -Estado dinámico del sistema multimáquina. - Área de puntos de equilibrio estables del sistema multimáquina. -Eficiencia computacional	Muestra:
				Los generadores
				síncronos del
				sistema IEEE
				14 barras
				у С. Н.
				Machupicchu
				primera fase

# B | MATRIZ DE OPERACIONALIZA-CIÓN DE VARIABLES

Variables	Definición Conceptual	Dimensiones	Indicadores
Método do oporgía límito	Método directo que no posee la necesidad	Comportamiento del generador síncrono Software	Ángulo del rotor de la unidad de generación Software Matlab
de energía potencial (PEBS)	de integrar numéricamente las ecuaciones diferenciales del sistema después de haber sufrido una perturbación (Estado post-falla)	Modelo matemático del la energía cinética y potencial	Funciones de energía
		Comportamiento del SEP	Estado dinámico del sistema multimáquina
Tiempo crítico de liberación de falla	Tiempo crítico de pérdida de sincronismo de un SEP al sufrir una perturbación que desbalancea la estabilidad del sistema.	Estabilidad del sistema Software	Área de puntos de equilibrio estables del sistema Eficiencia computacional

Cuadro B.1: Operacionalización de Variables

C | Ficha técnica de las unidades de generación de la primera etapa -Sistema Machupicchu - Cachimayo

## **Osinergmin**

#### **CENTRAL HIDROELÉCTRICA MACHUPICCHU (90.6 MW)**

#### EMPRESA CONCESIONARIA EGEMSA

DESCRIPCIÓN La central aprovecha las aguas del rio Vilcanota, mediante una bocatoma ubicada a 15km aguas arriba de la central, a través de 4 naves desarenadores cuyas aguas son derivadas a un túnel de aducción y a dos tuberías forzadas de 269m, para luego producir energía eléctrica mediante 3 unidades con turbina tipo Pelton, mas 1 unidad Francis en una casa de máquinas en caverna. Genera a una tensión de 13.8 KV para luego ser elevada y transmitida a 138KV.

UBICACIÓN	
Departamento	Cusco
Provincia	Urubamba
Distrito	Machupicchu
Altitud	1707 msnm
DATOS DE LA CENTRAL	
Potencia Instalada	90.6 MW
Tipo de Central	Hidráulica de pasada
Salto Neto	348 m
Caudal Nominal	30 m³/s
Recurso Hídrico	Rio Vilcanota
DATOS DE LA TURBINA	
Tipo de Turbina	Pelton/Francis(G4)
Caudal Diseño	10 m <sup>3</sup> /s
Marca	ALSTOM
N° Unidades	3
DATOS DEL GENERADOR	
Potencia Efectiva	85.79 MW
Tensión de Generación	13.8 kV
Marca	ALSTOM
N° Unidades	3
DATOS DEL	
TRANSFORMADOR	
Potencia Nominal	33.5 MVA
Relación de Transformación	13.8/138 kV
N° Unidades	3
DATOS DE CONTRATO	
Tipo de Contrato	Concesión
Número de Contrato	030-94
Inicio de Operación	2001-Repotenciado



Ubicación



C.H Machupicchu

 Con R.S. № 076-94-EM, publicada el 8 de noviembre de 1994, se otorga a favor de EGEMSA la concesión definitiva para desarrollar la actividad de generación de energía eléctrica en la C.H. Machupicchu.
 Con R.S. № 055-2012-EM, el 06.06 2012, se aprobó la Adenda № 1 al CONTRATO, a fin de

• Con R.S. Nº 055-2012-EM, el 06.06 2012, se aprobó la Adenda Nº 1 al CONTRATO, a fin de incorporar las obras de rehabilitación de la primera fase (construidas entre los años 1999-2001), las obras del túnel de desvío de la central (ejecutadas entre diciembre de 2003 y setiembre de 2004) y las obras de rehabilitación de la segunda fase (iniciadas en julio de 2009, cuya conclusión estaba prevista para el 18 de abril de 2012; sin embargo, según EGEMSA, finalizó recién el 15 de agosto de 2015); para incrementar la potencia instalada hasta 193,6 MW.



Vista Tubería forzada



File the fil

División de Supervisión de Electricidad (DSE) Unidad de Supervisión de Inversión en Electricidad (USIE) – Julio 2022

104



Comité de Operación Económica del Sistema Interconectado Nacional

Regresar

#### Datos de Unidad de Generación : MACHUP\_G1

entr	al:	C.H. M	MACHUPIC	СНИ			
1	DATOS E	e la Unidad					
	1.1	Código de la Centra	al				1203
	1.2	Código del grupo					MACHUP
	1.3	Datos de placa, de	pruebas er	fábrica y de puesta er	servicio, de las unidades de las turbinas y de los generadores eléctricos.		
	1.4	Fecha de Ingreso er	n operaciór	n comercial			06/06/2
2	TURBINA						
	2.1	Tipo					
	2.2	Fabricante					
	2.3	Modelo					
	2.4	Serie					
	2.5	Potencia	2.5.1	Efectiva		[MW]	17.46
			2.5.2	Instalada		[MW]	
			2 5 3	Nominal		[MW]	30.15
			2 5 4	Nominal aparente		[]	22 5
			2.3.4	Máxima			20.20
			2.3.3	Maxima			29.29
			2.5.0	Minima			5.00
			2.5.7	De sincronizacion		[MW]	
	2.6	Velocidad	2.6.1	Rotación		[rpm]	450
			2.6.2	Toma de carga		[MW/min]	30
			2.6.3	Reducción de carga		[MW/min]	30
	2.7	Tiempo	2.7.1	Desde el arranque ha	sta la sincronizacion	[min]	10.20
		2.7.2	Desde sincronización	hasta la potencia efectiva	[min]		
			2.7.3	De sincronización lue	go de salir por una perturbación	[min]	
		2.7.4	De arranque en negro	) (black start)	[min]	90	
			2.7.5	Desde la potencia efe	ctiva hasta	[min]	
			2.7.6	Desde fuera de sincro	onización hasta la parada	[min]	
			2.7.7	Mínimo entre arranqu	e 2.7.7.1 En situaciones normales	[min]	19.80
				sucesivos	2.7.7.2 En situaciones de emergencia	[min]	11.83
			2.7.8	Máximo de operación	a la potencia mínima	[h]	3
			2.7.9	Mínimo de operación		[h]	0.20
	2.8	Energía producida	2.8.1	Desde sincronización	hasta la potencia efectiva	[kWh]	
			2.8.2	Desde la potencia efe	ctiva hasta fuera de sincronización	[kWh]	
	2.9	Caudal	2.9.1	Mínimo turbinable		[m <sup>3</sup> /s]	1
			2.9.2	Máximo turbinable		[m <sup>3</sup> /s]	11.05
	2.10	Rendimiento	2.10.1	A condiciones de pot	encia efectiva	[MW/m <sup>3</sup> /s]	2.860
			2.10.2	Curva de rendimiento	2.10.2.1 Coeficiente a		
				a condiciones de	2.10.2.2 Coeficiente b		
				potencia efectiva	2.10.2.3 Coeficiente c		
	2.11	Costos	2 11 1	Costo de mantenimie	nto debido al desgaste ocasionado nor los sólidos en suspensión		
	2.11	203103	2.11.1	del aqua (en un plazo	máximo de dos años para unidades nuevas)	[S/./kWh]	
			2 1 1 2	Limitaciones en la ge	na 2 11 2 1 Consentracion de solidos en curponción maximo para operar	[a/l]	2
			2.11.2	Linitaciones en la gel		[9/1]	2
					2.11.2.2 Concentración de solidos en suspensión minimo para ingresar	[g/1]	
	2.12	Consumo de servic	ios auxiliar	es		[MW]	0.192
	2.13	Salto neto máximo [m]					
	2.14	Salto neto mínimo				[m]	
	2.15	Diagrama de Bloqu	es del Siste	ma de Control Carga-I	Frecuencia. Indicando los valores de los parámetros:		
		constante de inerci	a de la turb	oina, constante de tiem	po del agua de la turbina, el ajuste del estatismo		
		de la unidad de ger	neración, y	otros requeridos para	los análisis dinámicos.		
	Nota: Lo	s valores definitivos	de 2,14 co	rresponderán a los obt	enidos en las pruebas de puesta en servicio, donde sea aplicable.		
3	GENERAI	DOR ELÉCTRICO					
	3.1	Potencia				[MVA]	
	3.2	Velocidad de rotaci	ón			[rpm]	

Figura C.2: Datos de la unidad de generación 1 (G1) de la central hidroeléctrica de Machupicchu - Fase I

Fuente: COES (2022)
		Velocidad de embalamiento				[ipiii]		
	3.4	Número de pol	os					
	3.5	Curva de capal	oilidad de las ui	nidades de ge	neración (MW-MVAr)		Archivo (https	
	3.6	Capacidad de	3.6.1	Capacitiva	3.6.1.1 En mínimo técnico		12.99	
		generation			3.6.1.2 Al 50 % de la potencia efectiva	[MVAr]	12.99	
		reactiva	2.62		3.6.1.3 Al 100 % de la potencia efectiva	[MVAr]	12.99	
			3.62	Inductiva	3.6.2.1 En minimo tecnico	[MVAr]	10.52	
					3.6.2.2 Al 50 % de la potencia efectiva	[MVAr]	10.52	
				e	3.6.2.3 Al 100 % de la potencia efectiva	[MVAr]	10.52	
	3.7	lension	3.7.1	Generacion	3.7.1.1 Nominal	[kV]	13.8	
					3.7.1.2 Minima	[KV]	12.83	
			2 7 2	Evcitoción	3.7.1.3 Maxima	[KV]	14.72	
			5.7.2	EXCILICION	2.722 Minima de excitación VDC	[V]	144	
			272	Constatos	3.722 Maxima de excitación VDC	[V]	192	
			3.7.3	Servicios	3.7.3.1 Minima	[V]		
				Auxiliares	3.7.3.2 Maxima	[v]		
	3.8	Factor de Pote		0.9				
	3.9	Arranque en negro (Black Start)				[si/no]	SI	
	3.10	Parametros (reactancias y		3.10.1	Reactancia transitoria de eje directo (X'd)		0.34	
		constantes de tiempo) y Constante de Inercia de los generadores, requeridos para		3.10.2	Reactancia subtransitoria de eje directo (X"d)		0.24	
				3.10.3	Reactancia de armadura de secuencia negativa (X2)		0.54	
				3.10.4	Reactancia de armadura de secuencia cero (X0)		0.12	
		realizar estudios de estado		3.10.5	Cte. tiempo transitoria de eje directo en cortocircuito (T'd)		1.4	
		estacionario y	dinàmico.	3.10.6	Cte. de tiempo transitoria de eje en cuadratura a circuito abierto (T'qo)			
				3.10.7	Cte. tiempo subtransitoria eje en cuadratura a circuito abierto (T"qo)			
				3.10.8	Constante de tiempo de la componente de segundo armonico de cortocircuito (Ta)		0.045	
				3.10.9	Reactancia de Potier			
				3.10.10	Reactancia de dispercion			
				3.10.11	Momento de inercia del conjunto maquina electrica, excitatriz y turbina Resistencia de armadura sec. Positiva (Ra) Relación de potencia de cortocircuito		220	
				3.10.12				
				3.10.13				
				3.10.14	S(1.0)		0.246268656	
				3.10.15	S(1.2)		0.798717908	
				3.10.16	Cte. tiempo subtransitoria eje en cuadratura en cortocircuito (T"q)     Sobrefrecuencia			
				3.10.17				
				3.10.18	Cte. tiempo transitoria de eje cuadratura en cortocircuito (T'q)			
			3.10.19	Corriente de excitación en vacio a tensión 1.0 p.u.		680		
				3.10.20	Corriente de excitación en vacio a tensión 1.2 p.u. Resistencia de armadura de secuencia negativa (R2)			
				3.10.21				
				3.10.22	Resistencia de neutro (reflejada al estator:3*Rn)			
				3.10.23	Reactancia de neutro (reflejada al estator:3*Xn)			
				3.10.24	Cte. de tiempo subtransitoria de eje directo a circuito abierto (T"do)			
				3.10.25	Constante de inercia del conjunto maquina electrica, excitatriz y turbina		1.82	
				3.10.26	Reactancia sincrónica de eje en cuadratura (Xq)		0.88	
				3.10.27	Reactancia transitoria de eje cuadratura (X'q)			
				3.10.28	Cte. de tiempo transitoria de eje directo a circuito abierto (T'do)		5.81	
				3.10.29	Reactancia subtransitoria de eje cuadratura (X"q)		0.84	
				3.10.30	Resistencia de armadura de secuencia cero (R0)			
				3.10.31	Cte. tiempo subtransitoria de eje directo en cortocircuito (T"d)		0.067	
		3.10			Reactancia sincrónica de eje directo (Xd)		1.35	
	3.11	3.11 Diagramas de Bloques del Sistema de Excitación y Regulación de Tensión y Estabilizador de						
		valorer definit	vos de 3,10 y	3,11 correspo	nderán a los obtenidos en las pruebas de puesta en servicio, donde sea aplicable			
	Nota: Los	valores demin						
	Nota: Los <b>OTROS</b>	valores definit						
	Nota: Los OTROS 4.1	Tasa de salida	forzada			[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2	Tasa de salida Programa de m	forzada antenimiento r	nayor y meno	r con un horizonte de 12 meses	[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v	forzada antenimiento r elocidad de la i	nayor y meno máquina (Si/N	r con un horizonte de 12 meses o)	[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Traba	forzada antenimiento r elocidad de la ija en modo [At	nayor y meno náquina (Si/N 1tomático/Ma	r con un horizonte de 12 meses o) nual]	[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Traba 4.3.2 Mode	forzada antenimiento r elocidad de la ija en modo [Au o de control en	nayor y meno máquina (Si/N ıtomático/Ma [Carga Frecue	r con un horizonte de 12 meses o) nual] ncia/Potencia Constante]	[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Traba 4.3.2 Mode 4.3.3 La ba	forzada antenimiento r elocidad de la ija en modo [An de control en nda de variació	nayor y meno máquina (Si/N utomático/Ma [Carga Frecue n de frecuenc	r con un horizonte de 12 meses o) nual] ncia/Potencia Constante] ia (Banda Muerta)	[%]		
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Traba 4.3.2 Mode 4.3.3 La ba	forzada antenimiento r elocidad de la ija en modo [Ai de control en nda de variació smo 4.3.4.1	nayor y meno náquina (Si/N Itomático/Ma [Carga Frecuen n de frecuenc	r con un horizonte de 12 meses o) nual] ncia/Potencia Constante] ia (Banda Muerta)	[%]		
-	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Trabi 4.3.2 Mode 4.3.3 La ba 4.3.4 Estat	forzada antenimiento r elocidad de la ja en modo [Au de control en nda de variació smo 4.3.4.1	nayor y meno máquina (Si/N Itomático/Ma [Carga Frecue n de frecuenc Valor actual	r con un horizonte de 12 meses o) nual] ncia/Potencia Constante] ia (Banda Muerta)	[%] [Hz] [%]	5	
	Nota: Los OTROS 4.1 4.2 4.3	Tasa de salida Programa de m Regulador de v 4.3.1 Trabi 4.3.2 Mode 4.3.3 La ba 4.3.4 Estat	forzada antenimiento r elocidad de la ja en modo [Au de control en nda de variació smo 4.3.4.1 4.3.4.2	nayor y meno máquina (Si/N itomático/Ma [Carga Frecue n de frecuenc Valor actual Valor en sist	r con un horizonte de 12 meses o) nual] ncia/Potencia Constante] ia (Banda Muerta) emas aislados	[%] [Hz] [%]	5	



Fuente: COES (2022)

## D | Placa caracterítica y diagrama unifilar



Figura D.1: Esquema Unifiliar barra sistema eléctrica Machupicchu



Figura D.2: Placa Característica del transformador de la barra de 138 KV EGEMSA



Figura D.3: Diagrama unifilar Sistema Eléctrico Machupicchu - Cachimayo

## E | Código fuente en Matlab

```
E = 0.00001;
    arquivo='ieee14_2.txt';
    %% Lectrua de Datos
    XT = [0.1;1.25;0.75;0;0;1.5;0;1.2;0;0;0;0;0;0];
    M = [0.079; 0.053; 0.026; 0; 0; 0.014; 0; 0.067; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
    Sbase=100; %[MVA]
    dados=fopen(arquivo,'r');
    fim=textread(arquivo,'%d%*[^\n]');
    nb=0;
  [] for i=1:size(fim)
        if fim(i)==9999
             break
.
         else
-
             nb=nb+1;
.
         end
-
   <sup>L</sup>end
  □ for i=1:(nb)
        linha=fgetl(dados);
         argdados(i,:)=sscanf(linha,'%c',72);
   <sup>L</sup>end
  □ for i=1:(nb)
.
         [num(i,:), spc2, tipo(i,:), nome(i,:), tensao(i,:), angulo(i,:), Pger(i,:), Qger(i,:), Qmin ger(i,
   <sup>L</sup>end
    clear spc2 spc3 arqdados
```

Figura E.1: Código principal del método PEBS

```
tempo_critico_pebs = zeros(n1,2);
 if flag_todas_as_faltas == 1
     for linha_falta = 1:nl
Ē
          for barra_falta = 1:2
              if barra_falta == 1
                  bf = dadosramo(linha_falta).de;
              else
                  bf = dadosramo(linha_falta).para;
              end
              Solucao_EDO;
              PEBS;
              salvarImagem;
          end
      end
 else
      if barra_falta == 1
          bf = dadosramo(linha falta).de;
      else
         bf = dadosramo(linha_falta).para;
      end
      Solucao_EDO;
      PEBS;
      salvarImagem;
 end
```

Figura E.2: Código principal datos de líneas

```
while MAX_MISMATCHE > E
      %4. Montar a Matriz Jacobiana
      for J=1:nl
          k = dadosramo(J).de;
          m = dadosramo(J).para;
          %Submatriz H
          JAC(k,m) = V(k) * V(m) * (G(k,m) * sin(teta(k) - teta(m)) - B(k,m) * cos(teta(k) - teta(m)));
          JAC(m, k) = V(m) * V(k) * (-G(k, m) * sin(teta(k) - teta(m)) - B(k, m) * cos(teta(k) - teta(m)));
          a = [k m V(k) V(m) G(k,m) B(k,m) teta(k) teta(m) JAC(k,m) JAC(m,k)]
          if dadosbarra(k).tipo == 2
                                                   %Se k for Vteta
              JAC(k, k) = 10^{99};
          else
               JAC(k, k) = -Qk(k) - (V(k)^{2}) *B(k, k);
          end
          if dadosbarra(m).tipo == 2
                                                   %Se m for Vteta
               JAC(m,m) = 10^{99};
          else
               JAC(m,m) = -Qk(m) - (V(m)^{2}) *B(m,m);
          end
          %Submatriz N
          JAC(k, nb+k) = (V(k)^{-1}) * (Pk(k) + G(k, k) * (V(k)^{2}));
          JAC(m, nb+m) = (V(m)^{-1}) * (Pk(m)+G(m, m) * (V(m)^{2}));
          JAC(k,nb+m) = V(k) * (G(k,m) * cos(teta(k) - teta(m)) + B(k,m) * sin(teta(k) - teta(m)));
          JAC(m, nb+k) = V(m) * (G(k, m) * cos(teta(k) - teta(m)) - B(k, m) * sin(teta(k) - teta(m)));
          %Submatriz M
          JAC(nb+k, k) = -G(k, k) * (V(k)^2) + Pk(k);
          JAC(nb+m,m) = -G(m,m) * (V(m)^2) + Pk(m);
          JAC(nb+k,m) = -V(k)*V(m)*(G(k,m)*cos(teta(k)-teta(m)) + B(k,m)*sin(teta(k)-teta(m)));
          JAC(nb+m,k) = -V(k)*V(m)*(G(k,m)*cos(teta(k)-teta(m)) - B(k,m)*sin(teta(k)-teta(m)));
          %Submatriz L
          if dadosbarra(k).tipo == 0
                                                   %Se k for PQ
               JAC(nb+k, nb+k) = (V(k)^{-1}) * (Qk(k) - B(k, k) * (V(k)^{2}));
```

Figura E.3: Código principal Flujo de potencia



Figura E.4: Código principal PEBS

```
% Calcular el primer punto de la máxima energía potencial o
\Box for i = 2 : tamanho t-1
     if (Vp(1,i) > Vp(1,i-1)) && (Vp(1,i) > Vp(1,i+1))
         Vcr = Vp(1,i);
          posicaoVcr = i;
          break;
     end
 end
 tempoPasso = 0.001;
[] for j = 2 : posicaoVcr
     if Vcr < (Vp(1,j) + Vk(1,j))
         tempocritico = (j-1)*tempoPasso;
         posicaotc = j;
         break;
     end
  end
 tempo critico pebs(linha falta,barra falta) = tempocritico;
```

Figura E.5: Código principal máxima energía potencial

```
. –
: –
      flag = 0;
      tempox = zeros(numger,1);
ı –
      tempox(1,1) = t_ab; %para el metodo PEBS t_ab=4, pois so sera considerado as equaccioness dif en el momento da falta
-
      parametros=[M Pm Parametros(linha_falta).falta(barra_falta).caso Parametros(linha_falta).posfalta DD tempox];
      [tempo,DW]=ode45('edo',t,Inicial,[],parametros);
      % Determinação do Theta e do Omega~
ı –
      Theta = zeros(tamanho_t,numger);
) –
      Omega = zeros(tamanho_t,numger);
) –
      contadorT = 1;
. –
: –
: –
      contador0 = 1;
    \Box for r = 1:2*numger
          if mod(r,2)~=0
Theta(:,contadorT) = DW(:,r);
              contadorT = contadorT + 1;
          else
              Omega(:,contadorO) = DW(:,r);
              contador0 = contador0 + 1;
. -
          end
1 -
     <sup>L</sup>end
. –
      clear contadorT contadorO r
1
      % Centro de Angulo
ı –
      D0 = zeros(tamanho_t,1);
;  —
      W0 = zeros(tamanho_t,1);
; -
; -
; -
    □ for k=1:tamanho_t
          for l=1:numger
              DO(k,1) = DO(k,1) + (M(1) * Theta(k,1));
              WO(k,1) = WO(k,1) + (M(1) * Omega(k,1));
) –
          end
. –
          DO(k, 1) = DO(k, 1) * 1/sum(M);
-
-
          WO(k, 1) = WO(k, 1) * 1/sum(M);
     <sup>L</sup> end
```



```
%% YbusL e Corrente dos Geradores
 YL = zeros(nb, nb);
 Eg = zeros(nb, 1);
= for k = 1:nb
     YL(k,k) = conj(Pc(k)+1i*Qc(k)) / (V(k))^2;
     Eg(k) = V(k) * cos(teta(k)) + 1i*V(k) * sin(teta(k));
 end
 YbusL = Ybus + YL;
 I = YbusL * Eg;
 %% Tensão interna dos geradores
 Egi=zeros(numger,1);
 contador = 0;
□ for k=1:nb
     if tipoB(k) == 1 || tipoB(k) == 2
         contador = contador + 1;
         Egi(contador, 1) = Eg(k, 1) + I(k)*1i*Xg(k);
     end
 end
```

```
clear contador;
```

Figura E.7: Código principal matriz Y-Bus

```
%% Tensão interna dos geradores
```

<sup>L</sup> end

```
Egi=zeros(numger,1);
  contador = 0;
□ for k=1:nb
      if tipoB(k) == 1 || tipoB(k) == 2
         contador = contador + 1;
         Egi(contador, 1) = Eg(k, 1) + I(k) * 1i * Xg(k);
      end
 - end
  clear contador;
  %% Y bus completo
 Ycomp = zeros(2*nb, 2*nb);
\Box for k = 1:nb
      if tipoB(k) == 1 || tipoB(k) == 2 % geração
          Ycomp(k,k) = 1 / (li*Xg(k));
Ycomp(k+nb,k) = -Ycomp(k,k);
          Ycomp(k , k+nb) = -Ycomp(k, k);
      end
 end
= for k = nb+1:2*nb
for 1 = nb+1:2*nb
          Ycomp(k,l) = YbusL(k-nb,l-nb) + Ycomp(k-nb,l-nb);
      end
```

Figura E.8: Código principal matriz generadores

```
Egi=zeros(numger,1);
 contador = 0;
□ for k=1:nb
     if tipoB(k) == 1 || tipoB(k) == 2
         contador = contador + 1;
         Egi(contador,1) = Eg(k,1) + I(k)*1i*Xg(k);
     end
 -end
 clear contador;
 %% Y bus completo
 Ycomp = zeros(2*nb, 2*nb);
\Box for k = 1:nb
     if tipoB(k) == 1 || tipoB(k) == 2 % geração
         Ycomp(k,k) = 1 / (li*Xg(k));
         Ycomp(k+nb,k) = -Ycomp(k,k);
         Ycomp(k , k+nb) = -Ycomp(k, k);
     end
l end
= for k = nb+1:2*nb
for l = nb+1:2*nb
         Ycomp(k,l) = YbusL(k-nb,l-nb) + Ycomp(k-nb,l-nb);
     end
<sup>L</sup>end
```

%% Tensão interna dos geradores

Figura E.9: Código principal matriz generadores

1	1	2 Glen Ly	m 132 1060		0 0
2	2	1 Claytor	132 1045-4.9	40.0	21.7 12.7
3	3	1 Kumis	132 1010-12		94.2 19.0
4	4	0 Hancock	: 132 1019-10		47.8 -3.9
5	5	0 Fieldal	e 132 1020-8.7		7.6 1.6
6	6	1 Roanoke	132 1070 -14		11.2 7.5
7	7	0 Blaine	132 1062 -13		0 0
8	8	1 Reusens	132 1090 -13		0 0
9	9	0 Roanoke	1.0 1056 -14		29.5 16.6 19.0
10	10	0 Roanoke	33 1051 -15		9.0 5.8
11	11	0 Roanoke	11 1057 -14		3.5 1.8
12	12	0 Hancock	33 1055 -15		6.1 1.6
13	13	0 Hancock	: 11 1050 -15		13.5 5.8
14	14	0 Bus 14	33 1036 -16		14.9 5.0
15	9999				
16	1	2	1.94 5.92 5.	2800	165
17	1	5	5.40 22.3 4.	9200	130
18	2	3	4.70 19.8 4.	3800	65
19	2	4	5.81 17.63 3.	4000	130
20	2	5	5.70 17.39 3.	4600	130
21	3	4	6.70 17.1 1.	2800	65
22	4	5	1.34 4.21		90
23	4	7	0 20.910	0.978	70
24	4	9	0 55.620	0.969	130
25	5	6	0 25.200	0.932	32
26	6	11	9.5 19.89		65
27	6	12	12.29 25.58		32
28	6	13	6.62 13.03		65
29	7	8	0 17.62		65
30	7	9	0 11.00		65
31	9	10	3.18 8.45		65
32	9	14	12.71 27.04		32
33	10	11	8.20 19.210		32
34	12	13	22.09 19.990		32

Figura E.10: Código principal IEEE 14 barras datos

```
88 MATRIZ REDUZIDA
```

```
% Faltas em todas as linhas, um por vez
\Box for x = 1:nl
     barra_inicial = dadosramo(x).de;
     barra_final = dadosramo(x).para;
     for y = 1:2 % falta no final de cada barra
¢
          % FALTA
          % Retira a linha e a coluna na barra que ocorreu a falta
          if y == 1
             bFalta = barra_inicial;
          else
             bFalta = barra_final;
          end
         Ycom_f = Ycomp;
          Ycom_f(bFalta+numger,:) = [];
         Ycom_f(:,bFalta+numger) = [];
          tamnanho = size(Ycom_f,1);
          for k = tamnanho:-1:1
             if k > numger
                  for l = tamnanho:-1:1
                      if l < k
                          pivo = Ycom_f(l,k) / Ycom_f(k,k);
                          Ycom_f(l,:) = pivo * (-Ycom_f(k,:)) + Ycom_f(l,:);
                      end
                  end
             end
          end
          Ycom_f = Ycom_f(1:numger,1:numger); % seleciona somente a matriz reduzida
          matriz(x).falta(y).caso = Ycom_f;
```

Figura E.11: Código principal matriz - Red



Figura E.12: Diagrama de bloques del rotor

## Donde:

- Ks: Factor sincronizante
- $\bullet~H$ : Constante de inercia
- D: Factor de amortiguamiento
- $W_o$ : Velocidad síncrona
- $K_d$ : Factor amortiguante
- *PSS*: Power system stability

## Bibliografía

- Anderson, P. M. and Fouad, A. A. (2008). Power system control and stability. John Wiley & Sons.
- Bhandakkar, A. A. and Mathew, L. (2018). Real-time-simulation of ieee-5-bus network on opal-rt-op4510 simulator. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 331, page 012028. IOP Publishing.
- Bretas, N. G. and Alberto, L. F. C. (2000). Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos.
- Chiang, H.-D. and Alberto, L. F. (2015). *Stability regions of nonlinear dynamical systems: theory, estimation, and applications.* Cambridge University Press.
- Chiang, H.-D., Wu, F., and Varaiya, P. (1988a). Foundations of the potential energy boundary surface method for power system transient stability analysis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 35(6):712–728.
- Chiang, H.-D., Wu, F. F., and Varaiya, P. P. (1988b). Foundations of the potential energy boundary surface method for power system transient stability analysis. *IEEE Transactions on circuits and systems*, 35(6):712–728.
- Chung, T. and Da-zhong, F. (1995). A fast approach to transient stability estimation using an improved potential energy boundary surface method. *Electric power systems* research, 34(1):47–55.
- COES (2022). Datos de la unidad de generación G1 de la central hidroeléctrica de Machupicchu. COES.
- Demetriou, P., Asprou, M., Quiros-Tortos, J., and Kyriakides, E. (2015). Dynamic ieee test systems for transient analysis. *IEEE Systems Journal*, 11(4):2108–2117.
- Eidiani, M. (2021). An efficient differential equation load flow method to assess dynamic available transfer capability with wind farms. *IET Renewable Power Generation*, 15(16):3843–3855.
- Eidiani, M. and Teimoori, H. (2019). Transient stability analysis of power grid in the presence of asynchronous generators using potential energy boundary surface pebs. *Majlesi Journal of Energy Management*, 8(3):55–61.

- El-Kady, M., Tang, C., Carvalho, V., Fouad, A., and Vittal, V. (1986). Dynamic security assessment utilizing the transient energy function method. *IEEE Transactions* on Power Systems, 1(3):284–291.
- Fortulan, R. L. V. and Alberto, L. F. C. (2019). Análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência com incertezas paramétricas. In Congresso Brasileiro de Automática-CBA, volume 1.
- Fouad, A.-A. and Vittal, V. (1991). Power system transient stability analysis using the transient energy function method. Pearson Education.
- Gordillo, F. (2009). Estabilidad de sistemas no lineales basada en la teoría de liapunov. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 6(2):5–16.
- Hassan, K. K. et al. (2002). Nonlinear systems. Departement of Electrical and computer Engineering, Michigan State University.
- Isidro, C. T. (1999). Aplicación del método de la superficie límite de la energía potencial (PEBS) al analisis de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia. PhD thesis, CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN UNIDAD GUADALAJARA.
- Jena, R., Swain, S. C., and Dash, R. (2021). Power flow simulation voltage control in a spv ieee-5 bus system based on svc. *Materials Today: Proceedings*, 39:1934–1940. 3rd International Conference on Solar Energy Photovoltaics.
- Khan, C. M., Chanda, C. K., and Konar, S. C. (2013). Study of transient stability by transient energy function. *Computer Science Information Technology (CS IT)*, pages 377 – 385.
- Kimbark, E. W. (1995). *Power system stability*, volume 1. John Wiley & Sons.
- Kundur, P., Balu, N. J., and Lauby, M. G. (1994). Synchronous machine theory and modeling. *Power system stability and control*, pages 128–131.
- Ledesma Larrea, P. (2022). Análisis dinámico y control de sistemas eléctricos.
- Lorenzo, B. G. E. (2004). Estudios de Estabilidad Transitoria por el Método de la Función de Energía Transitoria Incorporando los Modelos de Carga Estática No Lineales. PhD thesis, Instituto Politécnico Nacional.
- Lyapunov, A. M. (1992). The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3):531–534.
- Medina, V. E. F. (2020). Metodología indirecta de lyapunov asistida por el software matlab para analizar y controlar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico de machupicchu-cachimayo.
- Monticelli, A. (1993). Fluxo de carga em redes de energia elétrica. 2<sup>a</sup> edição. São Paulo, editora Edgard Blucher.

- Mourinho, F. A. and Assis, T. M. L. (2022). A new approach to retrofit plans for distributed energy resources to mitigate adverse impacts on bulk power systems stability. *IEEE Latin America Transactions*, 20(4):669–676.
- Osinergmin (2022). FICHAS TÉCNICAS PROYECTOS DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN OPERACIÓN. Osinergmin.
- Petelo, A. M. (2022). Applying the potential energy boundary surface (PEBS) method to a single-machine semi-infinite bus model for Lyapunov analysis of microgrids. PhD thesis, California State University, Sacramento.
- Shabani, H. R. and Kalantar, M. (2021). Real-time transient stability detection in the power system with high penetration of dfig-based wind farms using transient energy function. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 133:107319.
- Stevenson, W. D. (1986). *Elementos de análise de sistemas de potência*. McGraw-Hill do Brasil.
- Theodoro, E. A. R. (2010). Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para análise de segurança dinâmica, no contexto da estabilidade transitória, de sistemas elétricos de potência via métodos diretos. PhD thesis, Universidade de São Paulo.